

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

FERNANDO HENRIQUE GOMES PEREIRA

**MODELAGEM MECANICISTA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO
ESCOAMENTO BIFÁSICO LÍQUIDO-GÁS EM GOLFADAS
CONSIDERANDO O EFEITO JOULE-THOMSON**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2016

FERNANDO HENRIQUE GOMES PEREIRA

**MODELAGEM MECANICISTA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO
ESCOAMENTO BIFÁSICO LÍQUIDO-GÁS EM GOLFADAS
CONSIDERANDO O EFEITO JOULE-THOMSON**

Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia
Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do
Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Rigoberto E. M. Morales

Co-orientador: Eng. Carlos L. Bassani

CURITIBA

2016

TERMO DE ENCAMINHAMENTO

Venho, por meio deste termo, encaminhar para apresentação a monografia do Projeto de Pesquisa “MODELAGEM MECANICISTA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO ESCOAMENTO BIFÁSICO LÍQUIDO-GÁS EM GOLFADAS CONSIDERANDO O EFEITO JOULE-THOMSON”, realizada pelo aluno FERNANDO HENRIQUE GOMES PEREIRA como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Rigoberto E. M. Morales
UTFPR - DAMEC

Curitiba, 20 de Junho de 2016.

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a Proposta de Projeto de Pesquisa “MODELAGEM MECANICISTA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO ESCOAMENTO BIFÁSICO LÍQUIDO-GÁS EM GOLFADAS CONSIDERANDO O EFEITO JOULE-THOMSON”, realizada pelo aluno FERNANDO HENRIQUE GOMES PEREIRA, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Rigoberto E. M. Morales
DAMEC - UTFPR
Orientador

Prof. Dr. Dalton Bertoldi
DAMEC - UTFPR
Avaliador

Prof. Dr. Moisés Alves Marcelino Neto
DAMEC - UTFPR
Avaliador

Curitiba, 20 de Junho de 2016.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais Dionisio F. Pereira e Marcia G. Pereira pela confiança e pelas oportunidades que me concederam ao longo dos anos.

Ao Prof. Dr. Rigoberto E. M. Morales pela oportunidade de realizar este trabalho, ao Eng. Carlos L. Bassani por toda dedicação e ao MSc. Eng. Fausto A. A. Barbuto por toda contribuição ao trabalho e pelos conhecimentos repassados.

À Carolina L. Rossini, ao Luis G. R. Almeida, à Mariana Meylisda e à Vanessa Outuki pelas conversas de apoio e incentivo.

Aos meus companheiros de trabalho Carlos Terbeck, Cleofas Pereira, Eduardo Wenceslau, Erivelton Grilo, Luciano Gadonski, Marcelino de Souza, Marcos Pereira, Rodrigo Marcelino, Rodrigo Santiago e Vinícius Merino pelas palavras de confiança.

Ao apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis – ANP e ao Programa de Formação de Recursos Humanos da PETROBRAS - PRH10-UTFPR.

RESUMO

PEREIRA, H.G.P. **Modelagem mecanicista da transferência de calor no escoamento bifásico líquido-gás em golfadas considerando o efeito Joule-Thomson**. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016, 94p.

O escoamento bifásico líquido-gás em golfadas é amplamente encontrado na indústria, em especial nas linhas de produção de óleo e gás. A maioria da produção de petróleo nacional é *offshore*, no qual o resfriamento da mistura de óleo e gás é feita através da tubulação pelo meio externo marítimo. A queda de temperatura influencia as propriedades da mistura, assim como ocasiona uma mudança na vazão volumétrica das fases, em especial o gás. Nesse contexto, o presente trabalho visa desenvolver uma modelagem mecanicista da transferência de calor para escoamentos em golfadas a alta pressão. Nos casos de alta pressão, o gás deve ser tratado como real e a massa específica do gás não pode ser desprezada, como usualmente vem sendo feito nestes tipos de modelos na literatura. Os fenômenos de troca de calor do gás com a parede do duto e de variação de temperatura com a queda de pressão - conhecido como efeito Joule-Thomson - devem ser levados em consideração. A modelagem matemática engloba a troca térmica das fases com a parede da tubulação e a troca térmica entre duas células unitárias - conhecido como *scooping* térmico. Além disso, um termo de geração é incluído no balanço de energia para representar o efeito Joule-Thomson. Resultados para escoamento de metano e água com pressões na entrada variando de 100 a 250 bar serão mostrados para uma tubulação de 1,5 km. Os efeitos da pressão de entrada – relativos principalmente a massas específicas do gás mais elevadas – serão mostrados para a hidrodinâmica (velocidades, pressão) e transferência de calor (temperatura e coeficiente de transferência de calor) do escoamento em golfadas, assim como para a geometria da célula unitária (comprimentos e frações de fase).

Palavras-chave: modelagem de escoamentos multifásicos, escoamento líquido-gás em golfadas, transferência de calor, altas pressões e gases densos, efeito Joule-Thomson.

ABSTRACT

PEREIRA, H.G.P. **Mechanistic modeling of two-phase liquid-gas slug flows with heat transfer and considering the Joule-Thomson effect.** Graduation Final Project (Mechanical Engineering), Federal University of Technology – Paraná. Curitiba, 2016, 94p.

The gas-liquid two-phase slug flow is largely found in the industry, especially in oil and gas production operations. The major part of the Brazilian oil production is offshore, where the cooling process of the oil-gas mixture is done through the pipe wall due to the external marine environment. The temperature decrease influences the properties of the mixture and also generates a change in the volume flow of the phases, especially the gas. Based on this context, the following research aims at developing a mechanistic model for the heat transfer in slug flows at high-pressure scenarios. In these scenarios, the gas must be treated as real and its density cannot be neglected in comparison to the liquid phase one, as it has usually been done in such type of models. The heat exchange between the gas and the pipeline wall and the temperature variation resulting from the pressure drop - known as the Joule-Thomson effect - are phenomena to be taken into account in the present work. The mathematical modeling encompasses the heat exchange of the phases with the pipe wall and the heat exchange between two unit cells - known as thermal scooping phenomenon. Moreover, a heat generation term is included in the energy balance so as to represent the Joule-Thomson effect. Results for the methane and water flows varying the inlet pressures from 100 to 250 bar will be shown for a 1,5 km-length pipeline. The inlet pressure effects - related mainly to the higher gas density - will be shown considering the hydrodynamics (velocity and pressure) and heat transfer (temperature and heat transfer coefficient) of the slug flow, as well as the geometry of the unit cell (lengths and phase fractions).

Keywords: multiphase flow modeling, liquid-gas slug flows, heat transfer, high pressure scenarios and high-density gases, Joule-Thomson effect.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 - Padrões de escoamento bifásico gás-líquido horizontal (Medina, 2011).	15
Figura 1.2 – Célula unitária do escoamento em golfadas.	16
Figura 1.3 – Bloqueio de uma tubulação de extração de petróleo e gás natural por formação de hidratos (Arquivo da Petrobras).....	18
Figura 2.1 – Seção transversal da tubulação na região: a) da bolha alongada e b) do pistão (Medina, 2011).	20
Figura 2.2 - Coeficiente de Joule-Thomson para o metano (Maric, 2005).	34
Figura 3.1 – Volumes de controle para aplicação da conservação da massa: a) do gás e b) do líquido na célula unitária (Bassani, 2014).....	38
Figura 3.2 – Representação das grandezas atuantes nas regiões da célula unitária para aplicação da equação da conservação da quantidade de movimento (Bassani, 2014).	42
Figura 3.3 – Volume de controle para a aplicação da conservação da quantidade de movimento: a) do líquido no filme e b) do gás na bolha alongada para encontrar o perfil de bolha de Taitel e Barnea (1990b), (Bassani, 2014).	44
Figura 3.4 - Volume de controle no pistão de líquido.	49
Figura 3.5 - Definição das temperaturas nas fronteiras em cada região da célula unitária.	53
Figura 3.6 - Circuito térmico do sistema (Bassani, 2014).....	58
Figura 5.1 – Comparação do presente trabalho e do modelo de Bassani <i>et al.</i> (2016) para: a) temperatura da mistura e b) coeficiente de transferência de calor ao longo da tubulação com pressão de entrada de 5 bar.	66
Figura 5.2 – Comparação do presente trabalho e do modelo de Bassani <i>et al.</i> (2016) para: a) pressão e b) velocidade superficial do gás ao longo da tubulação com pressão de entrada de 5 bar.	67

Figura 5.3 – Comparação do presente trabalho e do modelo de Bassani <i>et al.</i> (2016) para: a) temperatura da mistura e b) coeficiente de transferência de calor ao longo da tubulação com pressão de entrada de 250 bar.	68
Figura 5.4 – Comparação do presente trabalho e do modelo de Bassani <i>et al.</i> (2016) para: a) pressão e b) velocidade superficial do gás ao longo da tubulação com pressão de entrada de 250 bar.	69
Figura 5.5 – Resultados para: a) temperatura da mistura [K] e b) coeficiente de transferência de calor da mistura [W/m ² .K] para diferentes condições de pressão na entrada.	71
Figura 5.6 – Resultados para: a) Gradiente de pressão [Pa/m] b) Distribuição de pressão [Pa] para diferentes condições de pressão na entrada.	73
Figura 5.7 – Resultados para: a) velocidade superficial do gás [m/s], b) velocidade superficial do líquido [m/s], c) velocidade superficial da mistura e d) <i>liquid loading</i> para diferentes condições de pressão na entrada.	74
Figura 5.8 – Resultados para: a) fração de líquido na bolha [-], b) fração de gás na bolha [-], c) fração de líquido no pistão e d) fração de gás no pistão para diferentes condições de pressão na entrada.	75
Figura 5.9 – Resultados para: a) comprimento da bolha [m], b) comprimento do pistão [m] e c) comprimento da célula unitária [m] para diferentes condições de pressão na entrada.	76
Figura 5.10 – Influência do termo de geração de energia na temperatura da mistura [K] para metano e água a 250 bar na entrada.	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Relações geométricas para escoamento em golfadas horizontal (Bassani, 2014).....	21
Tabela 2.2 – Correlações para o cálculo do coeficiente de transferência de calor bifásico (Bassani, 2014).....	26
Tabela 3.1 – Cálculo das tensões de cisalhamento das estruturas (Bassani, 2014).	42
Tabela 3.2 – Correlações experimentais para o fechamento do modelo.	45
Tabela 3.3 – Resumo das principais equações do modelo.	60
Tabela 4.1 – Parâmetros de entrada para o modelo.	61
Tabela 5.1 – Parâmetros para a simulação da influência do gás no escoamento em golfadas.....	66
Tabela 5.2 – Parâmetros para a simulação da influência da pressão de entrada no escoamento em golfadas.	70

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas

A	Área da seção transversal do tubo	$[m^2]$
c	Calor específico	$[J/(kg.K)]$
D	Diâmetro da tubulação	$[m]$
D_H	Diâmetro hidráulico	$[m]$
E_o	Número de Eötvös	$[-]$
f	Fator de atrito	$[-]$
$freq$	Frequência da célula unitária	$[Hz]$
Fr	Número de Froude	$[-]$
F_0, F_1	Constantes para o cálculo da fração de líquido no pistão	$[-]$
g	Aceleração da gravidade	$[m/s^2]$
h	Coeficiente de transferência de calor ou coeficiente de película	$[W/(m^2.K)]$
h^G	Coeficiente de transferência de calor global	$[W/(m^2.K)]$
H	Altura do filme de líquido	$[m]$
j	Velocidade superficial de uma fase	$[m/s]$
J	Velocidade superficial da mistura	$[m/s]$
k	Condutividade térmica	$[W/(m.K)]$
L	Comprimento	$[m]$
\dot{m}_m	Vazão mássica de <i>scooping</i>	$[kg/s]$
n	Número do nó da tubulação	$[-]$
Nu	Número de Nusselt	$[-]$
P	Pressão	$[Pa]$
Pr	Número de Prandtl	$[-]$
\dot{Q}	Calor trocado	$[W]$
R	Fração de fase	$[-]$
Re	Número de Reynolds	$[-]$
S	Perímetro molhado	$[m]$
t	Tempo	$[s]$
T	Temperatura	$[K]$
U	Velocidade	$[m/s]$

\forall	Volume	[m ³]
z	Coordenada axial da tubulação	[m]
Z	Fator de compressibilidade do gás	[-]

Letras Gregas

θ	Ângulo molhado pelo filme	[rad]
β	Fator de intermitência	[-]
γ	Inclinação da tubulação	[rad]
κ	Fator de <i>scooping</i> térmico	[-]
μ	Viscosidade dinâmica	[Pa.s]
ρ	Massa específica	[kg/m ³]
σ	Tensão superficial	[N/m]
τ	Tensão de cisalhamento	[Pa]
ϕ	Referente à fase ($\phi = L; G$)	[-]
ψ	Referente à região do escoamento ($\psi = B; S$)	[-]

Índices

B	Região da bolha
ext	Referente ao fluido que escoava externamente à tubulação
f	Frente
i	Entrada da tubulação (<i>inlet</i>). Exceção: f_i , que indica o fator de atrito da interface entre o filme e a bolha alongada.
G	Gás. Exceção: h^G , de coeficiente de transferência de calor 'global'.
GB	Gás na região da bolha alongada
GS	Gás no pistão (bolhas dispersas)
L	Líquido
LB	Líquido na região da bolha alongada
LS	Líquido no pistão
m	Mistura
r	Traseira (do inglês, <i>rear</i>)
S	Região do pistão de líquido (do inglês, <i>slug</i>)

T Referente à velocidade de translação da célula unitária
U Célula unitária
W Parede (do inglês, *wall*)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Caracterização do Problema	16
1.2	Objetivos	17
1.3	Justificativas	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1	Fundamentação teórica	19
2.1.1	Conceitos básicos de escoamentos em golfadas	19
2.1.2	Relações termodinâmicas	22
2.1.3	Relações de transferência de calor	23
2.2	Modelos de escoamento em golfadas	27
2.2.1	Modelos em regime permanente	27
2.2.2	Modelos em regime transiente	28
2.2.3	Transferência de calor no escoamento em golfadas	29
2.2.4	Efeito Joule-Thomson	33
2.3	Comentários Finais	35
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	37
3.1	Modelagem hidrodinâmica	37
3.1.1	Conservação da massa	38
3.1.2	Conservação da quantidade de movimento	40
3.1.3	Fechamento do modelo hidrodinâmico	43
3.2	Modelo de transferência de calor	46
3.2.1	Variação de energia no volume de controle	47
3.2.2	<i>Scooping</i> térmico	48
3.2.3	Troca de calor com a parede	53
3.2.4	Efeito Joule-Thomson	54
3.2.5	Distribuição de temperaturas e coeficiente de transferência de calor	55
3.2.6	Fechamento do modelo de transferência de calor	57
3.3	Considerações finais	59
4	MÉTODO DE SOLUÇÃO	61
4.1	Avaliação de propriedades	62
4.2	Validação do modelo	63
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	65
5.1	Influência da energia do gás	65
5.2	O efeito da pressão no escoamento em golfadas	70
5.3	Influência do efeito Joule-Thomson	77
6	CONCLUSÃO	80
	PRODUÇÃO CIENTÍFICA	81
	REFERÊNCIAS	83

APÊNCIDE A – SENSIBILIDADE DO EFEITO JOULE-THOMSON	88
APÊNCIDE B – COMPORTAMENTO DO MODELO PARA GASES LEVES	90

1 INTRODUÇÃO

Na natureza e em processos industriais observa-se, com frequência, o escoamento simultâneo de duas ou mais fases. Este tipo de escoamento recebe o nome de escoamento multifásico. Em aplicações industriais, o escoamento multifásico é encontrado nos misturadores de siderurgias, em equipamentos de refrigeração como geradores de vapor, condensadores e torres de resfriamento, em plantas de potência e no transporte de misturas em tubulações, tais como nas linhas de produção de óleo e gás. Este último será o enfoque do presente trabalho.

O escoamento bifásico líquido-gás é um tipo de escoamento multifásico no qual as fases podem se arranjar geometricamente de diferentes maneiras dentro da tubulação. A esse arranjo geométrico das fases dentro da tubulação dá-se o nome de *padrão de escoamento*. A Figura 1.1 apresenta os principais padrões de escoamento em tubulações horizontais, sendo eles: estratificado, golfadas, anular e bolhas dispersas.

O escoamento estratificado ocorre principalmente para baixas vazões de líquido, sendo que a fase líquida ocupa a parte inferior da tubulação por ser mais densa que a fase gasosa. Com o aumento da vazão das fases, a interface líquido-gás torna-se instável e ondulada. A partir de certa vazão de líquido, essas instabilidades criam ondulações que tendem a aumentar o nível de líquido até que o mesmo atinja uma condição acima do equilíbrio de Kelvin-Helmholtz (Shoham, 2006; Conte, 2014), no qual o líquido encosta na parede superior da tubulação, formando os chamados *pistões*. Este padrão de escoamento é conhecido como golfadas (do inglês, *slug flow*), um padrão de escoamento caracterizado pela passagem intermitente de pistões e de bolhas alongadas. Para vazões ainda maiores de líquido, o aumento das tensões cisalhantes tende a dissociar a bolha alongada em bolhas menores e que escoam dispersas no meio líquido. Para o caso de aumento na vazão do gás a partir do escoamento em golfadas, as bolhas alongadas podem coalescer, formando um núcleo de gás rodeado por um filme de líquido, padrão de escoamento conhecido como anular.

Um dos métodos desenvolvidos para determinar o padrão de escoamento na qual a mistura escoar são os chamados *Mapas de Fluxo* (Mandhane *et al.*, 1974;

Taitel e Dukler, 1976; Shoham, 2006). Os mapas de fluxos são normalmente apresentados em função das vazões das fases (ou de suas velocidades superficiais) e são dependentes das propriedades das fases e das características geométricas da tubulação. Nos mapas de fluxo para escoamentos horizontais, o escoamento em golfadas ocorre em uma faixa central de vazões das fases – faixa a qual é normalmente encontrada em projetos de linhas de produção de óleo e gás.

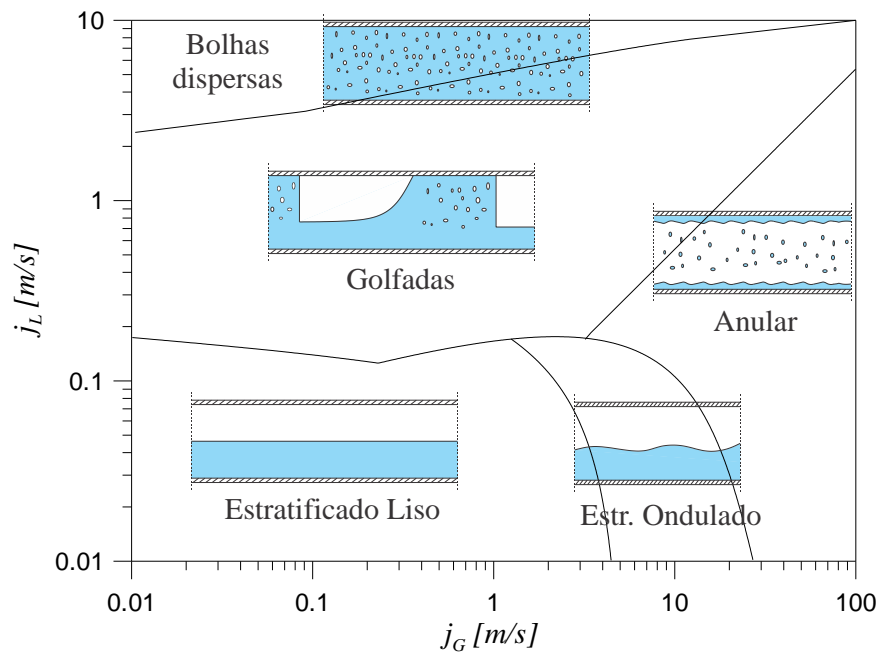


Figura 1.1 - Padrões de escoamento bifásico gás-líquido horizontal (Medina, 2011).

O escoamento em golfadas é caracterizado por duas regiões distintas e bem definidas: o pistão, que possui comprimento L_S ; e a bolha alongada, de comprimento L_B (Figura 1.2). Cada região pode possuir cada uma das duas fases, o líquido ou o gás. Assim, o pistão, majoritariamente composto por líquido com uma fração volumétrica de fase R_{LS} , pode conter bolhas dispersas a uma fração R_{GS} . Já a bolha alongada, com fração de gás R_{GB} , escoava sobre um filme de líquido, com fração de líquido de R_{LB} . Ao conjunto de uma bolha alongada e um pistão dá-se o nome de *célula unitária* (Wallis, 1969), conforme apresentado na Figura 1.2.

Os principais parâmetros do escoamento em golfadas, tais como pressão, temperatura, comprimentos e frações de fase das regiões, variam no tempo e no

espaço. Isto, combinado ao grande número de variáveis e fenômenos associados à interação entre as duas fases, faz com que o desenvolvimento de modelos matemáticos seja um problema de alta complexidade. Dessa forma, ainda não existe um modelo unificador e completo que retrate o comportamento do escoamento em golfadas. Esta tem sido uma linha de pesquisa que começou na década de 70 com o trabalho de Dukler e Hubbard (1975) e continua até hoje.

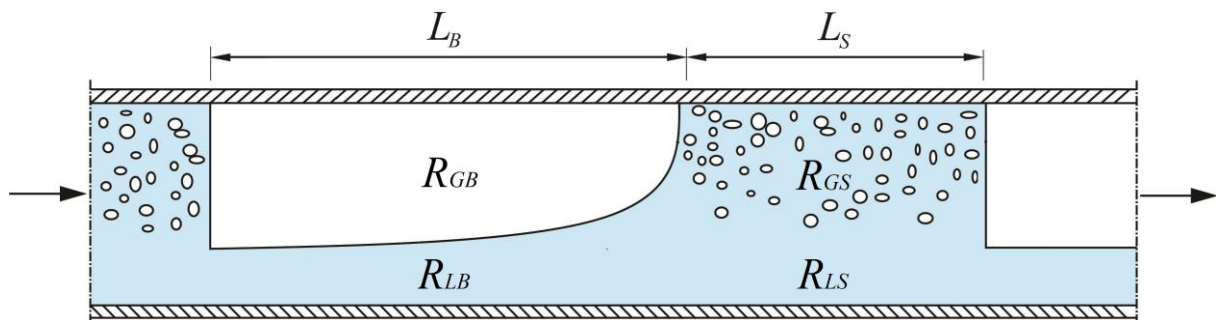


Figura 1.2 – Célula unitária do escoamento em golfadas¹.

1.1 Caracterização do Problema

A fim de estudar a distribuição de temperaturas e o coeficiente de transferência de calor bifásico para o escoamento em golfadas, diversos autores propuseram trabalhos experimentais e numéricos para descrever este tipo de escoamento. Alguns trabalhos de modelagem desconsideram os efeitos da fase gasosa na equação da energia (Bassani et al., 2016a), a partir da hipótese de alta diferença entre as massas específicas das fases, enquanto outros consideram (França et al., 2008; Medina et al., 2010; Medina et al., 2015). Entretanto, tais estudos não consideram o efeito Joule-Thomson. Este fenômeno é caracterizado pela mudança de temperatura de um gás quando o mesmo se expande a entalpia constante. De um ponto de vista de ‘caixa preta’ (do inglês, *black box*), o efeito Joule-Thomson pode ser interpretado como um termo de geração de calor dentro do volume de controle. Este fenômeno se torna mais acentuado para gases densos, quando as massas específicas das fases possuem ordem de grandeza semelhante. Este é

¹Todas as figuras não referenciadas são de autoria própria.

justamente o caso que será analisado neste trabalho, o escoamento em golfadas a altas pressões.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo propor uma modelagem mecanicista e unidimensional da transferência de calor em regime permanente do escoamento bifásico líquido-gás em golfadas. O trabalho de base a ser utilizado é o de Bassani *et al* (2016a), porém considerando um gás real e a inclusão da troca térmica devido à fase gasosa. Além disso, o efeito Joule-Thomson será modelado como um termo de geração na equação da energia. Estes dois novos fenômenos serão incluídos na modelagem de forma a retratar os escoamentos a altas pressões, cenário encontrado nas linhas de produção *offshore* de óleo e gás. As equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia serão aplicadas à célula unitária na sua forma integral. O principal interesse deste trabalho é analisar a influência da troca térmica do gás e do efeito Joule-Thomson na hidrodinâmica e transferência de calor dos escoamentos em golfadas.

1.3 Justificativas

Predizer com maior exatidão os fenômenos relacionados ao escoamento em golfadas é de fundamental importância para gerar informações para projetos de equipamentos da indústria de extração de óleo e gás, sempre visando o aumento de sua eficiência e de sua vida útil. Além disso, a correta previsão do estado termodinâmico da mistura, i.e., pressão e temperatura, é de fundamental importância para prever a precipitação de parafinas, asfaltenos e hidratos (Sloan *et al.*, 2011; Bassani, 2014). Essas precipitações de novas fases – geralmente sólidas – geram aumento na perda de carga do escoamento por bloqueio parcial ou completo da área útil ao escoamento. A Figura 1.3 retrata um caso extremo de formação de hidratos.



Figura 1.3 – Bloqueio de uma tubulação de extração de petróleo e gás natural por formação de hidratos (Arquivo da Petrobras).

Modelos de transferência de calor para escoamentos bifásicos líquido-gás considerando o efeito Joule-Thomson são pouco encontrados na literatura. Muitos estudos referentes à obtenção do coeficiente de Joule-Thomson são referentes ao efeito da expansão do gás em perfurações de poços para extração de petróleo. Charles (2012) demonstra que em perfuração de poços, o efeito Joule-Thomson é um dos fenômenos predominantes para descrever o comportamento da temperatura. Um dos trabalhos desenvolvidos para escoamento em golfadas é o de Cazarez-Candia *et al* (2011), que utilizam uma abordagem transiente e considerando o efeito de Joule-Thomson, porém sem levar em consideração a troca térmica entre as fases e com o meio externo. Considerando a troca de calor, os modelos de Zerpa *et al.* (2013) e de Simões *et al.* (2014) utilizam uma malha euleriana para a resolução da equação da energia no escoamento em golfadas em uma abordagem transiente. Porém, além do alto custo computacional, estes modelos possuem uma faixa restrita de convergência.

Visando contornar esses problemas, o presente trabalho apresenta uma modelagem mecanicista em regime permanente, considerando o efeito do gás no balanço de energia e o efeito Joule-Thomson.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta conceitos básicos de escoamentos multifásicos e de termodinâmica, seguido de uma revisão dos principais modelos de escoamento em golfadas encontrados na literatura. Os modelos de escoamento considerando a transferência de calor são apresentados em uma seção separada. Por fim, são apresentados trabalhos que consideram efeito Joule-Thomson para o equacionamento da energia.

2.1 Fundamentação teórica

Esta seção apresenta conceitos básicos sobre escoamentos multifásicos, termodinâmica e transferência de calor, em subseções separadas.

2.1.1 Conceitos básicos de escoamentos em golfadas

Nesta subseção são apresentados os conceitos básicos de escoamentos bifásicos líquido-gás em golfadas. Conforme já exposto no capítulo introdutório, este padrão de escoamento é composto por pistões de líquido, que podem ou não conter bolhas dispersas; e bolhas alongadas, que escoam sobre um filme de líquido. O conjunto de um pistão e uma bolha alongada é chamado de célula unitária (Wallis, 1969), conforme já apresentado na Figura 1.2 do capítulo introdutório. A célula unitária é caracterizada pelos comprimentos (L) e frações de fase (R) de cada região. Esses comprimentos e frações de fase, assim como os demais parâmetros do escoamento em golfadas (*e.g.*, velocidade, pressão, temperatura), possuem natureza intermitente, flutuando ao longo do espaço e do tempo.

A fração volumétrica da fase pode ser expressa, pontualmente, através de uma relação entre as áreas ocupadas. Assim, definem-se as frações de cada fase como (Shoham, 2006):

$$R_L \equiv \frac{A_L}{A} \quad ; \quad R_G \equiv \frac{A_G}{A} \quad (2.1)$$

sendo A a área da seção transversal da tubulação. Os índices L e G referem-se ao líquido e ao gás, respectivamente. As frações de fase são importantes para: o cálculo das velocidades das estruturas, pelo balanço de massa; e para a estimativa das tensões de cisalhamento para o balanço de quantidade de movimento – conforme será equacionado no Capítulo 3.

A Figura 2.1 apresenta a distribuição das fases na seção transversal das regiões da bolha alongada e do pistão. Na região da bolha alongada, as frações de líquido R_{LB} e de gás R_{GB} e os perímetros molhados pelo líquido S_{LB} , pelo gás S_{GB} e na interface S_i podem ser estimados por relações geométricas a partir da altura do filme de líquido H_{LB} . Tais relações geométricas constam na Tabela 2.1, sendo que a interface líquido-gás na região da bolha alongada é considerada retilínea.

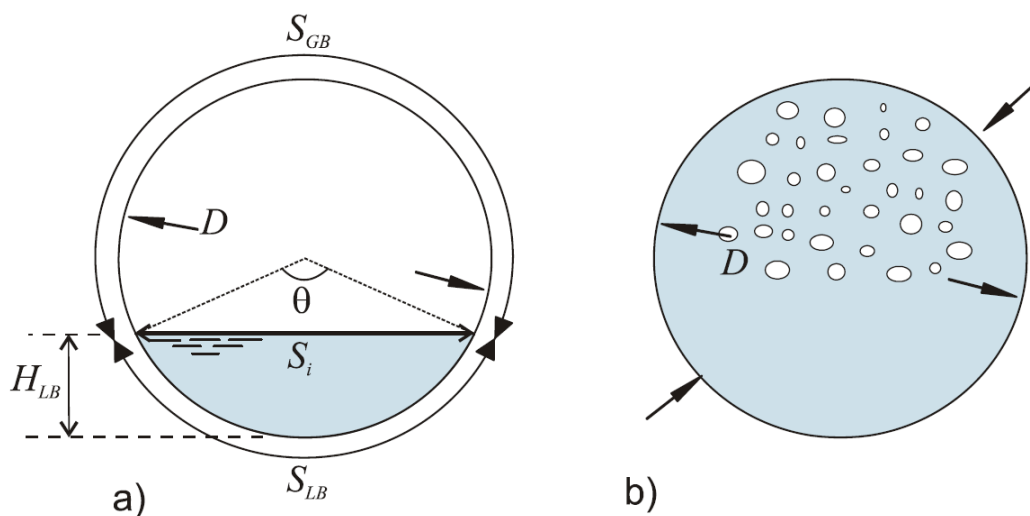


Figura 2.1 – Seção transversal da tubulação na região: a) da bolha alongada e b) do pistão (Medina, 2011).

Tabela 2.1 – Relações geométricas para escoamento em golfadas horizontal (Bassani, 2014).

Parâmetro	Equação
Fração de líquido na região da bolha alongada	$R_{LB} = \frac{1}{\pi} \left(\pi - a \cos \left(\frac{2H_{LB}}{D} - 1 \right) + \left(\frac{2H_{LB}}{D} - 1 \right) \sqrt{1 - \left(\frac{2H_{LB}}{D} - 1 \right)^2} \right) \quad (2.2)$
Perímetro molhado pelo filme de líquido	$S_{LB} = D \left(\pi - a \cos \left(\frac{2H_{LB}}{D} - 1 \right) \right) \quad (2.3)$
Perímetro molhado pelo gás na bolha alongada	$S_{GB} = \pi D - S_{LB} \quad (2.4)$
Perímetro da interface líquido-gás na região da bolha alongada	$S_i = D \sqrt{1 - \left(\frac{2H_{LB}}{D} - 1 \right)^2} \quad (2.5)$
Varição de R_{LB} com a altura do filme de líquido	$\frac{dR_{LB}}{dH_{LB}} = \frac{4}{\pi D} \sqrt{1 - \left(\frac{2H_{LB}}{D} - 1 \right)^2} \quad (2.6)$

Ao contrário dos escoamentos monofásicos, que possuem uma única velocidade bem definida, no escoamento em golfadas há diversas velocidades a serem consideradas. Essas velocidades podem ser definidas: (i) em relação à área ocupada por cada fase do escoamento em golfadas em cada região, chamadas de velocidades reais U ; ou (ii) em relação à seção transversal da tubulação, chamadas velocidades superficiais j . Shoham (2006) define a velocidade superficial como sendo a velocidade da fase caso ela escoasse sozinha na tubulação. Em outras palavras, a velocidade superficial é a razão entre a vazão volumétrica e a área da seção transversal da tubulação:

$$j_L = \frac{\dot{m}_L}{\rho_L A} \quad ; \quad j_G = \frac{\dot{m}_G}{\rho_G A} \quad (2.7)$$

sendo \dot{m} a vazão mássica e ρ a massa específica. A soma das velocidades superficiais das fases fornece a velocidade superficial da mistura J :

$$J = j_L + j_G \quad (2.8)$$

que representa a vazão volumétrica total da mistura dividida pela área da seção transversal. Em outras palavras, é a velocidade média com que a mistura escoar na tubulação.

Porém, para o conhecimento dos fatores de atrito e dos coeficientes de película de cada fase em cada região, é necessário o conhecimento de suas velocidades reais. A relação entre as velocidades superficiais e as velocidades reais é dada por (Shoham, 2006):

$$U_L = \frac{j_L}{R_L} ; U_G = \frac{j_G}{R_G} \quad (2.9)$$

2.1.2 Relações termodinâmicas

Segundo Çengel e Boles (1997), há diversos tipos de energia na natureza; entretanto, do ponto de vista da termodinâmica, a energia cinética E_K , a energia potencial gravitacional E_p e a energia interna \hat{U} são as mais importantes a serem analisadas. Com isso, pode-se definir a energia total E de um sistema em valores absolutos ou específicos (em relação à massa) como:

$$E = E_K + E_p + \hat{U} ; e = e_K + e_p + \hat{u} \quad (2.10)$$

Uma propriedade importante associada à energia interna é a entalpia específica i . Wallace e Linning (1970) definem a entalpia específica como a soma da energia interna específica e do trabalho específico do escoamento. Dessa forma, tem-se:

$$i = \hat{u} + \frac{P}{\rho} \quad (2.11)$$

Outra propriedade importante a ser definida é o calor específico, que para um gás depende se o processo ocorre a volume ou a pressão constante. Estas propriedades são definidas, respectivamente, pela variação da energia interna e da entalpia com a temperatura:

$$c_v = \left. \frac{\partial \hat{u}}{\partial T} \right|_{\rho=cte} \quad (2.12)$$

$$c_p = \left. \frac{\partial i}{\partial T} \right|_{P=cte} \quad (2.13)$$

Para líquidos, a energia interna específica varia pouco em relação à pressão quando a temperatura é mantida constante (Moran e Shapiro, 2006). Portanto, é razoável supor que a energia interna é somente dependente da temperatura, $\hat{u}(T,P) \approx \hat{u}(T)$. Assumindo o líquido como incompressível, sua massa específica é constante. Dessa forma, as equações (2.12) e (2.13) são equivalentes para a fase líquida, $c_{p,L} \approx c_{v,L} \approx c_L$. Assumindo ainda que o calor específico do líquido é constante com a temperatura, pode-se integrar as equações (2.12) e (2.13) de forma a obter:

$$\Delta i_L \approx \Delta \hat{u}_L \approx c_L \Delta T_L \quad (2.14)$$

2.1.3 Relações de transferência de calor

Nesta subseção são apresentadas algumas correlações para o cálculo do coeficiente de película em escoamentos monofásicos e bifásicos. O coeficiente de transferência de calor para escoamentos monofásicos é importante para prever a troca de calor de cada fase em cada região da célula unitária.

Coeficiente de transferência de calor para escoamento monofásico

Incropera *et al* (2008) apresentam uma compilação de correlações para o coeficiente transferência de calor em escoamentos monofásicos. Essas correlações geralmente são expressas por três parâmetros: o número de Reynolds Re , o número de Prandtl Pr e o fator de atrito f . O número de Reynolds evidencia a influência da hidrodinâmica do escoamento. O número de Prandtl relaciona a hidrodinâmica do escoamento com a transferência de calor através das difusividades viscosa e térmica. Por fim, o fator de atrito retrata a influência das ações viscosas no coeficiente de película. Trabalhos anteriores (Medina *et al.*, 2010; Bassani *et al*, 2016a) utilizaram a correlação de Gnielinski (1976) para estimar o coeficiente de película de cada fase em cada região:

$$h_\phi = \frac{(f_\phi / 8)(Re - 1000)Pr_\phi}{1 + 12,7(f_\phi / 8)^{1/2}(Pr_\phi^{2/3} - 1)} \frac{k_\phi}{D_{h,\phi}} \quad (2.15)$$

sendo k a condutividade térmica do fluido e D_h o diâmetro hidráulico. O índice ϕ representa a estrutura do escoamento analisada, ou seja, o comprimento da bolha alongada LB , o comprimento do pistão LS , o gás na região da bolha GB e o gás na região do pistão GS . O fator de atrito na equação (2.15) é dado por

$$f_\phi = \left[0,79 \cdot \ln(\text{Re}_\phi) - 1,64 \right]^{-2}.$$

Coeficiente de transferência de calor para escoamento bifásico

Os estudos da literatura sobre a transferência de calor em escoamento multifásicos visam principalmente a determinação do coeficiente de transferência de calor. Diversas correlações foram criadas a partir de dados experimentais com esse intuito, normalmente em função das propriedades e velocidades superficiais das fases.

DeGance e Atherton (1970) propuseram uma correlação para o cálculo do coeficiente de transferência de calor a partir de uma analogia com o escoamento monofásico. A eq. (2.16) (Tabela 2.2) considera a hipótese de não-deslizamento, ou seja, de que as duas fases escoam com a mesma velocidade. A vantagem da utilização desta hipótese é que a fração da fase se reduz à razão entre as velocidades superficiais, $R_{\phi,NS} = j_\phi / J$ (Shoham, 2006), sendo o índice NS relativo ao não-deslizamento (do inglês, *no-slip*).

Shah (1981) propôs uma correlação para o cálculo do coeficiente bifásico de transferência de calor em função da razão das velocidades superficiais das fases, eq. (2.17). Ele relacionou o coeficiente bifásico de transferência de calor com o coeficiente de película do escoamento monofásico do líquido, principal fase contribuinte na troca de calor (Deshpande *et al.*, 1991).

Shoham (2006) propôs uma correlação para o cálculo do coeficiente de transferência de calor da mistura em função do escoamento monofásico de líquido e associando esse termo ao parâmetro X de Lockhart-Martinelli, eq. (2.18).

Kim e Ghajar (2006) propuseram uma correlação mais geral para o cálculo do coeficiente bifásico de transferência de calor. Os autores consideram constantes C , m , n , p , q e r dependentes do padrão de escoamento. Além disso, os autores

definem um fator de padrão de escoamento F_p , que visa associar as áreas de molhamento de cada fase com os diferentes padrões de escoamento.

França *et al* (2008) desenvolveram uma expressão para o cálculo do coeficiente bifásico de transferência de calor ponderando as trocas de calor do filme, da bolha e do pistão pelos tempos de passagem de cada uma das regiões da célula unitária. Eles consideraram as condições de contorno de temperatura externa constante e de fluxo de calor constante na parede, obtendo as eqs. (2.20) e (2.21), respectivamente.

Bassani *et al* (2016a) apresentaram uma expressão para o cálculo do coeficiente bifásico de transferência de calor similarmente ao proposto por França *et al*. (2008), porém considerando a troca de calor entre duas células unitárias vizinhas. Os autores também utilizaram correlações do escoamento monofásico para obter uma expressão que represente o coeficiente de transferência de calor da mistura, como mostrado na eq. (2.22).

A Tabela 2.2 apresenta uma compilação das correlações acima citadas.

Tabela 2.2 – Correlações para o cálculo do coeficiente de transferência de calor bifásico (Bassani, 2014).

Autor(es)	Correlação	Observações
DeGance e Atherton (1970)	$Nu_{NS} = \frac{h_{NS} D}{k_{NS}} = 0,023 Re_{NS}^{0,8} Pr_{NS}^{1/3} \quad (2.16)$	NS = não deslizamento (<i>non slip</i>) k = condutividade térmica
Shah (1981)	$\frac{h_{TP}}{h_L} = \left(1 + \frac{j_G}{j_L}\right)^{0,25} \quad (2.17)$ <i>Laminar:</i> $Nu_L = 1,86 (Re_L Pr_L D/L)^{1/3} (\mu_m / \mu_w)^{0,14}$ <i>Turbulento:</i> $Nu_L = 0,023 Re_L^{0,8} Pr_L^{0,4} (\mu_m / \mu_w)^{0,14}$	μ_m – viscosidade da mistura avaliada na temperatura da mistura μ_w – viscosidade da mistura avaliada na temperatura da parede
Shoham (2006)	$\frac{h_{TP}}{h_L} = C \left(\frac{1}{X_{TT}}\right)^n \quad (2.18)$ $X_{TT} = \left(\frac{1-X}{X}\right)^{0,9} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L}\right)^{0,5} \left(\frac{\mu_L}{\mu_G}\right)^{0,1} \quad (0.17)$	C, n = constantes X = título X _{TT} = parâmetro de Lockhart- Martinelli adaptado para cálculos térmicos
Kim e Ghajar (2006) e aprimorada por Tang e Ghajar (2007)	$\frac{h_{TP}}{h_L} = F_p \left\{ 1 + C \left[\left(\frac{X}{1-X}\right)^m \left(\frac{1-F_p}{F_p}\right)^n \left(\frac{Pr_G}{Pr_L}\right)^p \left(\frac{\mu_G}{\mu_L}\right)^q I^r \right] \right\}$ $F_s = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\rho_G (U_G - U_L)^2}{gD(\rho_L - \rho_G) \cos \gamma}} \right); F_p = R_L + R_G F_s^2$ $I = 1 + \frac{gD(\rho_L - \rho_G) \sin \gamma}{\rho_L j_L^2} \quad (2.19)$	C, m, n, p, q, r = constantes dependentes do padrão de escoamento F _s = fator de forma F _p = fator de padrão de escoamento, com F _p = f(F _s , fração de gás na célula unitária), verificar artigo original para maior detalhamento I = fator de inclinação X = título
França et al (2008)	$h_{TP} = h_{LS} \frac{L_S}{L_U} + \left(\frac{h_{LB} S_{LB} + h_{GB} S_{GB}}{\pi D} \right) \frac{L_B}{L_U} \quad \text{para TEC} \quad (2.20)$ $\frac{1}{h_{TP}} = \frac{1}{h_{LS}} \frac{L_S}{L_U} + \left(\frac{\pi D}{h_{LB} S_{LB} + h_{GB} S_{GB}} \right) \frac{L_B}{L_U} \quad \text{para FCC} \quad (2.21)$	TEC = Temperatura Externa Constante FCC = Fluxo de Calor Constante
Bassani et al (2016a)	$h_{TP} = \left(h_{LB} \frac{S_{LB}}{S} \frac{L_B}{L_U} + h_{LS} \frac{S_{LS}}{S} \frac{L_S}{L_U} - \frac{\kappa \dot{m}_{Lx} C_L}{SL_U} \right) \frac{j_L}{R_{LU} U_T} \quad (2.22)$	Para temperatura externa constante $\kappa \dot{m}_{Lx}$ - referente à troca de calor entre duas células unitárias vizinhas

2.2 Modelos de escoamento em golfadas

O escoamento bifásico líquido-gás em golfadas é um fenômeno intermitente e transiente. Devido à complexidade desse fenômeno, modelos mecanicistas simplificados em regime estacionário foram realizados a fim de descrever a evolução dos parâmetros médios do escoamento em golfadas ao longo da tubulação. Com o avanço da tecnologia computacional na década de 90, diferentes tipos modelos em regime transiente começaram a ser desenvolvidos. A seguir, uma revisão dos principais trabalhos de modelagem do escoamento em golfadas é apresentado em subseções para as abordagens em regime permanente e transiente.

2.2.1 Modelos em regime permanente

A maioria dos modelos de escoamento em golfadas encontrados na literatura são isotérmicos, ou seja, levam em consideração apenas a hidrodinâmica do escoamento. Dentre eles, destacam-se os chamados modelos mecanicistas – também chamados de estacionários ou em regime permanente. Nos mesmos, as células unitárias se repetem no espaço, de forma periódica. A caracterização do escoamento em golfadas é realizada através de balanços de massa e quantidade de movimento englobando as regiões da célula unitária, de forma a encontrar as velocidades das fases e o gradiente de pressão da mistura. Dukler e Hubbard (1975) apresentaram um dos primeiros modelos do escoamento em golfadas, considerando tubulações horizontais. Os autores desprezam a queda de pressão ao longo da bolha alongada e consideram uma distribuição de pressão linear na região do pistão. Fernandes *et al.* (1983) utilizaram a mesma metodologia considerando peso e empuxo a fim de desenvolver um modelo para escoamentos verticais. Posteriormente, Taitel e Barnea (1990a) propuseram um modelo unificador para qualquer inclinação de tubulação, considerando o atrito na interface líquido-gás. A grande contribuição desse último trabalho foi a formulação de um modelo para o perfil da bolha alongada.

Os modelos estacionários normalmente podem ser implementados em uma lógica estruturada e de relativa baixa complexidade – quando comparado aos modelos transientes (Medina, 2011). Eles são capazes de prever razoavelmente

bem as médias dos principais parâmetros do escoamento, porém sem prever a sua distribuição (valores máximos, mínimos e desvios padrões). Para capturar a intermitência e as flutuações do escoamento, assim como fenômenos relacionados aos mesmos, tais como o coalescimento de bolhas alongadas, uma modelagem transiente deve ser adotada.

2.2.2 Modelos em regime transiente

O início da modelagem transiente de escoamentos em golfadas coincidiu com o advento da informática na década de 90, visto a maior necessidade computacional que estes modelos exigem. Diversas abordagens foram estudadas, destacando-se: a abordagem de dois fluidos (do inglês, *Two-Fluid Model* ou *Slug Capturing*), a abordagem de deslizamento (*Drift Flux*) e a abordagem de seguimento de pistões (*Slug Tracking*).

Os modelos de dois fluidos e de deslizamento utilizam a formulação diferencial das equações de conservação em uma malha Euleriana. Estes modelos capturam a formação das golfadas a partir do crescimento de ondas na interface do escoamento estratificado. O modelo de dois fluidos possui um custo computacional maior e uma região de convergência do problema delimitada. O modelo de deslizamento tenta contornar estes dois problemas utilizando uma correlação de deslizamento entre as fases, correlação escassa na literatura, visto a dificuldade em mensurar esta grandeza.

Pelo outro lado, o modelo de seguimento de pistões utiliza uma abordagem semelhante aos modelos em regime permanente, onde a formulação integral das equações de conservação é aplicada a volumes de controle envolvendo as diferentes regiões da célula unitária. Este tipo de modelo usa uma malha Lagrangiana. Devido à semelhança na abordagem entre o modelo de seguimento de pistões com a abordagem aqui utilizada, a abordagem de seguimento de pistões será a única a ser tratada nesta revisão.

Zheng et al (1994) modelaram leves mudanças na inclinação da tubulação, considerando o acúmulo de líquido no cotovelo devido à diferença de massa específica entre as fases. Além disso, o seu modelo leva em consideração a

aeração do pistão. Posteriormente, Barnea e Taitel (1998) aprimoraram a modelagem para considerar o gás na bolha alongada como compressível e a fração de líquido no filme como variável.

Nydal e Banerjee (1995) desenvolveram um modelo transiente para o escoamento bifásico em golfadas. Os autores desprezaram a aeração no, embora a variação da fração de líquido no filme tenha sido considerada. Posteriormente, Nydal *et al* (2003) reformularam seu trabalho para levar em consideração a aeração do pistão de líquido.

Finalmente, Rodrigues (2009) considerou a aeração do pistão, os termos de fluxo de massa e quantidade de movimento nas fronteiras do volume de controle, a variação da quantidade de movimento no filme de líquido, o fenômeno de coalescimento de bolhas alongadas e o atrito no filme, considerando uma inclinação qualquer para a tubulação.

2.2.3 Transferência de calor no escoamento em golfadas

Esta seção apresenta uma revisão de estudos desenvolvidos sobre a transferência de calor em escoamentos bifásico líquido-gás em golfadas. Os primeiros estudos publicados sobre o tema são de caráter experimental. Mais recentemente, alguns modelos matemáticos que consideram a transferência de calor no escoamento intermitente foram desenvolvidos, utilizando abordagens mecanicistas (Medina *et al.*, 2010; Bassani *et al.*, 2016a), de seguimento de pistões (Medina, 2011; Medina *et al.*, 2015), de dois fluidos (Simões *et al.*;2014) e de deslizamento (Rao, 2013; Zerpa *et al.*, 2013). Estes modelos, visto que ainda recentes, estão em percurso de desenvolvimento, sendo que o presente trabalho justamente enfoca no aprimoramento de modelos com abordagem mecanicista.

Shoham *et al* (1982) realizaram um estudo experimental sobre a influência da transferência de calor no escoamento em golfadas para tubulações horizontais. Uma bancada experimental foi montada com termopares distribuídos radialmente na seção transversal da tubulação. Os autores mediram a variação de temperatura, o coeficiente de transferência de calor e o fluxo de calor nas diferentes regiões da

célula unitária, a citar: no nariz da bolha, no pistão de líquido, no filme e no interior da bolha alongada.

Camargo (1991) desenvolveu um trabalho experimental para o cálculo dos parâmetros hidrodinâmicos e térmicos para uma mistura bifásica em tubulações horizontais. A bancada experimental utilizada pelo autor consistiu em uma mistura bifásica escoando no interior da tubulação sendo resfriada externamente por água. O autor mediu a queda de pressão e as temperaturas dos fluidos. Contribuindo para este trabalho, França *et al* (2008) desenvolveram um modelo para o cálculo da transferência de calor em escoamento em golfadas utilizando diversos fluidos de trabalho: ar-água, gás natural-água e gás natural-óleo. Os resultados obtidos em seu trabalho foram comparados com o trabalho de Dukler e Hubbard (1975), identificando boa concordância.

Deshpande *et al.* (1991) realizaram um estudo experimental sobre a transferência de calor para o escoamento bifásico ar-água em tubulações horizontais. A partir de medições em diversos pontos da tubulação, os autores identificaram que o coeficiente de película na parte superior da tubulação é menor quando comparado à parte inferior. Isso ocorre devido: (i) a bolha alongada viajar colada à parede superior e (ii) à capacidade térmica do gás ser menor do que a capacidade térmica do líquido. Os autores concluíram que a vazão de líquido é bastante influente no coeficiente de transferência de calor da mistura. Porém, o mesmo não pode ser dito sobre a vazão do gás. É importante perceber que o cenário das medições experimentais de Deshpande *et al* (1991) retratam condições nas quais a densidade do gás é muito menor que a do líquido - conforme considerado na abordagem mecanicista de base para o presente trabalho (Bassani *et al.*, 2016a). Este cenário é característico de escoamento a baixas pressões e de gases leves - como o ar, por exemplo. Por fim, foi constatado que os principais parâmetros influentes no coeficiente de transferência de calor são as velocidades superficiais de líquido, a frequência do escoamento e a razão entre os comprimentos da bolha e do pistão.

Hetsroni *et al* (1998a,b) desenvolveram trabalhos sobre a transferência de calor em escoamento em golfadas para tubulações horizontais e levemente inclinadas, respectivamente, e consideraram ar e água como fluidos de trabalho. Os autores

utilizaram um aquecedor elétrico fixado na parede externa da tubulação. Hetsroni *et al* (1998a), obtiveram as distribuições de temperaturas em torno da parede do duto assim como o coeficiente de transferência de calor. Os autores concluíram que na parte inferior da tubulação o coeficiente de transferência de calor não aparenta sofrer influência do comprimento da bolha e da frequência do escoamento. Embora esses parâmetros não influenciem de maneira significativa na parte inferior da tubulação, eles contribuem para o acréscimo do coeficiente de transferência de calor na parte superior do duto. Hetsroni *et al* (1998b) propuseram uma expressão para o cálculo do coeficiente de transferência de calor em função de uma média temporal. Os autores evidenciaram que a principal mudança do escoamento horizontal para o inclinado é o aumento do coeficiente de película local devido à turbulência criada na traseira da bolha em função da ação gravitacional.

Kim e Ghajar (2006) realizaram um amplo estudo sobre a transferência de calor a fim de determinar o coeficiente de transferência de calor bifásico para diferentes tipos de padrões de escoamento. Eles identificaram que o coeficiente de transferência de calor é mais sensível à fase líquida - de novo uma constatação válida para gases leves e/ou baixas pressões. Os autores identificaram que o padrão de escoamento é altamente influente no valor do coeficiente de transferência de calor, visto que os perímetros molhados pelas fases variam conforme o arranjo geométrico das mesmas.

Lima (2009) desenvolveu um trabalho experimental para a obtenção do coeficiente de transferência de calor, focando no padrão em golfadas. O autor fez medições de pressão e temperatura na entrada e na saída de uma tubulação de cobre de 52 mm-ID, com 6 m de comprimento e resfriada por um trocador de calor tubular concêntrico. Os resultados de temperatura foram utilizados para estimar o coeficiente de transferência de calor bifásico com $\pm 20\%$ de precisão. Os resultados obtidos foram comparados com trabalhos da literatura, sendo que a correlação experimental de Kim e Ghajar (2006) é a que apresenta a melhor concordância. Os dados experimentais de Lima (2009) foram utilizados para validação de modelos de escoamento em golfadas anteriores (Medina, 2011; Bassani *et al.*, 2016a).

Medina (2011) desenvolveu um modelo matemático para acompanhar a evolução do escoamento em golfadas com transferência de calor. Seu trabalho leva

em consideração o fenômeno de coalescência das bolhas e a transferência de massa entre duas células unitárias. Ademais, considera as duas condições de contorno térmico mais comuns (Bejan, 2013): (i) temperatura constante do meio externo e (ii) fluxo de calor constante na parede da tubulação. Os resultados obtidos foram comparados com dados experimentais (Lima, 2009) e correlações (Shah, 1981; Kim e Ghajar, 2006), apresentando boa concordância.

Mais recentemente, Zerpa *et al.* (2013) e Simões *et al.* (2014) apresentaram modelo para o escoamento em golfadas com transferência de calor utilizando abordagens de deslizamento e de dois fluidos, respectivamente. Eles consideraram a energia do gás e o efeito Joule-Thomson. Porém, como já discutido anteriormente, o modelo de deslizamento é baseado em uma correlação de deslizamento entre as fases – o que dá nome ao modelo –, e a alta complexidade no desenvolvimento deste tipo de correlação pode introduzir incertezas ao modelo. Já o modelo de dois fluidos, que contorna o uso desta correlação, apresenta grande custo computacional e uma zona de convergência restrita para uma determinada faixa de vazões de líquido e gás – uma situação indesejável ao simular tubulações de longo comprimento.

Visando contornar esse problema, Bassani *et al.* (2016a) desenvolveram um modelo mecanicista para o escoamento em golfadas com transferência de calor. Estes modelos possuem baixo custo computacional e uma ampla faixa de convergência – quando comparados aos modelos anteriores. Em contrapartida, visto que eles não rastreiam as células unitárias ao longo do escoamento, a modelagem de fenômenos de intermitência como o coalescimento de bolhas alongadas ou fenômenos de intercorrelação entre duas células unitárias vizinhas possuem um grau maior de complexidade. Mesmo assim, o trabalho dos autores é o primeiro a considerar a troca térmica entre duas células unitárias vizinhas (*scooping térmico*) para o escoamento em golfadas utilizando este tipo de abordagem. Eles afirmam que o fenômeno de *scooping* térmico é responsável por aproximadamente 16% de melhoria na estimativa do gradiente de temperatura médio e do coeficiente de transferência de calor. O trabalho de Bassani *et al.* (2016a), por utilizar a abordagem mecanicista, gera expressões analíticas para a distribuição de pressão e temperatura ao longo da tubulação em função: (i) da geometria da célula unitária,

(ii) da hidrodinâmica do escoamento em golfadas, (iii) da troca de calor da mistura com a parede, e (iv) da troca de calor axial entre duas células unitárias vizinhas.

O trabalho de Bassani et al. (2016a) foi recentemente expandido (Bassani et al., 2016b) para considerar a transferência de massa e a geração de calor quando ocorre a formação de uma terceira fase sólida no escoamento – os chamados *hidratos*. Como esses cristais são mais propícios de formar em cenários de alta pressão (Sloan et al., 2011), a contribuição da transferência de calor da fase gasosa deve ser levada em consideração, visto que nesses casos a massa específica do gás muitas vezes é da mesma ordem de grandeza que a do líquido.

Seguindo o modelo de Bassani et al. (2016a), o presente trabalho justamente expande a modelagem de transferência de calor para considerar a contribuição do gás no balanço de energia. Porém, a formação de hidratos não será considerada. Além do mais, um novo fenômeno deve ser considerado quando a energia do gás não é desprezível – a variação de temperatura devido à queda de pressão, também conhecido como efeito Joule-Thomson. Este será o tópico da próxima subseção.

2.2.4 Efeito Joule-Thomson

O coeficiente de Joule-Thomson é definido como sendo a variação de temperatura devido à variação de pressão de uma fase durante um processo isentálpico:

$$\eta = \left[\frac{\partial T}{\partial P} \right]_i \quad (2.23)$$

sendo T a temperatura, P a pressão. O índice i representa o processo a entalpia constante.

Maric (2005) desenvolveu um método numérico para calcular o coeficiente do Joule-Thomson do gás natural. O autor afirma que a magnitude do coeficiente de Joule-Thomson depende da composição do gás, das pressões parciais de cada componente e da temperatura absoluta. A Figura 2.2 apresenta os resultados obtidos com o modelo numérico desenvolvido pelo autor. Cada curva representa uma condição de temperatura. Todas elas apresentam um ponto de inversão no

sinal de η . Quando $\eta > 0$, a queda de pressão representa um resfriamento do sistema. Já quando $\eta < 0$, esse comportamento muda, sendo que quedas de pressão representam um aquecimento do sistema. Esse segundo caso acontece principalmente para pressões elevadas, acima de 40 MPa.

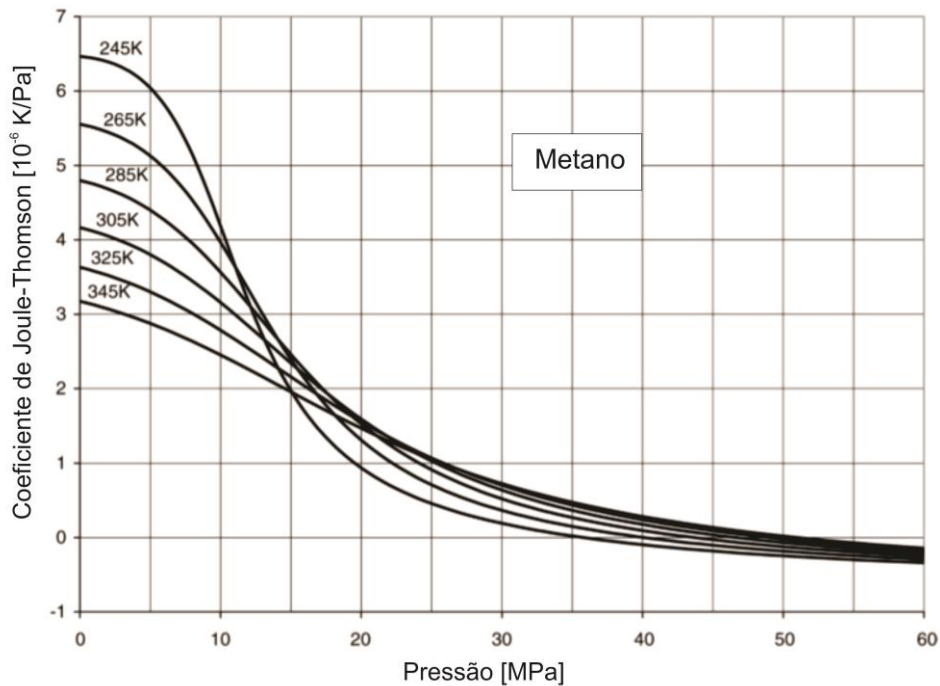


Figura 2.2 - Coeficiente de Joule-Thomson para o metano (Maric, 2005).

Oldenburg (2007) realizou um trabalho para estudar o resfriamento causado pelo efeito Joule-Thomson em reservatórios de gás natural para processos de injeção de CO_2 . O autor concluiu que, quando há inclusão de CO_2 a baixas pressões, a variação de temperatura não é maior do que 4°C . Entretanto, quando altos gradientes de pressão são impostos ao sistema, a variação da temperatura do gás pode atingir valores de 20°C .

Cazarez-Candia *et al* (2011) desenvolveram um modelo transiente, adiabático e unidimensional utilizando uma abordagem de dois fluidos. Eles acoplaram as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e do balanço de energia para cada fase (líquido e gás) utilizando um método de diferenças finitas. No modelo desenvolvido, é possível determinar as velocidades características do

escoamento, as pressões, as frações volumétricas de cada fase e os perfis de temperatura das fases para qualquer ângulo de escoamento. Porém, os autores concluíram que a inclusão do efeito Joule-Thomson no balanço de energia não alterou significativamente o perfil de temperatura para os casos simulados.

Charles (2012) acoplou as três equações de conservação para determinar o perfil de temperatura em perfurações de poços. Ele ainda propôs um método para a obtenção da capacidade térmica e do coeficiente de Joule-Thomson. O efeito Joule-Thomson foi considerado como função das fases dos fluídos (água, óleo e gás) e também da vazão entre as fases. O autor demonstra que, em processos de perfuração de poços, o efeito Joule-Thomson é um dos fenômenos predominantes para descrever o comportamento da temperatura.

Nascimento (2013) desenvolveu um simulador para a queda de temperatura e pressão em escoamentos multifásicos, válido para qualquer ângulo de inclinação para a tubulação. O autor comparou seu modelo com o simulador comercial *PIPESIM*[®], obtendo boa concordância. Ambos os modelos – Nascimento (2013) e *PIPESIM*[®] – utilizam uma ponderação entre as vazões mássicas das fases para determinar o coeficiente de Joule-Thomson da mistura η_m em escoamentos multifásicos, dada pela expressão:

$$\eta_m = \frac{\dot{m}_g \eta_g + \dot{m}_o \eta_o + \dot{m}_w \eta_w}{\dot{m}} \quad (2.24)$$

sendo \dot{m} o fluxo mássico das fases e os índices g , o e w referentes ao gás, ao óleo e à água, respectivamente.

2.3 Comentários Finais

Neste capítulo, foi apresentada uma revisão bibliográfica dos modelos do escoamento bifásico líquido-gás em golfadas – tanto a hidrodinâmica quanto a transferência de calor – e dos estudos sobre o efeito Joule-Thomson. Apesar da existência de alguns modelos recentes capazes de caracterizar o escoamento em golfadas com transferência de calor, os efeitos do gás no balanço de energia e o efeito Joule-Thomson, esses normalmente utilizam uma malha finamente

discretizada para a resolução das equações de conservação, gerando um alto custo computacional quando simulações de tubulações de longa distância são necessárias. O modelo mecanicista visa contornar este problema, no qual escoamentos bifásicos em tubulações de comprimento na ordem de quilômetros podem ser rapidamente solucionados. Mesmo assim, os modelos mecanicistas existentes na literatura englobam menos fenômenos que os modelos transientes já mencionados. Dessa forma, o presente trabalho aborda a modelagem de dois desses fenômenos que ainda não foram inclusos nos modelos mecanicistas, sendo eles: (i) a contribuição da fase gasosa no balanço de energia e (ii) o efeito Joule-Thomson. Esses fenômenos, desprezados para simulações de gases leves e condições de baixa pressão (Bassani *et al.*, 2016a), devem ser considerados quando simulações representativas de produção *offshore* são considerados – gases densos e cenários de alta pressão.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo apresenta a modelagem mecanicista do escoamento de líquido e gás em golfadas com transferência de calor para tubulações horizontais. O capítulo é dividido em seções para: (i) a modelagem hidrodinâmica, seguindo o modelo de Taitel e Barnea (1990), e (ii) a modelagem da transferência de calor. O balanço de massa do líquido e do gás será aplicado a um volume de controle transladando com a célula unitária a fim de obter as velocidades do pistão, do filme e da bolha alongada. O balanço de quantidade de movimento é aplicado para a célula unitária de forma a encontrar uma expressão para a distribuição de pressão ao longo da tubulação. O balanço de energia será usado para determinar a distribuição de temperatura da mistura ao longo da tubulação, considerando os fenômenos de *scooping* térmico, a energia do gás e o efeito Joule-Thomson.

3.1 Modelagem hidrodinâmica

A modelagem hidrodinâmica do escoamento em golfadas é baseada no modelo de Taitel e Barnea (1990). As seguintes hipóteses são adotadas:

- i. Escoamento horizontal e unidimensional;
- ii. Líquido incompressível;
- iii. Gás real;
- iv. Regime permanente;
- v. Fluidos Newtonianos;
- vi. Bolhas dispersas homoganeamente distribuídas no pistão;
- vii. Altura de filme de líquido constante;
- viii. Perfil de velocidades uniforme em cada região da célula unitária.

3.1.1 Conservação da massa

De acordo com Fox e McDonald (2006), a equação da conservação da massa em sua formulação integral pode ser expressa conforme:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{U} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (3.1)$$

sendo que ∇ representa o volume e U a velocidade relativa do fluido cruzando a superfície de controle. Os índices VC e SC representam o volume e a superfície de controle, respectivamente. O primeiro termo da eq. (3.1) representa a variação temporal de massa cruzando as fronteiras do volume de controle e o segundo termo da equação representa o fluxo líquido de massa cruzando as fronteiras da superfície de controle. Considerando que o fluxo de massa entrando na célula unitária é igual ao que está saindo, o primeiro termo da conservação da massa é nulo (Taitel e Barnea, 1990).

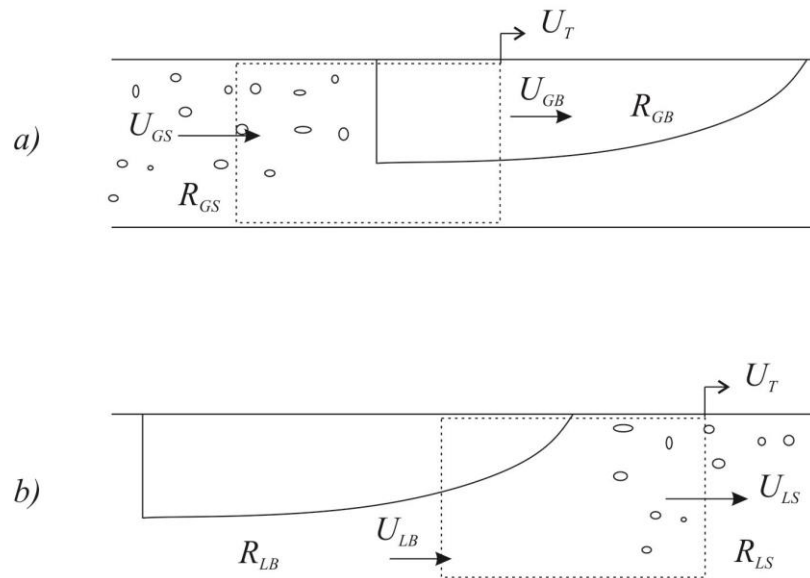


Figura 3.1 – Volumes de controle para aplicação da conservação da massa: a) do gás e b) do líquido na célula unitária (Bassani, 2014).

Aplicando a conservação da massa do gás no volume de controle da Figura 3.1a, o qual se move com a mesma velocidade de translação da bolha alongada:

$$\rho_G (U_{GB} - U_T) A R_{GB} - \rho_G (U_{GS} - U_T) A R_{GS} = 0 \quad (3.2)$$

sendo U_G a velocidade real do gás em cada região e AR a área ocupada pela fase. Os índices GS e GB representam as bolhas dispersas no pistão e na bolha alongada, respectivamente. O primeiro termo da eq. (3.2) representa o fluxo mássico que sai do volume de controle da Figura 3.1a. Considera-se que a variação de pressão dentro da célula unitária é pequena, assumindo-se uma massa específica constante para o gás dentro do volume de controle. Logo, as massas específicas se anulam, assim como a área da seção transversal. Ainda sabendo que $R_{GS} = 1 - R_{LS}$, obtém-se uma expressão para a velocidade da bolha alongada U_{GB} :

$$U_{GB} = U_T - (U_T - U_{GS}) \frac{(1 - R_{LS})}{R_{GB}} \quad (3.3)$$

A velocidade de translação da célula unitária U_T e a fração de líquido no pistão R_{LS} , presentes na eq. (3.3), são obtidos a partir de correlações experimentais. A velocidade das bolhas dispersas U_{GS} é definida como:

$$U_{GS} = J + U_{DS} \quad (3.4)$$

sendo U_{DS} a velocidade de deslizamento entre as fases. Harmathy (1960) propõe que os efeitos competitivos entre a elevação das bolhas dispersas em um meio estagnado e a interação entre as diversas bolhas (efeito de *bubble swarm*) afetam a velocidade de deslizamento das bolhas dispersas conforme:

$$U_{DS} = 1,54 \left(\sigma g \frac{(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0,25} R_{LS}^{0,5} \sin(\gamma) \quad (3.5)$$

sendo σ a tensão superficial e γ a inclinação da tubulação. Para escoamentos horizontais, a velocidade de deslizamento U_{DS} possui valor nulo em consequência da inexistência do empuxo no sentido do escoamento. Logo, a velocidade das bolhas dispersas é igual à velocidade superficial da mistura, $U_{GS} = J$.

De forma similar à eq.(3.3), o balanço de massa da fase líquida no volume de controle da Figura 3.1b é:

$$\rho_L (U_{LB} - U_T) AR_{LB} - \rho_L (U_{LS} - U_T) AR_{LS} = 0 \quad (3.6)$$

A fase líquida é assumida como incompressível, ou seja, a massa específica é constante. Reorganizando os termos, obtêm-se uma expressão para a velocidade do filme de líquido U_{LB} :

$$U_{LB} = U_T - (U_T - U_{LS}) \frac{R_{LS}}{R_{LB}} \quad (3.7)$$

A velocidade do líquido no pistão é obtida a partir da hipótese de que a velocidade superficial da mistura é constante em cada uma das regiões da célula unitária (Shoham, 2006) – hipótese proveniente da conservação da massa da mistura ao longo da célula unitária. A velocidade da mistura, por sua vez, pode ser relacionada às velocidades superficiais de cada fase e suas respectivas frações volumétricas como:

$$J = j_L + j_G = U_{LS} R_{LS} + U_{GS} (1 - R_{LS}) \quad (3.8)$$

Isolando a velocidade do líquido no pistão U_{LS} :

$$U_{LS} = \frac{J - U_{GS} (1 - R_{LS})}{R_{LS}} \quad (3.9)$$

Assim, a partir da aplicação da equação do balanço de massa, foram obtidas expressões para a velocidade do gás na bolha alongada U_{GB} , para a velocidade do filme de líquido U_{LB} e para a velocidade do líquido no pistão U_{LS} .

3.1.2 Conservação da quantidade de movimento

A equação da conservação da quantidade de movimento em sua formulação integral é dada por Fox e McDonald (2006):

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho \vec{U} dV + \int_{SC} \vec{U} \rho \vec{U} \cdot d\vec{A} \quad (3.10)$$

sendo \vec{F} o vetor de forças atuantes sobre o volume de controle. O termo do lado esquerdo da igualdade é relacionado às forças atuando sobre volume de controle. O primeiro termo após a igualdade representa a variação temporal da quantidade de movimento no interior do volume de controle. Já o segundo termo descreve o fluxo de quantidade de movimento atravessando as superfícies de controle. No presente

trabalho, o termo de variação temporal é considerado nulo – ou seja, utiliza-se uma abordagem estacionária para o equacionamento da quantidade de movimento. Os fluxos de quantidade de movimento entrando e saindo da célula unitária são considerados iguais e, por isso, se anulam (Taitel e Barnea, 1990). Dessa forma, a equação da quantidade de movimento, quando aplicada ao volume de controle da Figura 3.2, se torna um balanço de forças entre a pressão e o atrito:

$$(P_{tras/U} - P_{diant/U})A = \underbrace{\tau_{LS}S_{LS}L_S}_{\text{pistão}} + \underbrace{\tau_{LB}S_{LB}L_B}_{\text{filme}} + \underbrace{\tau_{GB}S_{GB}L_B}_{\text{bolha}} + \underbrace{\tau_i S_i L_B}_{\text{interface}} - \underbrace{\Delta P|_{mix}}_{\text{esteira}} A \quad (3.11)$$

sendo que $(P_{tras/U} - P_{diant/U})$ representa a variação de pressão ao longo da célula unitária. As forças de atrito são divididas em: (i) atrito do pistão com a parede, (ii) atrito do filme com a parede, (iii) atrito do gás com a parede, (iv) atrito na interface entre o líquido e o gás e (v) perda de carga localizada na região de esteira na traseira da bolha alongada. Este último termo é proveniente da expansão súbita da área de seção transversal que o líquido sofre quando passa da região do filme para a região do pistão (Cook e Behnia, 2000), o qual pode ser modelado como:

$$-\Delta P|_{mix} = K \rho_L \frac{(U_{LB} - U_T)^2}{2} \quad (3.12)$$

Substituindo (3.12) em (3.11) e dividindo pelo comprimento da célula unitária e pela seção transversal da tubulação, encontra-se uma expressão para o gradiente de pressão ao longo da célula unitária:

$$-\frac{dP}{dz}\bigg|_U = \frac{\tau_{LS}S_{LS}}{A} \frac{L_S}{L_U} + \frac{(\tau_{LB}S_{LB} + \tau_{GB}S_{GB} + \tau_i S_i)}{A} \frac{L_B}{L_U} + K \rho_L \frac{(U_{LB} - U_T)^2}{2L_U} \quad (3.13)$$

Como o presente trabalho busca desenvolver uma modelagem do escoamento em golfadas para gases densos, os termos de atrito do gás com a parede da tubulação, assim como o termo de atrito da interface líquido-gás, foram incluídos em relação à modelagem de base (Bassani *et al.*, 2016).

Integrando a eq. (3.13) para encontrar uma expressão para a distribuição de pressão ao longo da tubulação, tem-se:

$$P_{(z)} = P_i + \frac{dP}{dz}\bigg|_U z \quad (3.14)$$

sendo P_i a pressão na entrada da tubulação e z a posição axial ao longo da tubulação.

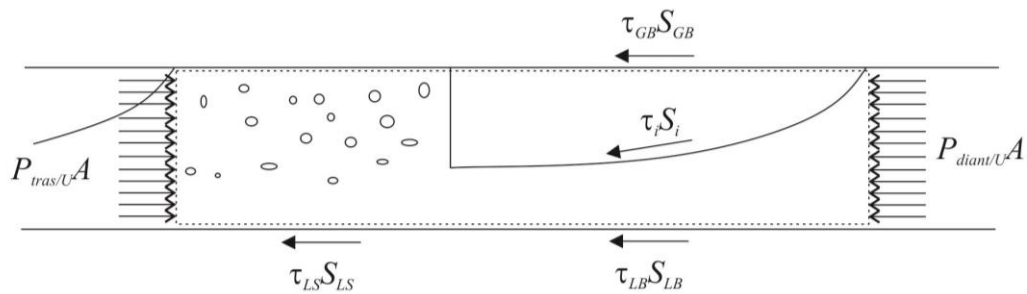


Figura 3.2 – Representação das grandezas atuantes nas regiões da célula unitária para aplicação da equação da conservação da quantidade de movimento (Bassani, 2014).

O perímetro molhado em cada região da célula unitária SLB , SGB e Si já foram definidos na Tabela 2.1. Já o perímetro molhado do líquido no pistão é expresso como $S_{LS} = \pi D$. As estimativas das tensões de cisalhamento estão disponíveis na Tabela 3.1, conforme proposto por Bassani (2014).

Tabela 3.1 – Cálculo das tensões de cisalhamento das estruturas (Bassani, 2014).

Parâmetro	Equação	Ref.
Tensões de cisalhamento	$\tau_{LB} = f_{LB} (\rho_L U_{LB} U_{LB} / 2)$	(3.15)
	$\tau_{GB} = f_{GB} (\rho_G U_{GB} U_{GB} / 2)$	(3.16)
	$\tau_i = f_i (\rho_G U_{GB} - U_{LB} (U_{GB} - U_{LB}) / 2)$	(3.17)
	$\tau_{LS} = f_{LS} \rho_L U_{LS} U_{LS} / 2$	(3.18)
Fatores de atrito das estruturas ($\phi\psi = LB, LS, GB$) e da interface (i)	$f_{\phi\psi} = \begin{cases} 64/\text{Re}_{\phi\psi} & \text{Re}_{\phi\psi} < 2300 \\ 0,3164/\text{Re}_{\phi\psi}^{0,25} & \text{Re}_{\phi\psi} \geq 2300 \end{cases}$	(3.19)
	$f_i = 0,014$	(3.20)
Número de Reynolds das estruturas	$\text{Re}_{LB} = \rho_L U_{LB} D_{H,LB} / \mu_L$	(3.21)
	$\text{Re}_{GB} = \rho_G U_{GB} D_{H,GB} / \mu_G$	(3.22)
	$\text{Re}_{LS} = \rho_L U_{LS} D / \mu_L$	(3.23)

3.1.3 Fechamento do modelo hidrodinâmico

Para o fechamento do modelo hidrodinâmico, é necessário conhecer a geometria da célula unitária, isto é, os comprimentos e frações de fase de cada região. Taitel e Barnea (1990a) propõem uma equação diferencial ordinária para a altura do filme de líquido proveniente do balanço da quantidade de movimento combinado entre o líquido e o gás na região da bolha alongada nos volumes de controle da Figura 3.3. Considerando a pressão como constante na seção transversal, tanto para a fase líquida quanto para a gasosa, os autores chegaram à seguinte expressão:

$$\frac{dH_{LB}}{dz} = \frac{\frac{\tau_{LB}S_{LB}}{A_{LB}} - \frac{\tau_{GB}S_{GB}}{A_{GB}} - \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_{LB}} + \frac{1}{A_{GB}} \right) + (\rho_L - \rho_G) g \sin \gamma}{(\rho_L - \rho_G) g \cos \gamma - \rho_L \frac{|U_{LB} - U_T|(U_{LB} - U_T)}{R_{LB}} \frac{dR_{LB}}{dH_{LB}} - \rho_G \frac{|U_{GB} - U_T|(U_{GB} - U_T)}{R_{GB}} \frac{dR_{LB}}{dH_{LB}}} \quad (3.24)$$

sendo H_{LB} a altura do filme de líquido, z a coordenada axial da tubulação, A_{LB} e A_{GB} as áreas das seções transversais ocupadas pelo filme de líquido e pela bolha alongada, respectivamente, e γ a inclinação da tubulação. A eq. (3.24) pode ser integrada numericamente até atingir a convergência com a conservação da massa de líquido na célula unitária, dada por:

$$\frac{L_U (U_{LS} R_{LS} - j_L)}{U_T} = R_{GB} L_B - L_B (1 - R_{LS}) \quad (3.25)$$

O comprimento da bolha é determinado como a soma de todos os incrementos de integração dz . A fração média de gás na bolha é estimada como $\bar{R}_{GB} = 1 - (\bar{H}_{LB} / D)$. O comprimento da célula unitária é definido como a razão entre a velocidade translacional da bolha alongada e a frequência do escoamento em golfadas, $L_U = U_T / freq$.

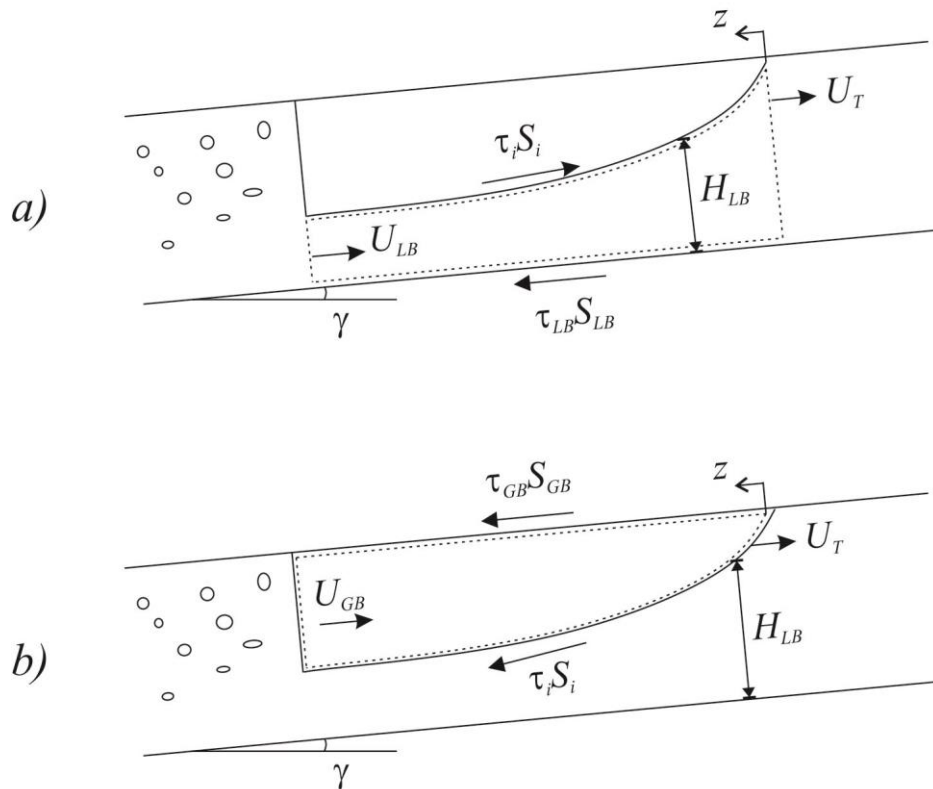


Figura 3.3 – Volume de controle para a aplicação da conservação da quantidade de movimento: a) do líquido no filme e b) do gás na bolha alongada para encontrar o perfil de bolha de Taitel e Barnea (1990b), (Bassani, 2014).

Devido ao grande número de variáveis presentes no modelo até o momento, algumas delas precisam ser avaliadas a partir de correlações experimentais. As variáveis normalmente escolhidas para o fechamento dos modelos mecanicistas são a frequência do escoamento em golfadas $freq$, a velocidade de translação da célula unitária U_T e a fração de líquido no pistão R_{LS} . As correlações experimentais escolhidas para o presente trabalho foram compiladas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Correlações experimentais para o fechamento do modelo.

Parâmetro	Correlação experimental	Ref.
Velocidade de translação da bolha alongada (Petalas e Aziz, 1998)	$U_T = C_0 J + C_1 \sqrt{gD}$	(3.26)
	$C_0 = \frac{1,64 + 0,12 \text{sen} \gamma}{\text{Re}_J^{0,031}}$	(3.27)
	$C_1 = 0$	(3.28)
Frequência (Schulkes, 2011)	$\text{freq} \frac{D}{J} = \Psi_{(\lambda)} \Phi_{(\text{Re}_L)} \Theta_{(\gamma, Fr_L^*)}$, $\Psi_{(\lambda)} = 0,016\lambda(2 + 3\lambda)$	(3.29)
	$\Phi_{(\text{Re}_L)} = \begin{cases} 12,1 \text{Re}_L^{-0,37}, & \text{para } \text{Re}_L < 4000 \\ 1, & \text{para } \text{Re}_L \geq 4000 \end{cases}$	(3.30)
	$\text{Re}_L = \frac{\rho_L j_L D}{\mu_L}$	(3.31)
	$\Theta_{(\gamma, Fr_L^*)} = \begin{cases} 1 + \frac{2}{Fr_L^*} \text{sgn}(\gamma) \sqrt{ \gamma }, & \text{para } \gamma \leq 0,17 \\ \frac{1,8}{Fr_L^*} (0,6 + 2\gamma - \gamma^2), & \text{para } \gamma > 0,17 \end{cases}$	(3.32)
	$Fr_L^* = \frac{j_L}{\sqrt{Dg \cos \gamma}}$	(3.33)
Fração de líquido no pistão (Andreussi <i>et al.</i> , 1993)	$\tilde{R}_{LS} = \frac{(F_0 + F_1)}{(Fr_J + F_1)}$ $Fr_J = \frac{J^2}{gD}$	(3.34)
	$F_0 = \text{máx} \left(0; 2,6 \left[1 - 2 \left(\frac{D_0}{D} \right)^2 \right] \right)$; $D_0 = 25 \text{ mm}$	(3.35)
	$F_1 = 2400 \left(1 - \frac{\text{sen} \gamma}{3} \right) Bo^{-3/4}$; $Bo = \frac{(\tilde{\rho}_L - \rho_G) g D^2}{\tilde{\sigma}}$	(3.36)

As correlações experimentais da Tabela 3.2 necessitam do conhecimento das distribuições das velocidades superficiais das fases ao longo da tubulação. Considerando o balanço de massa de cada uma das fases ao longo da tubulação, tem-se que:

$$\dot{m}_G = \rho_G j_G A = \text{cte.} \rightarrow j_{G(n+1)} = j_{G(n)} \frac{\rho_{G(n)}}{\rho_{G(n+1)}} \quad (3.37)$$

$$\dot{m}_L = \rho_L j_L A = \text{cte.} \rightarrow j_{L(n+1)} = j_{L(n)} \frac{\rho_{L(n)}}{\rho_{L(n+1)}} \quad (3.38)$$

sendo que os índices (n) e (n+1) indicam o nó avaliado e o seu consecutivo, respectivamente. Como a fase líquida é considerada incompressível, então

$\rho_{L(n)} \approx \rho_{L(n+1)}$ e $j_L \approx cte$ ao longo da tubulação. Já para o gás, a variação de massa específica pode ser calculada a partir da equação dos gases, considerando o fator de compressibilidade Z e as variações de pressão P e temperatura T_m :

$$j_{G(n+1)} = j_{G(n)} \frac{Z_{(n+1)}}{Z_{(n)}} \frac{P_{(n)}}{P_{(n+1)}} \frac{T_{m(n+1)}}{T_{m(n)}} \quad (3.39)$$

A eq. (3.39) representa a correção da velocidade superficial ao longo da tubulação considerando um gás real através do uso do fator de compressibilidade. O modelo original de Bassani *et al.* (2016a) considera um modelo de gás ideal, onde $Z = 1$. Porém, o presente trabalho necessita a utilização de um modelo de gás real em função dos cenários de alta pressão.

3.2 Modelo de transferência de calor

Nesta seção é apresentada a modelagem em regime permanente da transferência de calor no escoamento bifásico líquido-gás em golfadas. A equação da energia para cálculo da temperatura da mistura, proposta originalmente por Bassani *et al.* (2016a) será modificada para incluir a influência da fase gasosa e o efeito Joule-Thomson. O principal motivo da inclusão desses fenômenos é a simulação de escoamentos a altas pressões e/ou com gases densos. Nestes cenários, a hipótese do modelo original de que $\rho_L \approx \rho_G$ não é válida.

A seguir são apresentadas as principais hipóteses simplificadoras do modelo de transferência de calor²:

- i. Não são consideradas mudanças de fase durante o escoamento, ou seja, não existe evaporação ou condensação do líquido, dissolução do gás na fase líquida ou formação de hidratos ou parafinas;
- ii. As variações de energia cinética e potencial são desprezíveis;
- iii. A entalpia e a energia interna das fases são aproximadas pelas variações de temperatura da mistura e os respectivos calores específicos.

² As hipóteses adotadas para o modelo hidrodinâmico também são válidas para o modelo de transferência de calor, porém não são repetidas aqui.

A equação de conservação da energia da mistura em sua formulação integral é dada por Fox e McDonald (2006):

$$\frac{d}{dt} \int_{VC} \rho_m c_{p,m} T_m dV + \int_{SC} \rho_m c_{v,m} T_m (\vec{U}_r \cdot \vec{n}) dA = \dot{Q} + q''' \quad (3.40)$$

sendo T_m a temperatura da mistura, ρ_m a massa específica da mistura, $c_{p,m}$ e $c_{v,m}$ os calores específicos da mistura a pressão e volume constante, \dot{Q} a troca de calor da mistura com a parede da tubulação e q''' a geração de energia. A troca de calor com a parede é dada em função do coeficiente de transferência de calor da mistura h_m como $\dot{Q} = h_m A_t (T_W - T_m)$, sendo A_t a área de troca térmica e $(T_W - T_m)$ a diferença de temperatura entre a mistura e a parede. Integrando o primeiro e o segundo termo da eq. (3.40), a conservação da energia pode ser expressa como:

$$\underbrace{(mc_{p,m}) \frac{dT_m}{dt}}_{(i)} + \underbrace{(\dot{m}_z c_{v,m}) (T_{m,z+dz} - T_{m,z})}_{(ii)} = \underbrace{h_m A_t (T_W - T_m)}_{(iii)} + \underbrace{q'''}_{(iv)} \quad (3.41)$$

sendo $(mc_{p,m})$ a capacidade térmica da mistura dentro do volume de controle, $(\dot{m}_z c_{v,m})$ o fluxo de capacidade térmica cruzando as fronteiras do volume de controle e $(T_{m,z+dz} - T_{m,z})$ a diferença de temperatura nas fronteiras do volume de controle. Os quatro termos da eq.(3.41) serão analisados, a seguir, em subseções separadas.

3.2.1 Variação de energia no volume de controle

O termo (i) da eq.(3.41) representa a variação da energia da mistura dentro do volume de controle. Transformando a escala de tempo (t) em escala de espaço (z) e sabendo que o volume de controle se desloca com a velocidade de translação da célula unitária, $U_T = dz / dt$ (Bassani *et al.*, 2016):

$$\frac{dT_m}{dt} = \frac{dz}{dz} \frac{dT_m}{dt} = \frac{dz}{dt} \frac{dT_m}{dz} = U_T \frac{dT_m}{dz} \quad (3.42)$$

A massa da mistura dentro da célula unitária é dada por:

$$m = \rho_m A L_U \quad (3.43)$$

sendo que a massa específica da mistura ρ_m é avaliada a partir do balanço de massa, sendo que a massa da mistura deve ser igual à soma das massas das fases:

$$m_m = \sum_m \rho_\phi R_{\phi U} \rightarrow \rho_m = \rho_L R_{LU} + \rho_G R_{GU} \quad (3.44)$$

Assim, o termo (i) da eq.(3.41) fica:

$$\left(m c_{p,m} \right) \frac{dT_m}{dt} \approx \rho_m A L_U c_{p,m} U_T \frac{dT_m}{dz} \quad (3.45)$$

O calor específico da mistura, a pressão constante, é avaliado a partir do balanço de energia, sendo que a capacidade térmica da mistura deve ser igual à capacidade térmica das fases:

$$\dot{m}_m = \sum_\phi \dot{m}_\phi c_{p,\phi} \rightarrow c_{p,m} = \frac{\rho_L \dot{J}_L c_{p,L} + \rho_G \dot{J}_G c_{p,G}}{\rho_L \dot{J}_L + \rho_G \dot{J}_G} \quad (3.46)$$

3.2.2 Scooping térmico

O termo (ii) da eq.(3.41) representa a troca de calor entre duas células unitárias vizinhas, fenômeno também conhecido como *scooping* térmico (Bassani *et al.*, 2016). O balanço de energia da mistura dentro da região ψ será utilizado para encontrar a variação de temperaturas ao longo da célula unitária ($T_{m,z+dz} - T_{m,z}$):

$$\frac{d}{dt} \int_{VC} \rho_{m\psi} c_{p,m} T_\psi d\forall + \int_{SC} \rho_{m\psi} c_{v,m} T_\psi (\vec{U}_r \cdot \vec{n}) dA = \dot{Q}_\psi + q_\psi \quad (3.47)$$

Quando a eq.(3.47) é aplicada ao volume infinitesimal da Figura 3.4, o primeiro termo do lado esquerdo é nulo devido ao referencial ser considerado estacionário:

$$\frac{d}{dt} \int_{VC} \rho_{m\psi} c_{p,m} T_\psi d\forall \approx \rho_{m\psi} c_{p,m} A L_\psi \frac{dT_\psi}{dt} = 0 \quad (3.48)$$

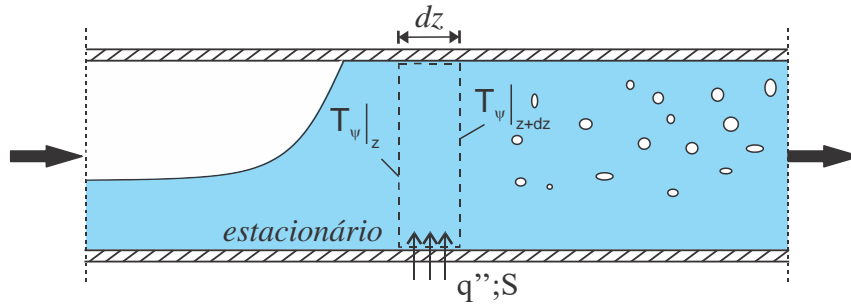


Figura 3.4 - Volume de controle no pistão de líquido.

O segundo termo do lado esquerdo da eq.(3.47) pode ser expresso pela variação de temperaturas nas fronteiras do volume de controle $T_\psi|_z$ e $T_\psi|_{z+dz}$:

$$\int_{SC} \rho_{m\psi} c_{v,m} T_\psi (\vec{U}_r \cdot \vec{n}) dA = \rho_{m\psi} c_{v,m} A U_\psi T_\psi|_{z+dz} - \rho_{m\psi} c_{v,m} A U_\psi T_\psi|_z \quad (3.49)$$

Utilizando a expansão em série de Taylor de primeira ordem para relacionar as temperaturas nas duas fronteiras do volume de controle:

$$T_\psi|_{z+dz} = T_\psi|_z + \frac{dT_\psi}{dz} dz \quad (3.50)$$

Substituindo (3.50) em (3.49):

$$\int_{SC} \rho_{m\psi} c_{v,m} T_\psi (\vec{U}_r \cdot \vec{n}) dA = \rho_{m\psi} c_{v,m} A U_\psi \frac{dT_\psi}{dz} \quad (3.51)$$

sendo U_ψ a velocidade da região. Para a região do pistão $\psi = S$, tem-se que $U_{GS} = J$ para escoamentos horizontais. Assim, pela eq. (3.9), percebe-se que $U_{LS} = J$. Assim, a velocidade na região do pistão é aproximada à velocidade da mistura:

$$U_\psi|_{\psi=S} = U_S \approx U_{LS} \approx U_{GS} \approx J \quad (3.52)$$

Para a região da bolha alongada $\psi = B$, normalmente $U_{GB} \neq U_{LB}$. Considerando que a velocidade da região é uma média da velocidade do filme e da bolha alongada e ainda que essa média seja aproximadamente igual à velocidade da mistura:

$$U_\psi|_{\psi=B} = U_B \approx \frac{U_{GB} + U_{LB}}{2} \approx J \quad (3.53)$$

Dessa forma, tanto o pistão quanto a bolha alongada possuem velocidades médias aproximadamente iguais à velocidade da mistura. Assim, a eq. (3.51) toma a seguinte forma:

$$\int_{SC} \rho_{m\psi} c_{v,m} T_{\psi} (\vec{U}_r \cdot \vec{n}) dA = \rho_{m\psi} c_{v,m} AJ \frac{dT_{\psi}}{dz} \quad (3.54)$$

Expandindo a eq. (3.54) para a região do pistão $\psi = S$ e da bolha $\psi = B$, tem-se que:

$$\int_{SC} \rho_{m\psi} c_{v,m} T_{\psi} (\vec{U}_r \cdot \vec{n}) dA \Big|_{\psi=S} = \rho_{mS} c_{v,m} AJ \frac{dT_S}{dz} \quad (3.55)$$

$$\int_{SC} \rho_{m\psi} c_{v,m} T_{\psi} (\vec{U}_r \cdot \vec{n}) dA \Big|_{\psi=B} = \rho_{mB} c_{v,m} AJ \frac{dT_B}{dz} \quad (3.56)$$

sendo que os termos ρ_{mS} e ρ_{mB} representam a massa específica da mistura na região do pistão e da bolha alongada, respectivamente, definidos como:

$$\rho_{mS} = \rho_L R_{LS} + \rho_G R_{GS} \quad (3.57)$$

$$\rho_{mB} = \rho_L R_{LB} + \rho_G R_{GB} \quad (3.58)$$

O terceiro termo da eq. (3.41) representa a troca de calor radial entre a região ψ da célula unitária com a parede da tubulação, dado pela convecção entre as fases ϕ e a parede:

$$\dot{Q}_{\psi} = \sum_{\phi} h_{\phi\psi} S_{\phi\psi} (T_W - T_{\phi\psi}) \quad (3.59)$$

sendo $h_{\phi\psi}$ o coeficiente de transferência de calor da fase ϕ dentro da região ψ , $S_{\phi\psi}$ o seu respectivo perímetro molhado e $T_{\phi\psi}$ sua respectiva temperatura. É importante observar que, visto que a modelagem é feita para a mistura, a troca de calor entre as fases não é considerada, pois toda a energia que uma fase ganha é cedida pela outra. Definindo a troca de calor para a região do pistão $\psi = S$ e da bolha $\psi = B$, tem-se que:

$$\dot{Q}_{\psi} \Big|_{\psi=S} = \dot{Q}_S = \sum_{\phi} h_{\phi S} S_{\phi S} (T_W - T_{\phi S}) = h_{LS} S_{LS} (T_W - T_{LS}) + h_{GS} S_{GS} (T_W - T_{GS}) \quad (3.60)$$

$$\dot{Q}_{\psi} \Big|_{\psi=B} = \dot{Q}_B = \sum_{\phi} h_{\phi B} S_{\phi B} (T_W - T_{\phi B}) = h_{LB} S_{LB} (T_W - T_{LB}) + h_{GB} S_{GB} (T_W - T_{GB}) \quad (3.61)$$

Entretanto, as bolhas dispersas no pistão não estão em contato com a parede da tubulação, assim este termo pode ser desprezado ($S_{GS} \approx 0$). Considerando ainda que a temperatura de cada fase em cada região da célula unitária pode ser aproximada pela própria temperatura da região $T_{\phi\psi} \approx T_\psi$, ou seja:

$$T_{LS} \approx T_{GS} \approx T_S \quad (3.62)$$

$$T_{LB} \approx T_{GB} \approx T_B \quad (3.63)$$

sendo T_S e T_B as temperaturas da mistura nas regiões do pistão e da bolha, respectivamente. Assim, a troca de calor da mistura com a parede nas regiões do pistão e da bolha fica:

$$\dot{Q}_S = h_{LS} S_{LS} (T_W - T_S) \quad (3.64)$$

$$\dot{Q}_B = h_{LB} S_{LB} (T_W - T_B) + h_{GB} S_{GB} (T_W - T_B) \quad (3.65)$$

Finalmente, o último termo da eq. (3.47), representa a geração de energia ocasionada pelo efeito Joule-Thomson, este termo será desprezado na modelagem do fenômeno de *scooping* térmico, ou seja, $q_\psi \approx 0$. Essa hipótese é feita de forma a simplificar a modelagem, de forma a encontrar uma solução analítica para $(T_{m,z+dz} - T_{m,z})$.

Substituindo, (3.48), (3.51), (3.59) em (3.47) obtêm-se:

$$\rho_{m\psi} c_{v,m} AJ \frac{dT_\psi}{dz} = \sum_{\phi} h_{\phi\psi} S_{\phi\psi} (T_W - T_{\phi\psi}) \quad (3.66)$$

que representa o balanço de energia da mistura aplicada a uma das duas regiões da célula unitária. Aplicando a eq. (3.66) para a região do pistão $\psi = S$ e para a região da bolha $\psi = B$, respectivamente:

$$\rho_{mS} c_{v,m} AJ \frac{dT_S}{dz} = h_{LS} S_{LS} (T_W - T_S) \quad (3.67)$$

$$\rho_{mB} c_{v,m} AJ \frac{dT_B}{dz} = h_{LB} S_{LB} (T_W - T_B) + h_{GB} S_{GB} (T_W - T_B) \quad (3.68)$$

Integrando as eqs.(3.67) e (3.68) ao longo do comprimento de cada região, encontram-se relações para as temperaturas nas fronteiras de cada região da célula:

$$\frac{T_W - T_S^f}{T_W - T_S^r} = \exp\left(-\frac{h_{LS}S_{LS}L_S}{\rho_{mS}c_{v,m}AJ}\right) \quad (3.69)$$

$$\frac{T_W - T_B^f}{T_W - T_B^r} = \exp\left(-\frac{h_{LB}S_{LB}L_B + h_{GB}S_{GB}L_B}{\rho_{mB}c_{v,m}AJ}\right) \quad (3.70)$$

sendo que os índices r (do inglês, *rear*) e f (*front*) representam a traseira e a dianteira da região, respectivamente. Essas temperaturas estão definidas na Figura 3.5. As eqs. (3.69) e (3.70) podem ser manipuladas para encontrar a diferença de temperatura na célula unitária $(T_{m,z+dz} - T_{m,z}) = T_{LS}^f - T_{LB}^r$ em função da diferença de temperatura entre a mistura e a parede $(T_W - T_m)$ a partir do fator de *scooping* térmico κ . Considerando que a temperatura da frente do filme é igual à da traseira do pistão e que as duas podem ser aproximadas pela temperatura da mistura $T_B^f = T_S^r \approx T_m$, pode-se definir a variação de temperatura ao longo da célula unitária como:

$$(T_{m,z+dz} - T_{m,z}) = T_{LS}^f - T_{LB}^r = \kappa(T_W - T_m) \quad (3.71)$$

sendo κ definido por:

$$\kappa = \exp\left(\frac{h_{LB}S_{LB}L_B + h_{GB}S_{GB}L_B}{\rho_{mB}c_{v,m}AJ}\right) - \exp\left(-\frac{h_{LS}S_{LS}L_S}{\rho_{mS}c_{v,m}AJ}\right) \quad (3.72)$$

Finalmente, aproximando a capacidade térmica da mistura como a soma das capacidades térmicas das fases:

$$\dot{m}_z c_{v,m} = \dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G} \quad (3.73)$$

e sabendo que a troca de massa de líquido e de gás entre duas células unitárias vizinhas (vazão mássica de *scooping*) é dada pelo balanço de massa aplicado aos volumes de controle da Figura 3.1:

$$\dot{m}_{Lz} = \rho_L R_{LB} A (U_{LB} - U_T) = \rho_L R_{LS} A (U_{LS} - U_T) \quad (3.74)$$

$$\dot{m}_{Gz} = \rho_G R_{GB} A (U_{GB} - U_T) = \rho_G R_{GS} A (U_{GS} - U_T) \quad (3.75)$$

então o termo (ii) da eq. (3.41) pode ser avaliado como:

$$(\dot{m}_z c_{v,m})(T_{m,z+dz} - T_{m,z}) \approx (\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) \kappa (T_W - T_m) \quad (3.76)$$

sendo \dot{m}_{Lz} e \dot{m}_{Gz} avaliados pelas eqs. (3.74) e (3.75) e κ avaliado pela eq. (3.72).

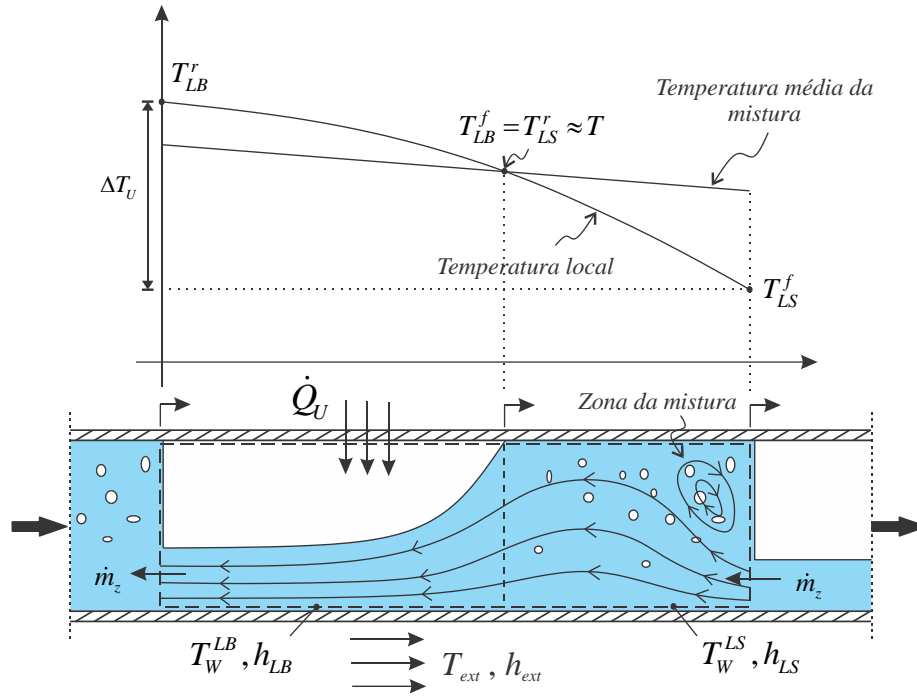


Figura 3.5 - Definição das temperaturas nas fronteiras em cada região da célula unitária.

3.2.3 Troca de calor com a parede

O termo (iii) da eq. (3.41) representa a troca de calor da mistura com a parede da tubulação. Essa troca de calor é uma combinação das trocas de calor do líquido no filme, do gás na bolha alongada e do líquido no pistão. A troca de calor interfacial entre as fases se anulam entre si, visto que toda a energia que uma fase cede, a outra fase recebe. Assim, o termo (iii) da eq. (3.41) pode ser expresso como:

$$hA_i (T_W - T)|_m = h_{LB} S_{LB} L_B (T_W - T_{LB}) + h_{LS} S_{LS} L_S (T_W - T_{LS}) + h_{GB} S_{GB} L_B (T_W - T_{GB}) \quad (3.77)$$

Aproximando a temperatura de cada fase em cada região pela temperatura da mistura, isto é $T_{LB} \approx T_{LS} \approx T_{GB} \approx T_m$:

$$h_m A_i (T_W - T)|_m \approx (h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S) (T_W - T_m) \quad (3.78)$$

3.2.4 Efeito Joule-Thomson

O termo (iv) da eq. (3.41) representa a geração de energia. O termo de geração de energia, nesse caso, representa o efeito Joule Thomson – isto é, a variação da temperatura da mistura em função da variação da pressão do escoamento. Manipulando matematicamente o gradiente de pressão, encontra-se a seguinte relação:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{dT}{dT} \frac{dP}{dz} \rightarrow \frac{dT}{dz} = \frac{dT}{dP} \frac{dP}{dz} = \mu_{JT} \frac{dP}{dz} \quad (3.79)$$

sendo que $\mu_{JT} = \left. \frac{dT}{dP} \right|_H$ representa o coeficiente de Joule-Thomson, definido como a

variação da temperatura em relação à pressão para um processo a entalpia constante. A utilização do coeficiente de Joule-Thomson implica em assumir um processo isentálpico ao longo da célula unitária, o que provavelmente não representa a realidade. Porém, pode-se afirmar que, para toda variação de pressão, a mistura também sofrerá uma variação de temperatura. No caso em que a variação de pressão é muito repentina (por exemplo, em um processo de expansão através de uma válvula), o processo pode ser considerado como isentálpico e a razão entre as variações de temperatura e pressão é igual ao coeficiente de Joule-Thomson. Já no caso onde o processo de expansão é suficientemente lento, a mistura tem tempo para trocar calor com o meio externo e a variação de temperatura é nula. Em qualquer outra situação, a variação da temperatura em relação à variação da pressão estará dentro destes limites, ou seja:

$$0 \leq \frac{dT}{dz} \leq \mu_{JT} \frac{dP}{dz} \quad (3.80)$$

Assim, a maneira mais correta de expressar a variação da temperatura em função da variação de pressão para o escoamento em golfadas é:

$$\frac{dT}{dz} = C \mu_{JT} \frac{dP}{dz} \quad (3.81)$$

sendo que $0 \leq C \leq 1$ representa o quão próximo o processo está do caso isentálpico. Porém, a determinação do valor de C é de cunho experimental. Assim, para o

presente trabalho (de cunho matemático), será considerado o caso extremo em que $C = 1$ e a variação de temperatura em relação à variação de pressão é máximo.

A variação de temperatura pode ser relacionada à variação de energia através da capacidade térmica:

$$\frac{dE}{dt} = (mc_p) \frac{dT}{dt} \quad (3.82)$$

Substituindo (3.81) em (3.82) e considerando ainda uma transformação espaço- temporal do tipo $dT / dt = U_T dT / dz$:

$$\frac{dE}{dt} = (mc_p) U_T \mu_{JT} \frac{dP}{dz} \quad (3.83)$$

O efeito Joule-Thomson pode ser desprezado para a fase líquida, pois normalmente $\mu_{JT,G}$ é muito maior do que $\mu_{JT,L}$. Aplicando a eq. (3.83) para a fase gasosa:

$$q''' \sim \frac{dE}{dt} = \rho_G R_{GU} A L_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz} \quad (3.84)$$

que representa o termo (iv) da eq. (3.41). Lembrando que o gradiente de pressão é um valor negativo, conforme definido na eq. (3.13), e visto que usualmente $\mu_{JT} > 0$, então a queda de pressão ao longo da tubulação representa um sumidouro na equação de conservação da energia.

3.2.5 Distribuição de temperaturas e coeficiente de transferência de calor

Substituindo os quatro termos previamente modelados, eqs. (3.45), (3.76), (3.78) e (3.84) no balanço de energia, eq. (3.41):

$$\begin{aligned} \rho_m A L_U c_{p,m} U_T \frac{dT_m}{dz} + (\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) \kappa (T_w - T_m) = \\ = (h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S) (T_w - T_m) + \rho_G R_{GU} A L_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz} \end{aligned} \quad (3.85)$$

Agrupando os termos em comum:

$$\begin{aligned} \rho_m AL_U c_{p,m} U_T \frac{dT_m}{dz} + [h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S - (\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) c_{v,m} \kappa] T_m = \\ = [h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S - (\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) c_{v,m} \kappa] T_W + \rho_G R_{GU} AL_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz} \end{aligned} \quad (3.86)$$

ou ainda:

$$m \frac{dT_m}{dz} + n T_m = p \quad (3.87)$$

com:

$$\begin{aligned} m &= \rho_m AL_U c_{p,m} U_T \\ n &= h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S - (\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) c_{v,m} \kappa \\ p &= n T_W + q \\ q &= \rho_G R_{GU} AL_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz} \end{aligned} \quad (3.88)$$

A eq. (3.87) é uma equação diferencial ordinária linear não-homogênea de 1ª ordem da temperatura da mistura em função da distância axial z da tubulação. Esse tipo de equação possui solução analítica conhecida:

$$T_{m(z)} = \frac{p}{n} + \left(T_{mi} - \frac{p}{n} \right) \exp\left(-\frac{n}{m} z \right) \quad (3.89)$$

sendo T_{mi} a temperatura da mistura na entrada da tubulação. A eq. (3.89) representa uma solução analítica da distribuição de temperaturas ao longo da tubulação em função dos termos p , n e m , que por sua vez são função: (i) da hidrodinâmica do escoamento em golfadas – *i.e.*, velocidades das fases, (ii) da geometria da célula unitária – *i.e.*, comprimentos e frações de fase de cada região, (iii) da troca de calor de cada fase com a parede, (iv) da troca de calor entre duas células unitárias vizinhas – *i.e.*, o efeito de *scooping* térmico, e (v) a variação de energia do sistema em função da perda de carga da mistura ao longo da tubulação – *i.e.*, o efeito Joule-Thomson. Diferentemente dos modelos transientes disponíveis na literatura que levavam em consideração o efeito Joule-Thomson (Cazarez-Candia, 2011; Zerpa *et al.*, 2013; Simões *et al.*, 2014), o presente trabalho apresenta uma expressão analítica relacionando todos esses efeitos através da eq. (3.89).

Relacionando o termo dentro do expoente da eq. (3.89) com um modelo de transferência de calor totalmente homogêneo, tem-se:

$$\frac{h_m S}{\dot{m}_m c_{p,m}} \approx \frac{n}{m} = \frac{h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S - (\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) \kappa}{\rho_m A L_U c_{p,m} U_T} \quad (3.90)$$

Isolando o coeficiente de transferência de calor da mistura e lembrando que a vazão mássica da mistura é dada por $\dot{m}_m = \rho_m J A$:

$$h_m = \left[\underbrace{h_{GB} \frac{S_{GB}}{S} \frac{L_B}{L_U}}_{bolha} + \underbrace{h_{LB} \frac{S_{LB}}{S} \frac{L_B}{L_U}}_{filme} + \underbrace{h_{LS} \frac{S_{LS}}{S} \frac{L_S}{L_U}}_{pistão} - \underbrace{\frac{(\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) \kappa}{S L_U}}_{scooping} \right] \frac{J}{U_T} \quad (3.91)$$

que representa uma equação para o coeficiente de transferência de calor da mistura em função das trocas de calor da bolha, do filme, do pistão e entre duas células unitárias vizinhas (*scooping* térmico). A eq. (3.91) apresenta as relações entre: (i) o perímetro molhado por cada fase e o perímetro da tubulação, e (ii) o comprimento de cada região e o comprimento da célula unitária.

Adicionalmente, o termo adimensional J/U_T é proveniente da abordagem utilizada. A velocidade da mistura J vem do balanço de massa na célula unitária, enquanto a velocidade da célula unitária U_T vem da transformação espaço-temporal utilizada no modelo, ou seja, J/U_T representa a razão entre a vazão mássica da mistura e a velocidade média de translação da célula unitária.

3.2.6 Fechamento do modelo de transferência de calor

Até o presente momento, as equações para modelar a troca térmica na região do pistão e da bolha alongada foram feitas considerando a temperatura da parede da tubulação T_w . Entretanto, a condição de contorno é a temperatura do meio externo T_{ext} . Dessa forma, é necessário encontrar uma relação entre essas duas temperaturas. O coeficiente de transferência de calor global de cada região pode ser definido através do circuito térmico da Figura 3.6, considerando as resistências térmicas de convecção interna e externa e a resistência térmica condutiva da parede:

$$h_S^G = \frac{1}{\frac{D}{D_{ext} h_{ext}} + \frac{D \ln(D_{ext}/D)}{2k_W} + \frac{1}{h_{LS}}} \quad (3.92)$$

$$h_B^G = \frac{1}{\frac{D}{D_{ext} h_{ext}} + \frac{D \ln(D_{ext}/D)}{2k_W} + \frac{1}{h_{LB} + h_{GB}}} \quad (3.93)$$

sendo k_W a condutividade térmica da parede, D e D_{ext} os diâmetros interno e externo da tubulação, respectivamente. O índice G indica que o coeficiente de transferência de calor é global.

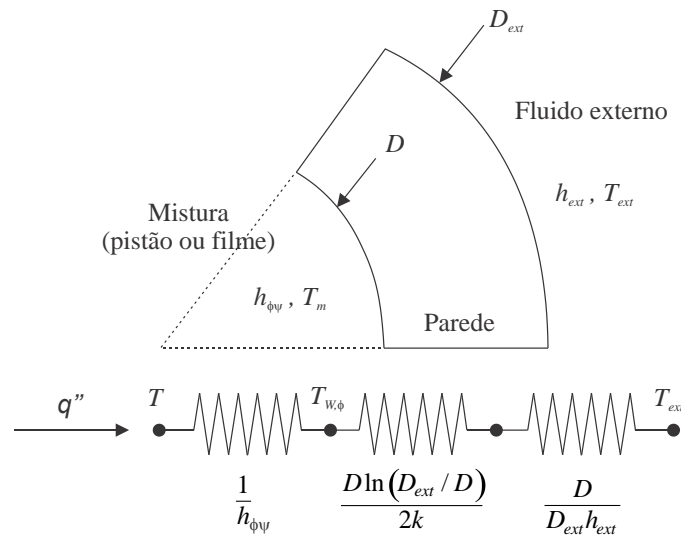


Figura 3.6 - Circuito térmico do sistema (Bassani, 2014).

Seguindo o circuito térmico da Figura 3.6, a taxa de transferência de calor é dada por:

$$q'' = h_{\psi} (T_W^{\psi} - T_m) = h_{\psi}^G (T_{ext} - T_m) \quad (3.94)$$

sendo T_W^{ψ} a temperatura média da parede em uma determinada região da célula unitária e T_{ext} a temperatura do meio externo. Aplicando a eq. (3.94) para a região do pistão $\psi = S$ e da bolha alongada $\psi = B$:

$$\begin{cases} T_W^S = T + \frac{h_S^G}{h_{LS}} \frac{D}{D_{ext}} (T_{ext} - T) \\ T_W^B = T + \frac{h_B^G}{(h_{LB} + h_{GB})} \frac{D}{D_{ext}} (T_{ext} - T) \end{cases} \quad (3.95)$$

Ponderando a temperatura média da parede pelos comprimentos das regiões da célula unitária:

$$T_W = T_W^B \frac{L_B}{L_U} + T_W^S \frac{L_S}{L_U} \quad (3.96)$$

Finalmente, combinando as eqs. (3.95) e (3.96), encontra-se uma expressão para relacionar a temperatura da parede com a temperatura do meio externo:

$$T_W = T + \left[\frac{h_B^G}{(h_{LB} + h_{GB})} \frac{L_B}{L_U} + \frac{h_S^G}{h_{LS}} \frac{L_S}{L_U} \right] \frac{D}{D_{ext}} (T_{ext} - T) \quad (3.97)$$

3.3 Considerações finais

Neste capítulo, foi apresentada a modelagem da hidrodinâmica e transferência de calor do escoamento líquido-gás em golfadas para tubulações horizontais. A abordagem utilizada foi mecanicista e em regime permanente. Foram encontradas expressões analíticas para a distribuição de pressão, temperatura e para o coeficiente de transferência de calor ao longo da tubulação em função da hidrodinâmica do escoamento em golfadas e da geometria da célula unitária. Em relação ao trabalho anterior (Bassani *et al.*, 2016a), foram considerados: (i) o comportamento do gás como real; (ii) o atrito entre o gás e a parede e o atrito na interface entre o gás e o líquido; (iii) a energia do gás – que afeta a capacidade térmica da mistura, a troca de calor com a parede e a troca de calor entre duas células unitárias; e (iv) o efeito Joule-Thomson. A Tabela 3.3 apresenta um resumo das principais equações do modelo.

Tabela 3.3 – Resumo das principais equações do modelo.

Parâmetro	Equação	Ref.
Velocidades superficiais (balanço de massa)	$j_{G(n+1)} = j_{G(n)} \frac{Z_{(n+1)} P_{(n)} T_{m(n+1)}}{Z_{(n)} P_{(n+1)} T_{m(n)}} \quad j_L \approx cte \quad J = j_L + j_G$	(3.39)
Velocidades das estruturas (balanço de massa)	$U_{GB} = U_T - (U_T - U_{GS}) \frac{(1 - R_{LS})}{R_{GB}}$	(3.3)
	$U_{LB} = U_T - (U_T - U_{LS}) \frac{R_{LS}}{R_{LB}}$	(3.7)
	$U_{LS} \approx U_{GS} \approx J$	
Geometria da célula unitária (balanço de massa e quantidade de movimento; Taitel e Barnea, 1990)	$\frac{dH_{LB}}{dz} = \frac{\frac{\tau_{LB} S_{LB}}{A_{LB}} - \frac{\tau_{GB} S_{GB}}{A_{GB}} - \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_{LB}} + \frac{1}{A_{GB}} \right) + (\rho_L - \rho_G) g \sin \gamma}{(\rho_L - \rho_G) g \cos \gamma - \rho_L \frac{ U_{LB} - U_T (U_{LB} - U_T)}{R_{LB}} \frac{dR_{LB}}{dH_{LB}} - \rho_G \frac{ U_{GB} - U_T (U_{GB} - U_T)}{R_{GB}} \frac{dR_{LB}}{dH_{LB}}}$	(3.24)
	$\frac{L_U (U_{LS} R_{LS} - j_L)}{U_T} = R_{GB} L_B - L_B (1 - R_{LS})$	(3.25)
Distribuição de pressão (balanço de quantidade de movimento)	$P_{(z)} = P_i + \frac{dP}{dz} \Big _U z$	(3.14)
	$-\frac{dP}{dz} \Big _U = \frac{\tau_{LS} S_{LS}}{A} \frac{L_S}{L_U} + \frac{(\tau_{LB} S_{LB} + \tau_{GB} S_{GB} + \tau_i S_i)}{A} \frac{L_B}{L_U} + K \rho_L \frac{(U_{LB} - U_T)^2}{2L_U}$	(3.13)
Distribuição de temperatura (balanço de energia)	$T_{m(z)} = \frac{p}{n} + \left(T_{mi} - \frac{p}{n} \right) \exp \left(-\frac{n}{m} z \right)$	(3.89)
	$m = \rho_m A L_U c_{p,m} U_T$	
	$p = n T_w + q$	
	$q = \rho_G R_{GU} A L_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz}$	(3.88)
	$n = h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S - (\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) c_{v,m} \kappa$	
	$\kappa = \exp \left(\frac{h_{LB} S_{LB} L_B + h_{GB} S_{GB} L_B}{\rho_{mB} c_{v,m} A J} \right) - \exp \left(-\frac{h_{LS} S_{LS} L_S}{\rho_{mS} c_{v,m} A J} \right)$	(3.72)
Coefficiente de transferência de calor da mistura (balanço de energia)	$h_m = \left[h_{GB} \frac{S_{GB}}{S} \frac{L_B}{L_U} + h_{LB} \frac{S_{LB}}{S} \frac{L_B}{L_U} + h_{LS} \frac{S_{LS}}{S} \frac{L_S}{L_U} - \frac{(\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) \kappa}{S L_U} \right] \frac{J}{U_T}$	(3.91)

4 MÉTODO DE SOLUÇÃO

Neste capítulo é abordado o método de solução do modelo, implementado em uma lógica procedural em linguagem *Fortran90*. O compilador utilizado foi o *Microsoft Visual Studio 2005®*. As equações da Tabela 3.3 são resolvidas em um processo de “marcha corrente acima”, ou também conhecido como método *UDS – Upwind Differencing Scheme*. As equações de distribuição de pressão e temperatura são resolvidas para dois nós consecutivos como:

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} + \left. \frac{dP}{dz} \right|_U \Delta z \quad (4.1)$$

$$T_{m(n+1)} = \frac{p}{n} + \left(T_{m(n)} - \frac{p}{n} \right) \exp\left(-\frac{n}{m} \Delta z \right) \quad (4.2)$$

sendo que (n) e (n+1) representam o nó avaliado e o seu consecutivo, respectivamente, e Δz é o espaçamento entre nós. Todos os termos do lado direito das eqs. (4.1) e (4.2) são avaliados no nó (n) para encontrar a pressão e a temperatura no nó (n+1) – seguindo a lógica do método *UDS*.

A Tabela 4.1 apresenta os parâmetros de entrada do programa, que consistem: (i) nas condições na entrada da tubulação, sendo elas as velocidades superficiais das fases e a temperatura e a pressão da mistura; (ii) na geometria da tubulação, tais como seu diâmetro interno e externo, seu comprimento e a condutividade térmica do seu material; (iii) na condição de contorno térmica, dado pela temperatura e coeficiente de transferência de calor do meio externo.

Tabela 4.1 – Parâmetros de entrada para o modelo.

Parâmetro	Unidade
Comprimento da tubulação	[m]
Diâmetro interno da tubulação	[m]
Diâmetro externo da tubulação	[m]
Condutividade térmica da parede	[W/mK]
Número de nós (divisões) da tubulação	[-]
Velocidade superficial do gás na entrada	[m/s]
Velocidade superficial do líquido na entrada	[m/s]
Pressão na entrada da tubulação	[Pa]
Temperatura da mistura na entrada da tubulação	[°C]
Temperatura do meio externo	[°C]
Coefficiente de película do meio externo	[W/m ² K]

As equações do modelo matemático são resolvidas seguindo as seguintes etapas:

- i. O arquivo “Entrada.dat” é lido para definir os parâmetros iniciais da simulação.
- ii. As propriedades de cada fase no nó são determinadas conforme discutido na próxima seção deste capítulo.
- iii. A geometria da célula unitária, isto é, os comprimentos e frações de fase das regiões da célula unitária, são estimados através do modelo de Taitel e Barnea (1990a). As correlações experimentais da Tabela 3.2 são utilizados para o fechamento do modelo de geometria da célula unitária.
- iv. As velocidades das estruturas são determinadas pelas eqs (4.3) e (3.7).
- v. A pressão no próximo nó é determinada a partir do balanço da eq. (4.5). As tensões de cisalhamento são determinadas pela
- vi. Tabela 3.1. A temperatura no próximo nó é obtida a partir da eq. (4.6).
- vii. O coeficiente de transferência de calor é estimado pela eq. (4.7).
- viii. A velocidade superficial do gás do próximo nó é corrigida em função das variações de temperatura e pressão pela eq. (3.39).
- ix. Os passos ii a vii são repetidos para o próximo nó, até que o último nó da tubulação seja atingido.
- x. Os resultados são impressos no arquivo “Saida.dat”.

4.1 Avaliação de propriedades

A avaliação das propriedades das fases, passo ii do algoritmo apresentado na seção anterior, foi feito via interpolação de tabelas geradas pelo *software RefpropMini*[®]. Essas tabelas tem a finalidade de fornecer as propriedades do líquido e do gás de acordo com a pressão e a temperatura do nó (n) em que se encontra o processo iterativo. As tabelas estão disponíveis em arquivos com extensão “.dat”, nos quais as propriedades estão distribuídas em uma matriz de 36 linhas e 300 colunas, com faixa de pressão de 1 a 300 bar (com incrementos de 1 bar) e faixa de

temperatura de 0 a 35°C (com incrementos iguais a 1°C). As propriedades implementadas no programa são apresentadas abaixo.

Para o metano (modelo de gás real conforme Setzmann e Wagner, 1991):

- Calor específico a pressão constante [J/kg.K];
- Calor específico a volume constante [J/kg.K];
- Coeficiente de Joule-Thomson [-];
- Condutividade térmica [W/m.K];
- Fator de compressibilidade [-];
- Massa específica [kg/m³];
- Viscosidade dinâmica [Pa.s];
- Prandtl [-].

Para a água:

- Calor específico a pressão constante [J/kg.K];
- Condutividade térmica [W/m.K];
- Massa específica [kg/m³];
- Viscosidade dinâmica [Pa.s];
- Prandtl [-].

4.2 Validação do modelo

Devido à inexistência de dados experimentais para escoamentos em golfadas com gases densos ou a altas pressões, o presente modelo não será propriamente validado. Os trabalhos experimentais existentes visam normalmente as condições de pressão ambiente e gases leves, tais como o ar, por exemplo (Camargo, 1991; Lima, 2009). As correlações experimentais para o cálculo do coeficiente de transferência de calor também foram baseados nestes casos (Shah, 1981; Kim e Ghajar, 2006).

A validação do modelo com dados e correlações experimentais para gases leves já foi feita por Bassani *et al.* (2016a). As faixas de precisão encontrada para os principais parâmetros são: $\pm 25\%$ para o gradiente de temperatura, $\pm 20\%$ para o coeficiente de transferência de calor, $\pm 20\%$ para o gradiente de pressão e $\pm 10\%$ para a fração média de líquido na célula unitária. Essas faixas de precisão são

válidas para o presente trabalho quando considerados gases densos, visto que o presente modelo é uma extensão do modelo anterior. O Apêndice B mostra que, quando o limite $\rho_G / \rho_L \rightarrow 0$ é aplicado, ou seja, um gás leve, então as equações apresentadas no Capítulo 3 recaem nas equações apresentadas por Bassani *et al.* (2016a). Além disso, no próximo capítulo serão apresentadas as principais diferenças entre os dois modelos para uma simulação de gás relativamente leve (metano a 5 bar) e relativamente denso (metano a 250 bar).

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados gerados a partir do modelo do presente trabalho. O capítulo será dividido em três seções. A primeira delas compara o modelo desenvolvido com o modelo original de Bassani *et al.* (2016a), de forma a entender a influência da fase gasosa nos casos em que sua massa específica não pode ser desprezada. Na segunda seção, o comportamento dos principais parâmetros do escoamento em golfadas será apresentado para diversas condições de pressão de entrada. Serão abordadas as velocidades das fases, as frações de fase, o comprimento do pistão e da bolha, a queda de pressão ao longo da tubulação, o coeficiente de transferência de calor e a temperatura da mistura. Na terceira seção, será apresentada uma análise da sensibilidade do efeito Joule-Thomson sobre no escoamento em golfadas.

5.1 Influência da energia do gás

O modelo desenvolvido no presente trabalho será comparado com o modelo de base desenvolvido por Bassani *et al.* (2016a) a fim de evidenciar a influência do gás na hidrodinâmica e transferência de calor do escoamento em golfadas a altas pressões. Para tanto, serão feitas simulações de escoamento de metano e água para duas condições de pressão na entrada: 5 bar (“gás leve”) e 250 bar (“gás denso”). Os parâmetros de simulação constam na Tabela 5.1. A tubulação para o caso de 5 bar na entrada é limitada a 150 m, visto que a perda de carga para tubulações de comprimento superior é muito acentuada. Para o caso de 250 bar, a tubulação foi estendida para 1 km.

Tabela 5.1 – Parâmetros para a simulação da influência do gás no escoamento em golfadas.

<i>Parâmetro</i>	<i>Gás leve</i>	<i>Gás denso</i>
Comprimento da tubulação	150 m	1000 m
Diâmetro interno / Espessura da parede	26 mm / 1 mm	
Condutividade térmica da parede	400 W/(m.K) (cobre)	
Fluidos	Metano e água	
Velocidade superficial do líquido na entrada	1 m/s	
Velocidade superficial do gás na entrada	1 m/s	
Pressão na entrada	5 bar	250 bar
Razão entre a densidade do gás e do líquido na entrada	~3,6%	~18,7%
Temperatura na entrada	25°C	25°C
Temperatura do meio externo	4°C	4°C
Coefficiente de transferência de calor do meio externo	100 W/m²K	100 W/m²K

A Figura 5.1 mostra a comparação entre os resultados dois modelos para a temperatura da mistura T_m e para o coeficiente de transferência de calor h_m na pressão de entrada definida em 5 bar. Percebe-se que, por se tratar de uma condição de pressão na qual o metano ainda é relativamente leve ($\rho_G / \rho_L \approx 3,6\%$), as distribuições de temperatura previstas por ambos os modelos se sobrepõem (Figura 5.1a).

Já o coeficiente de transferência de calor (Figura 5.1b) de ambos os modelos ficam muito próximos, indicando que, mesmo para a condição de 5 bar, o gás ainda possui uma leve influência sobre esse parâmetro. No início da tubulação ocorrem algumas leves oscilações no valor de h_m . Isso acontece devido às interpolações bidimensionais para estimativa das propriedades dos fluidos.

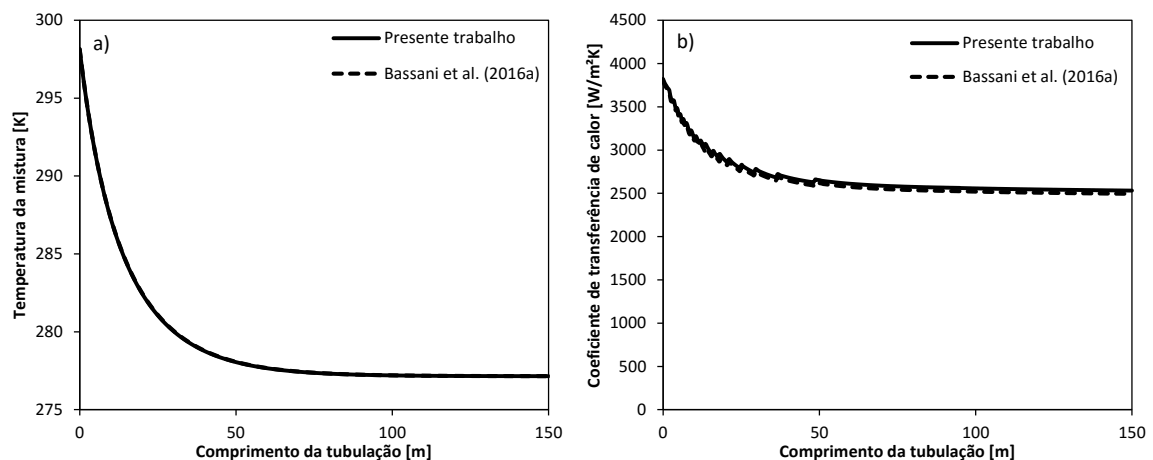


Figura 5.1 – Comparação do presente trabalho e do modelo de Bassani *et al.* (2016) para: a) temperatura da mistura e b) coeficiente de transferência de calor ao longo da tubulação com pressão de entrada de 5 bar.

A comparação dos resultados para a queda de pressão e para a velocidade superficial do gás são apresentadas na Figura 5.2 para o mesmo caso de 5 bar. A queda de pressão está relacionada com as tensões de cisalhamento entre as fases e a parede da tubulação e na interface líquido-gás na região da bolha alongada. Bassani *et al.* (2016a) consideram somente o líquido como influente nas tensões de cisalhamento, sendo que o fator de atrito é função da massa específica das fases e das forças de atrito. No presente trabalho, a tensão de cisalhamento da bolha alongada com a parede da tubulação também é considerada, assim como a tensão interfacial entre a bolha alongada e o filme de líquido. Visto que a condição de pressão de entrada adotada é relativamente baixa (5 bar), no qual a massa específica do gás é também relativamente baixa em relação a do líquido, as tensões de cisalhamento geradas pelo gás pouco afetam a distribuição de pressão (Figura 5.2a). Assim, os resultados do presente modelo são idênticos aos do modelo original de Bassani *et al.* (2016a).

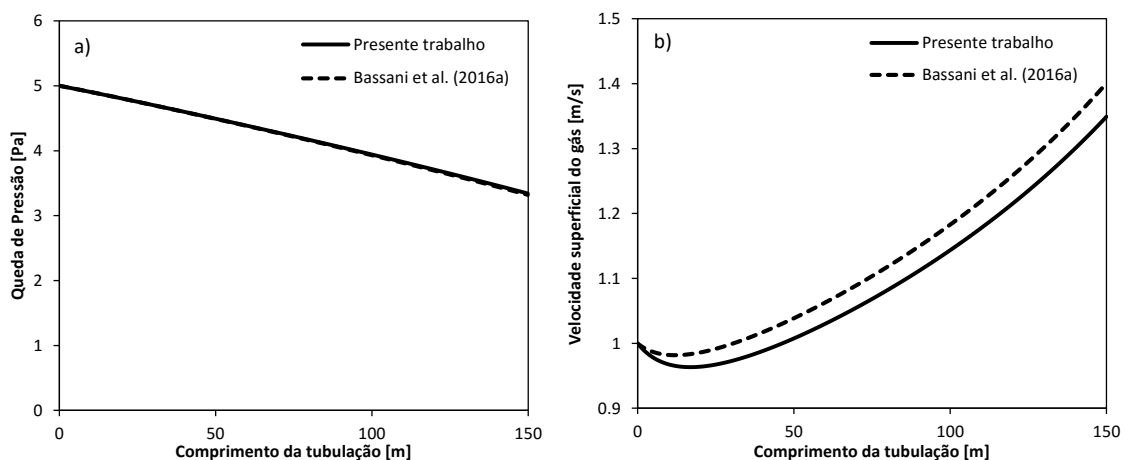


Figura 5.2 – Comparação do presente trabalho e do modelo de Bassani *et al.* (2016) para: a) pressão e b) velocidade superficial do gás ao longo da tubulação com pressão de entrada de 5 bar.

A velocidade superficial do gás (Figura 5.2b) possui ligeira variação quando comparada ao modelo de Bassani *et al.* (2016a). Isso ocorre devido à consideração do comportamento real do gás através do uso do fator de compressibilidade Z na eq. (3.39). O fator de compressibilidade é função da temperatura e da pressão e seu emprego gera um desvio no comportamento da velocidade superficial do gás

quando comparado a um modelo de gás ideal, o qual possui fator de compressibilidade igual à unidade ($Z = 1$). Ou seja, a utilização do modelo de gás ideal, conforme proposto por Bassani *et al.* (2016a), possui algumas leves divergências para o caso aqui considerado (metano a 25°C e 5 bar).

Aumentando a pressão de entrada para 250 bar e o comprimento da tubulação para 1000 m, é possível evidenciar a influência do gás no escoamento em golfadas (Figura 5.3). A queda de temperatura fica significativamente mais acentuada utilizando a modelagem do presente trabalho para esta pressão (Figura 5.3a). Isto se dá principalmente ao aumento do coeficiente de transferência de calor (Figura 5.3b), que no presente modelo também leva em consideração a fase gasosa. Percebe-se que o coeficiente de transferência de calor da mistura praticamente dobra de valor quando o gás é considerado para este caso de pressão, indicando a importância da consideração da energia do gás em cenários de alta pressão.

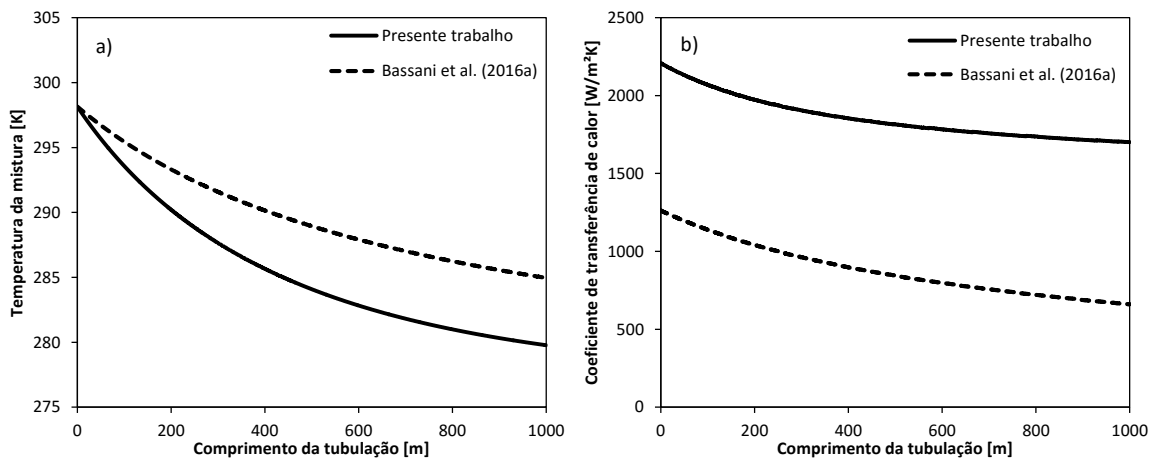


Figura 5.3 – Comparação do presente trabalho e do modelo de Bassani *et al.* (2016) para: a) temperatura da mistura e b) coeficiente de transferência de calor ao longo da tubulação com pressão de entrada de 250 bar.

A Figura 5.4a apresenta a distribuição de pressão para o caso de 250 bar. A queda de pressão estimada pelo modelo do presente trabalho é claramente mais acentuada quando comparado ao modelo de Bassani *et al.* (2016). Isto acontece devido, nesse caso em que a massa específica do gás é cerca de 18,7% o valor da massa específica do líquido, as tensões de cisalhamento geradas pela fase gasosa atrito suficiente para alterar o gradiente de pressão.

A Figura 5.4b compara a velocidade superficial do gás para o caso de 250 bar. A utilização do fator de compressibilidade Z gera velocidades superficiais do gás menores que no modelo de gás ideal, conforme já havia sido constatado para o caso de 5 bar. Para o caso de 250 bar, este efeito é ainda mais acentuado. Além disso, a tendência de j_G na Figura 5.4b já contabiliza as variações de temperatura e pressão atuando na contração/expansão do gás.

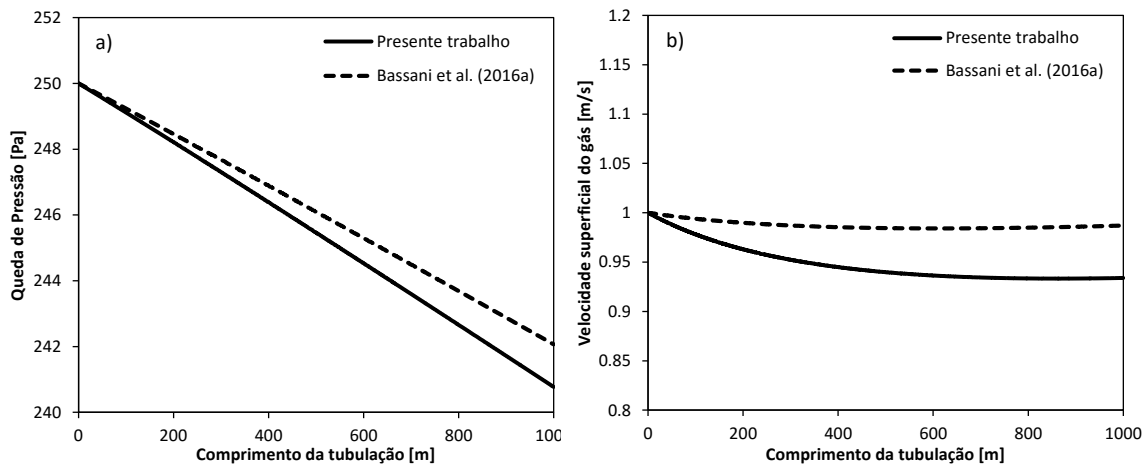


Figura 5.4 – Comparação do presente trabalho e do modelo de Bassani *et al.* (2016) para: a) pressão e b) velocidade superficial do gás ao longo da tubulação com pressão de entrada de 250 bar.

Conforme apresentado nesta seção, o gás influencia as distribuições de pressão e temperatura, principalmente em condições de alta pressão nas quais a massa específica da fase gasosa possui ordem de grandeza similar à massa específica da fase líquida. As distribuições de temperatura e pressão, por sua vez, influenciam: (i) as propriedades das fases ao longo da tubulação e (ii) a contração/expansão do gás, ou seja, o valor da velocidade superficial do gás. A velocidade superficial do gás e as propriedades das fases são essenciais para prever a geometria da célula unitária e a hidrodinâmica e a transferência de calor do escoamento em golfadas. Este será o tópico de análise da próxima seção: como a pressão de entrada influencia o escoamento em golfadas.

5.2 O efeito da pressão no escoamento em golfadas

O foco desta seção é analisar os efeitos de cenários de alta pressão sobre o escoamento em golfadas. Para tanto, o modelo proposto será utilizado para simular quatro condições de pressão na entrada: 100 bar, 150 bar, 200 bar e 250 bar. Os fluidos considerados são metano e água, escoando em uma tubulação de 1,5 km de comprimento. Essa análise tem o objetivo de entender o efeito da pressão no comportamento dos principais parâmetros do escoamento em golfadas, tais como: a temperatura da mistura, o gradiente de pressão, as frações de fase, as velocidades superficiais, a frequência do escoamento e os comprimentos do pistão, da bolha alongada e, conseqüentemente, da célula unitária.

Tabela 5.2 – Parâmetros para a simulação da influência da pressão de entrada no escoamento em golfadas.

Comprimento da tubulação	1,5 km
Diâmetro interno / Espessura da parede	26 mm / 1 mm
Condutividade térmica da parede	400 W/(m.K) (Cobre)
Fluidos	Metano e água
Velocidade superficial do líquido na entrada	1 m/s
Velocidade superficial do gás na entrada	1 m/s
Pressão na entrada	100 / 150 / 200 / 250 bar
Razão entre a densidade do gás e do líquido na entrada	7,6 / 11,8 / 15,6 / 18,7 %
Temperatura na entrada	25°C
Temperatura do meio externo	4°C
Coefficiente de transferência de calor do meio externo	100 W/m ² K

A Figura 5.5 apresenta os resultados para a temperatura da mistura e para o coeficiente de transferência de calor para os quatro casos de pressão na entrada. Apesar do coeficiente de transferência de calor da mistura aumentar (Figura 5.5b) em condições de maior pressão, o gradiente de temperatura diminui (Figura 5.5a). Isto parece contraditório, porém é consequência de dois fenômenos competitivos:

- i. O coeficiente de transferência de calor da mistura (que representa a troca de calor por convecção interna entre a mistura e a parede) aumenta devido ao aumento da troca de calor entre a bolha alongada e a parede para os casos em que a massa específica do gás é maior (pressões mais elevadas). Visto que a massa específica é diretamente proporcional aos números de Reynolds e

Nusselt, altas pressões promovem maiores coeficientes de película na bolha alongada. Além disso, altas pressões promovem o *scooping* térmico do gás, também relacionado à massa específica desta fase. Assim, quanto maior a pressão, maior o coeficiente de transferência de calor da mistura, promovendo um aumento no gradiente de temperatura ao longo da tubulação.

- ii. Visto que os casos simulados são para velocidades superficiais constantes na entrada (ou seja, vazões volumétricas constantes na entrada), então pressões mais elevadas significam também um aumento na vazão mássica da mistura a ser resfriada. Ou seja, quanto maior a pressão, maior a capacidade térmica da mistura devido à maior densidade da fase gasosa. Assim, maior também será a dificuldade de promover o resfriamento dessa mistura.

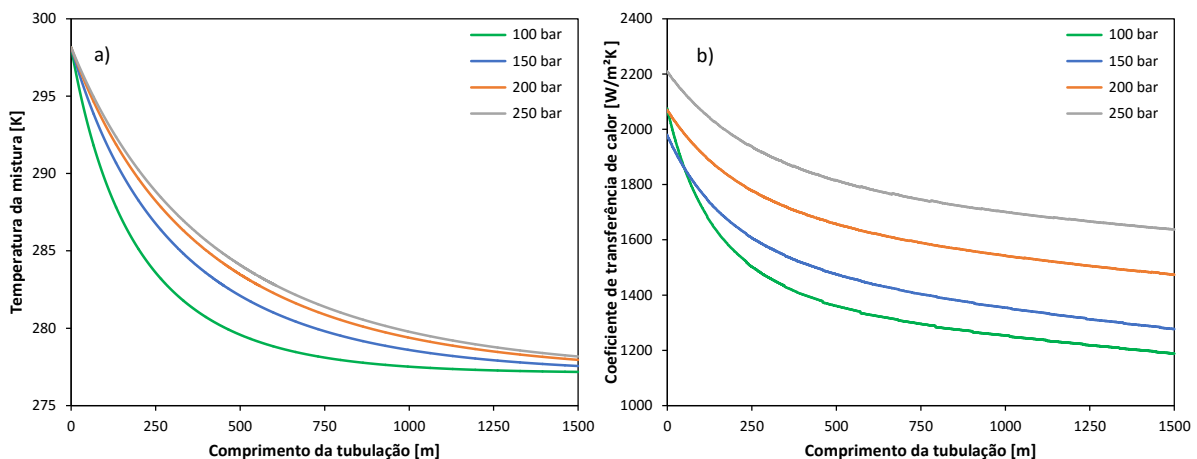


Figura 5.5 – Resultados para: a) temperatura da mistura [K] e b) coeficiente de transferência de calor da mistura [W/m².K] para diferentes condições de pressão na entrada.

Os mecanismos (i) e (ii) são competitivos e, para os casos simulados, o mecanismo (ii) prevalece. Matematicamente, os dois mecanismos podem ser interpretados através da competição entre a variação de energia da mistura e a troca de calor com a parede:

$$\dot{Q}_{\text{energia mistura}} = \dot{Q}_{\text{troca de calor}} \rightarrow \dot{m}_m c_{p,m} \Delta T_m = h_m A_t (T_w - T_m) \quad (5.1)$$

sendo que a variação de energia da mistura é aproximada pela capacidade térmica da mistura ($\dot{m}_m c_{p,m}$) e pela variação de temperatura da mistura ΔT_m ; enquanto a

troca de calor por convecção é representada pelo coeficiente de transferência de calor da mistura h_m , pela área de troca térmica A_t e pelo gradiente de temperaturas entre a parede e o fluido ($T_w - T_m$). A eq. (5.1) é um balanço de energia similar ao apresentado no capítulo de modelagem, porém utilizando uma abordagem homogênea simplificada e sem considerar o efeito Joule-Thomson ou o *scooping* térmico. Percebe-se, da eq. (5.1), que o coeficiente de transferência de calor da mistura é diretamente proporcional ao gradiente de temperatura da mistura (mecanismo i); enquanto o aumento da densidade do gás (implícito no termo \dot{m}_m) está relacionado ao aumento da capacidade térmica da mistura, que é inversamente proporcional ao gradiente de temperatura da mistura (mecanismo ii).

A Figura 5.6 apresenta o gradiente de pressão e a distribuição de pressão ao longo da tubulação. A distribuição de pressão aparenta ter um comportamento linear ao longo da tubulação, conforme pode ser visto na Figura 5.6b. Porém, ao ser analisado o gradiente de pressão (Figura 5.6a), percebe-se que este aumenta para maiores valores de pressões estabelecidas na entrada da tubulação. Isso está relacionado ao aumento da massa específica do gás, associada às tensões de cisalhamento através do número de Reynolds, originando uma maior contribuição ao atrito do gás com a parede, assim como na interface líquido-gás. Para o caso de pressão na entrada de 100 bar, percebe-se que o gradiente de pressão aumenta mais acentuadamente ao longo da tubulação, ultrapassando os gradientes de pressão para o caso de 150 e 200 bar. Isto se deve ao fato de que, no caso de 100 bar, o gás apresenta uma maior tendência de expansão (a ser discutido na Figura 5.7a), acelerando a velocidade superficial do gás e promovendo maior agitação do sistema, com aumento do atrito entre mistura e a parede.

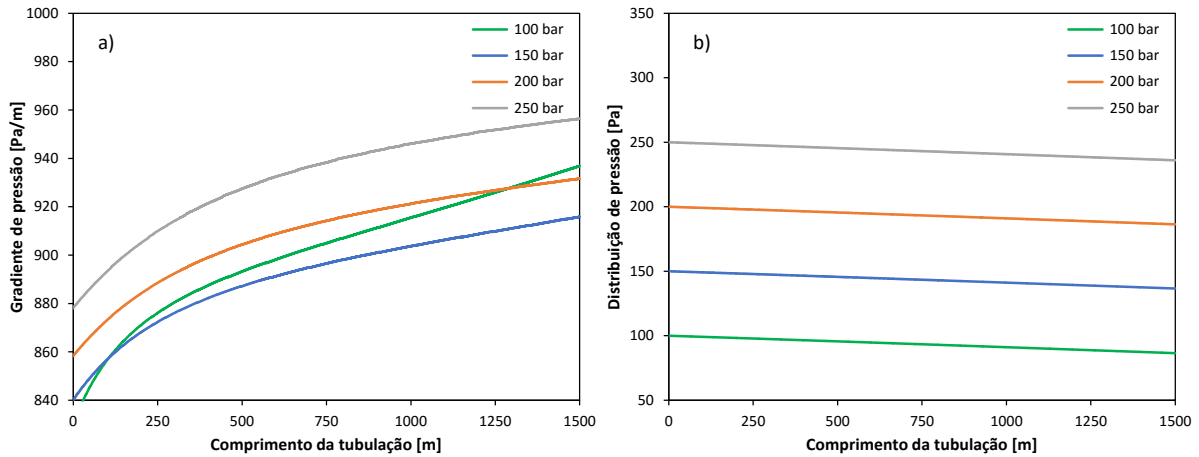


Figura 5.6 – Resultados para: a) Gradiente de pressão [Pa/m] b) Distribuição de pressão [Pa] para diferentes condições de pressão na entrada.

A tendência das velocidades superficiais das fases pode ser vista na Figura 5.7. A velocidade superficial do gás ao longo da tubulação (Figura 5.7a) é resultado de dois fenômenos competitivos: (i) a contração do gás devido ao resfriamento da mistura e (ii) a expansão do gás devido à perda de carga ao longo da tubulação (Pereira *et al.*, 2015). No início da tubulação, a velocidade superficial do gás diminui, visto que o resfriamento da mistura é mais acentuado nesta região. Em seguida, há um mínimo na tendência da velocidade superficial do gás, o que indica que os dois mecanismos se anulam. Deste ponto em diante, o fenômeno que atua com maior intensidade sobre a velocidade do gás é a queda de pressão, o qual resulta em um aumento da velocidade superficial do gás. Percebe-se que o ponto de mínimo ocorre anteriormente para os casos de menor pressão, visto que o resfriamento é mais acentuado para os mesmos. Assim, nos casos onde a pressão é menor, a mistura percorre uma distância maior até o final da tubulação na qual o gás está sujeito a uma expansão. Isso resulta em que a velocidade superficial do gás aumente bastante no caso de 100 bar.

A Figura 5.7b apresenta a velocidade superficial do líquido ao longo da tubulação. A velocidade superficial do líquido permanece constante durante todo escoamento devido à hipótese de líquido incompressível.

A Figura 5.7c retrata a velocidade da mistura. Observando que a velocidade superficial do líquido permanece constante ao longo do escoamento, então a mistura segue o mesmo comportamento do gás. Ou seja, a mistura tende a acelerar ao longo

da tubulação devido à expansão do gás, visto que o gradiente de pressão prevalece sobre o gradiente de temperatura na competição de expansão/contração do gás para os casos simulados.

A Figura 5.7d mostra a razão da velocidade do líquido pela velocidade da mistura (em inglês, conhecido como *liquid loading*). Esse fator apresenta uma tendência contrária à tendência da velocidade da mistura, visto que a velocidade superficial do líquido é constante. O *liquid loading* é um parâmetro que normalmente está diretamente relacionado à frequência do escoamento (Shulkes, 2011) e à razão entre os comprimentos das regiões da célula unitária (Rosa e Altemani, 2006).

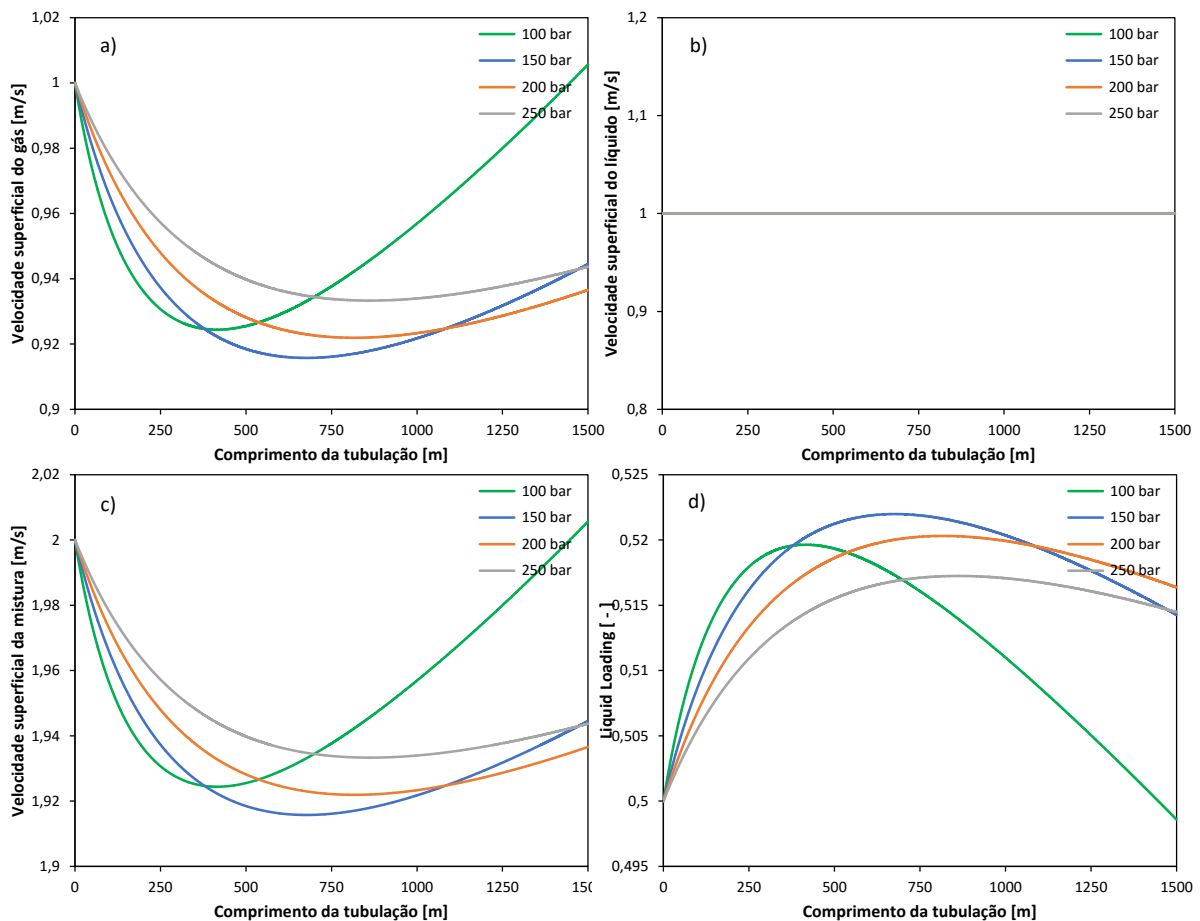


Figura 5.7 – Resultados para: a) velocidade superficial do gás [m/s], b) velocidade superficial do líquido [m/s], c) velocidade superficial da mistura e d) *liquid loading* para diferentes condições de pressão na entrada.

A Figura 5.8 apresenta as frações de fase em cada região da célula unitária. Durante o resfriamento da mistura, as frações de fase do líquido e do gás

apresentam uma forte variação no início do escoamento e tendem a entrar em um equilíbrio ao longo do duto. Essas variações são mais intensas para pressões mais baixas. A fração de líquido na bolha (Figura 5.8a) aumenta com o resfriamento da mistura devido ao aumento da viscosidade do líquido com o resfriamento da mistura (Mazza et al., 2010). Já a fração de líquido no pistão (Figura 5.8c) apresenta pouca variação ao longo da tubulação, menor que 1%. As frações de gás (Figuras 5.8b e d) possuem um comportamento inverso às frações de líquido.

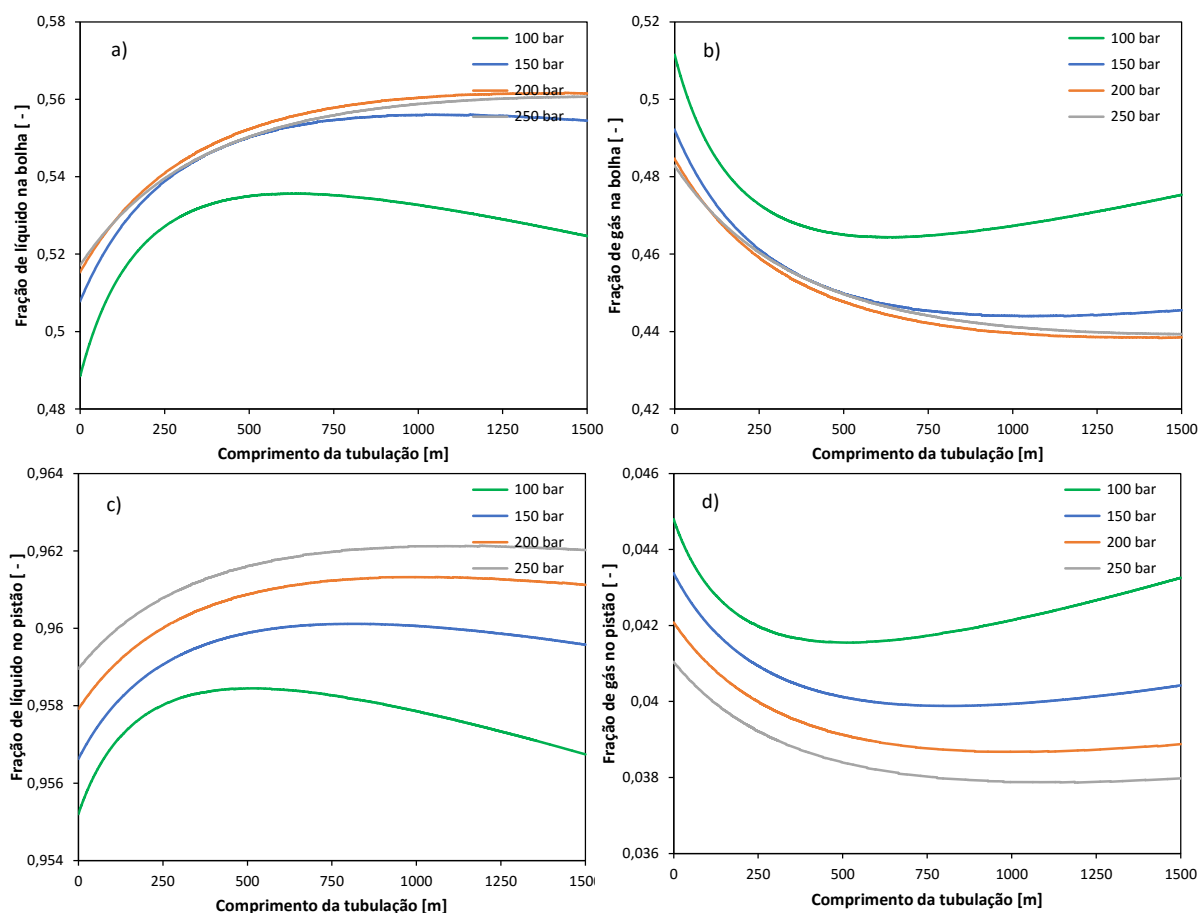


Figura 5.8 – Resultados para: a) fração de líquido na bolha [-], b) fração de gás na bolha [-], c) fração de líquido no pistão [-] e d) fração de gás no pistão [-] para diferentes condições de pressão na entrada.

A Figura 5.9 apresenta os resultados para os comprimentos das regiões da célula unitária. De forma a manter o balanço de massa dentro da célula unitária, os comprimentos das regiões variam levando em consideração que: (i) o gás contrai ou expande (Figura 5.7a) ao longo da tubulação em função das mudanças na temperatura e pressão da mistura; (ii) o líquido é considerado incompressível (Figura

5.7b); e c) as frações de líquido e gás são um resultado do balanço de quantidade de movimento (conforme proposto por Taitel e Barnea, 1990) e dependentes das propriedades das fases em cada ponto da tubulação. Logo, o comprimento da bolha diminui no início da tubulação, apresenta um ponto de mínimo e depois cresce, seguindo as tendências da velocidade superficial do gás (Figura 5.9a).

Devido ao considerável aumento no comprimento da bolha (e também do filme), e ainda devido ao aumento na fração de líquido no filme ao longo da tubulação, o pistão diminui em tamanho (Figura 5.9b). Isto ocorre devido à captura de líquido do pistão pelo filme de líquido da célula unitária consecutiva. Este fenômeno é conhecido como troca de massa por *scooping* (Shoham, 2006). Visto que a diminuição do pistão é, em valores absolutos, menor que o aumento no tamanho da bolha, de uma forma geral o comprimento da célula unitária aumenta ao longo da tubulação (Figura 5.9c).

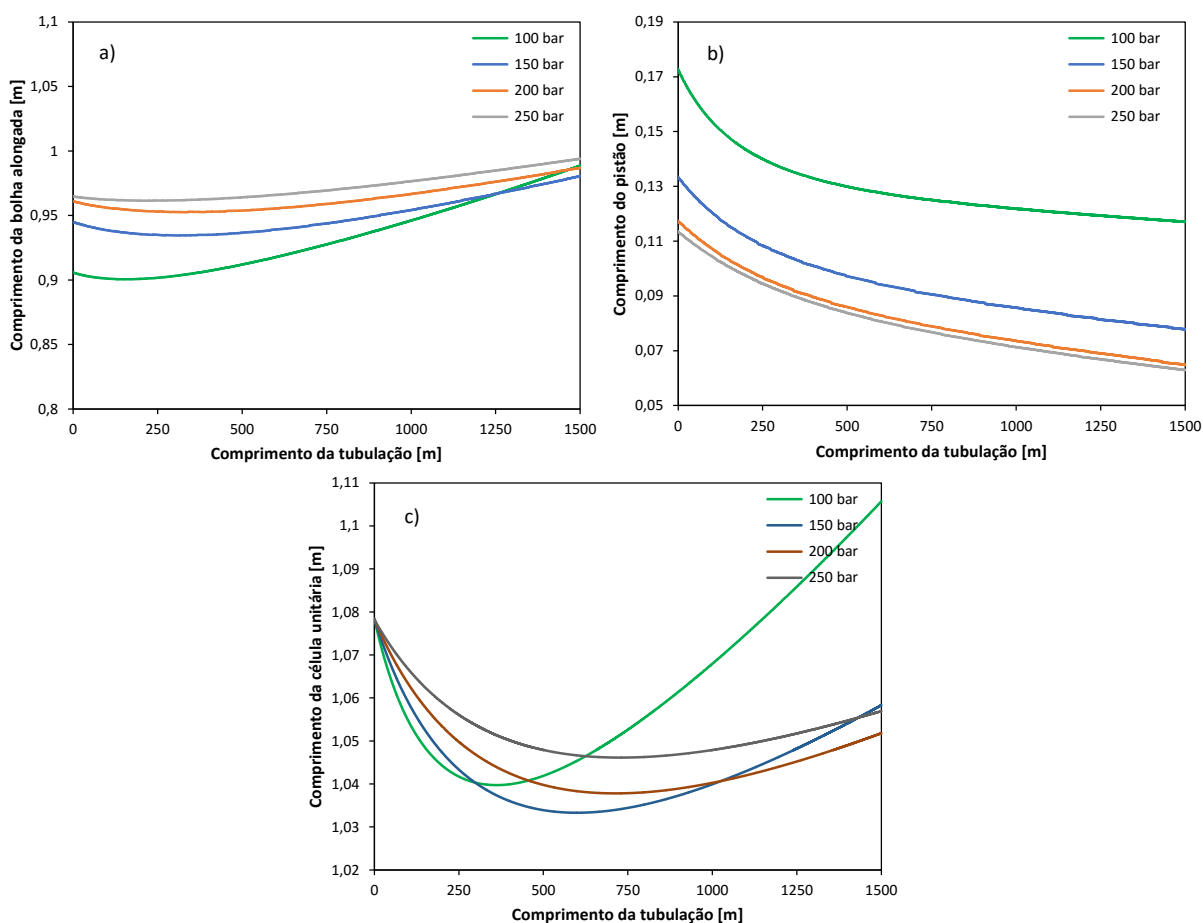


Figura 5.9 – Resultados para: a) comprimento da bolha [m], b) comprimento do pistão [m] e c) comprimento da célula unitária [m] para diferentes condições de pressão na entrada

É importante perceber ainda que a competição entre a expansão do gás devido à queda de pressão e a contração do gás devido à queda de temperatura são fenômenos competitivos que causam o aparecimento de um ponto de mínimo (ou máximo) na maioria das curvas apresentadas nesta seção.

5.3 Influência do efeito Joule-Thomson

No presente trabalho, a contribuição do efeito Joule-Thomson foi incluída nas equações do balanço de energia da mistura como um termo de geração, representado pela eq. (3.84), repetido aqui para fins didáticos:

$$\dot{q}''' = \rho_G R_{GU} A L_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz} \quad (3.84)$$

Visto que o termo de geração de energia é diretamente proporcional à massa específica do gás ρ_G , e que o mesmo é diretamente proporcional à pressão de entrada, então o caso de 250 bar com os dados de entrada disponíveis na Tabela 5.1 será utilizado para entender a sensibilidade do efeito Joule-Thomson no escoamento. Foram realizadas duas simulações, um caso considerando o termo de geração de energia e em um segundo caso desprezando esse termo.

A Figura 5.10 apresenta as diferenças na distribuição de temperaturas, detalhando a saída da tubulação onde o efeito Joule-Thomson é mais visível. O efeito Joule-Thomson se mostrou pouco influente no caso simulado. Na saída da tubulação, quando o efeito Joule-Thomson foi considerado, a temperatura da mistura ficou aproximadamente 0,1 K abaixo em relação à quando o termo de geração foi desprezado. A falta de sensibilidade ao efeito Joule-Thomson no caso simulado pode ser proveniente dos seguintes fatores:

- i. Escoamento horizontal: no presente trabalho, o termo de empuxo devido à força gravitacional é nulo, pois se trata de escoamento horizontal. Para escoamentos inclinados e verticais, o gradiente de pressão é consideravelmente maior, o que levaria ao aumento do termo de geração de energia.

- ii. Massa específica e viscosidade das fases: recomenda-se, para trabalhos futuros, a utilização de gases e líquidos mais densos e viscosos, tais como óleos. A maior densidade dos fluidos eleva o número de Reynolds, além de estar atrelada ao gradiente de pressão gravitacional para os casos de escoamento inclinado e vertical. Já a viscosidade está diretamente relacionada às tensões de cisalhamento das fases com a parede. Ambas a massa específica e a viscosidade irão gerar um gradiente de pressão mais elevado, intensificando o efeito Joule-Thomson.
- iii. Queda de pressão e a transferência de calor: o efeito Joule-Thomson é comumente observado durante a passagem de gases em válvulas de expansão. Nesse contexto, o gás sofre uma expansão súbita, caracterizada por uma grande perda de carga. Porém, no escoamento em golfadas horizontal, a queda de pressão é significativamente menor. Isso torna possível a troca de calor entre as fases e o meio externo. Essa competição entre queda de temperatura e pressão resulta em uma sensibilidade menor da temperatura da mistura em relação ao termo de geração de energia.

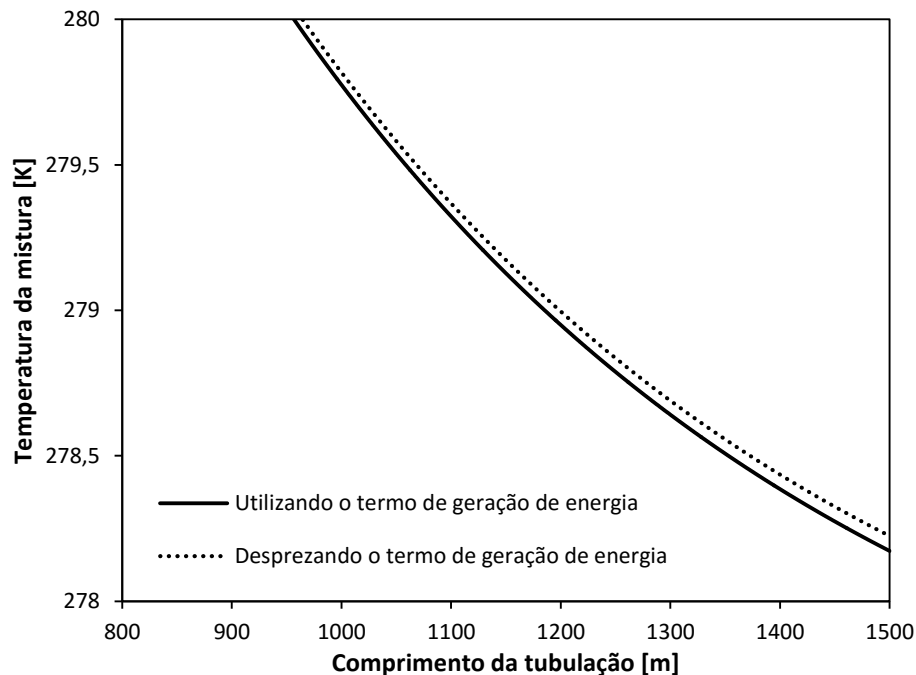


Figura 5.10 – Influência do termo de geração de energia na temperatura da mistura [K] para metano e água a 250 bar na entrada.

Utilizando o termo que representa a razão entre o efeito Joule-Thomson e a troca de calor com a parede e entre duas células unitárias, desenvolvido no Apêndice A:

$$\frac{\rho_G R_{GU} A L_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz}}{(\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) \kappa - (h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S)} \propto \frac{\rho_G}{\rho_L} \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz} \quad (5.2)$$

percebe-se que os termos se reduzem a uma escala dada em função da razão entre as densidades das fases ρ_G / ρ_L , do coeficiente de Joule-Thomson do gás $\mu_{JT,G}$ e do gradiente de pressão dP/dz . Para as simulações apresentadas, o termo referente à queda de pressão está na ordem de 10^3 e o coeficiente de Joule-Thomson na ordem de 10^{-6} a 10^{-5} . Logo, nos casos em que a massa específica do gás ρ_G possui aproximadamente mesma ordem de grandeza da massa específica do líquido ρ_L , ou seja, $\rho_G / \rho_L \approx 1$, tem-se que o efeito Joule-Thomson possui uma contribuição da ordem de 10^{-3} no balanço de energia. Assim, ressalta-se a contribuição do efeito Joule-Thomson para: (i) casos de altos gradientes de pressão, tais como em escoamentos verticais e expansões em válvulas, e (ii) gases relativamente densos.

6 CONCLUSÃO

No presente trabalho, uma modelagem mecanicista em regime permanente para a transferência de calor no escoamento em golfadas foi desenvolvida. A troca térmica do gás foi incluída no balanço de energia e o gás foi tratado como real. Foram analisados quatro casos de pressões da entrada, além da sensibilidade do escoamento em golfadas ao efeito Joule-Thomson.

Para pressões mais elevadas, o gradiente de temperatura da mistura diminui, embora o coeficiente de transferência de calor da mistura aumente devido à troca de calor do gás com a parede. Isso ocorre porque a capacidade térmica da mistura também aumenta com o aumento da pressão.

O gradiente de pressão aumenta para valores maiores de pressão na entrada. Isso é provocado pelo aumento da massa específica do gás contribuindo para as tensões de cisalhamento com a parede da tubulação e na interface líquido-gás.

A velocidade superficial do gás apresenta um comportamento combinado entre a contração do gás devido à queda de temperatura e a expansão do gás devido à queda de pressão. A contração por queda de temperatura é predominante no início da tubulação, onde o gradiente de temperatura entre a mistura e meio externo é mais acentuado. Um ponto de mínimo ocorre no momento em que ambos os mecanismos se anulam. A partir desse ponto, a queda de pressão atua mais intensamente no comportamento da velocidade do gás.

As frações de fase apresentam uma forte variação no início do escoamento, mais intensas para pressões menores, e tendem a entrar em equilíbrio da metade para o fim da tubulação.

O efeito Joule-Thomson não se mostrou muito influente no resfriamento da mistura para as condições analisadas, gerando temperaturas levemente inferiores na saída da tubulação. Frisa-se a sensibilidade do efeito Joule-Thomson para casos de gradientes de pressão mais elevados (escoamento vertical ou através de válvulas) e para fluidos mais densos e viscosos, os quais devem ser o escopo de trabalhos futuros.

PRODUÇÃO CIENTÍFICA

A seguir, foram compiladas as referências e resumos dos artigos científicos relacionados ao presente trabalho publicados ou submetidos.

Periódicos

BASSANI, C.L.; PEREIRA, F.H.G.; BARBUTO, F.A.A.; MORALES, R.E.M., 2016. **Modeling the scooping phenomenon for the heat transfer in liquid-gas horizontal slug flows**. *Applied Thermal Engineering*, v. 98, p. 862–871.

Abstract. *The heat transfer between the deep sea waters and the oil and gas mixtures flowing through production lines is a common situation in the petroleum industry. The optimum prediction of the liquid-gas flow parameters along those lines, when the intermittent flow pattern known as slug flow is dominant, has extreme importance in the design of production facilities. The mixture temperature drop caused by the colder sea waters, which can be regarded as an infinite medium with constant temperature, directly affects physical properties of the fluids such as the viscosity and specific mass. Gas expansion may also occur due to pressure and temperature gradients, thus changing the flow hydrodynamics. Finally, the temperature gradient affects the thermodynamic equilibrium between the phases, favouring wax deposition and thus increasing pressure drops or even blocking the production line. With those issues in mind, the present work proposes a stationary model to predict the mixture temperature distribution and the two-phase flow heat transfer coefficient based on the mass, momentum and energy conservation equations applied to different unit cell regions. The main contribution of the present work is the modelling of the thermal scooping phenomenon, i.e., the heat transfer between two adjacent unit cells due to the mass flux known as scooping. The model was implemented as a structured Fortran95 code with an upwind difference scheme. The results were compared to experimental data and presented good agreement. The analysis showed that the inclusion of the scooping phenomenon into the model resulted in an averaged 8% improvement in the temperature gradient calculation and heat transfer coefficient prediction for the flowing mixture.*

Congressos

PEREIRA, F.H.G.; BASSANI, C.L.; MEDINA, C.D.M; COZIN, C.; BARBUTO, F.A.A.; MORALES, R.E.M., 2015. **Heat transfer influence analysis on liquid-gas horizontal slug flow hydrodynamics using a slug-tracking model**. Proceedings of COBEM - 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering, ABCM, Rio de Janeiro, Brazil.

Abstract. *Gas-liquid two-phase slug flows in pipes occur over a wide range of gas and liquid flow rates. This kind of flow pattern is frequently found in oil and gas offshore transportation, concomitantly with transfer of heat between the transported fluids and the subsea waters. An accurate prediction of the heat transfer is essential in the design of production facilities and operation, as well as in flow assurance assessments due to the possibility of wax and hydrates formation and deposition. Also, the gas expansion or contraction due to temperature and pressure gradients affects some slug flow parameters such as the elongated bubble length and its translational velocity. It might also influence the slip velocity between the phases, whose role in liquid mass transfer across the slug flow structures is relevant and tends to decrease the liquid slug length along the pipeline. From this perspective, the present work investigates the influence of the heat transfer in the hydrodynamic parameters of this type of flow by using a transient slug tracking model. The predicted lengths and velocities of each slug flow structure under heating, cooling, isothermal conditions and different gas and liquid flow rates were obtained and analyzed.*

BASSANI, C.L.; PEREIRA, F.H.G.; BARBUTO, F.A.A.; MORALES, R.E.M., 2015. **Sensitivity analysis of a horizontal stationary heat transfer slug flow model on the elongated bubble velocity.** Proceedings of COBEM - 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering, ABCM, Rio de Janeiro, Brazil.

Abstract. *The two-phase slug flow pattern occurs over a wide range of gas and liquid flow rates and is frequently found in oil and gas offshore transportation operations. Due to the high complexity of this kind of multiphase flow, several experimental works attempted to model some important parameters such as the slug frequency and the elongated bubble translational velocity. The experimental correlations that arose from such works are widely used today on stationary slug flow simulators so as to provide mathematical closure to several models, as the one that will be presented here. Yet, those correlations were developed under different experimental conditions, where the pipe geometry, the fluid properties and even the measurement techniques widely affect the shape and/or the extrapolated accuracy of those experimental correlations. Therefore, the present work presents a sensitivity analysis of a heat transfer model for stationary gas-liquid slug flows in horizontal pipes in terms of the chosen elongated bubble velocity correlation. The sensitivity analysis for the pressure and temperature gradients predictions is shown here, as well as for the two-phase flow heat transfer coefficient and for the length of the slug flow structures.*

REFERÊNCIAS

- ALVES, L. N.; ALHANATI, F. J. S.; SHOHAM, O. A. **Unified model for predicting flowing temperature in wellbores and pipelines.** SPEPE, 1992.
- ANDREUSSI, P.; BENDIKSEN, K. H.; NYDAL, O. J. **Void distribution in slug flow,** *Int. J. Multiphase Flow*, 19 (5), 817–828, 1993.
- BARNEA D. E TAITEL Y. **A model for slug length distribution in gas-liquid slug flow",** *Int. J. Multiphase Flow*, 19 (5), 829-838, 1993.
- BASSANI, C. L. **Desenvolvimento de um modelo estacionário para o escoamento bifásico líquido-gás em golfadas com transferência de calor em tubulações horizontais.** Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Industrial Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2014.
- BASSANI, C.L.; BARBUTO, F.A.A; SUM, A.K.; MORALES, R.E.M. **A mechanistic approach for horizontal gas-liquid slug flows with the formation of gas hydrate dispersions.** In: 9th International Conference on Multiphase Flow, Firenze, Italia, 2016b.
- BASSANI, C. L.; PEREIRA, F. H. G.; BARBUTO, F. A. A.; MORALES, R. E. M. **Modeling the scooping phenomenon for the heat transfer in liquid-gas horizontal slug flows.** *Applied Thermal Engineering*, v. 98, p. 862–871, 2016a.
- CAMARGO, R. M. T. **Hidrodinâmica e Transferência de calor no Escoamento Intermitente Horizontal.** Universidade Estadual de Campinas, 142 p. Dissertação de mestrado, 1991.
- CAZAREZ-CANDIA, O.; BENÍEZ-CENTENO, O.C.; ESPINOSA-PAREDES, G. **Two-fluid model for transient analysis of slug flow in oil wells.** *Int. Journal of Heat and Fluid Flow* 32, 762-770, 2011.
- CHARLES, O. Y., IGBOKOYI, A. O. **Temperature Prediction Model for Flow Distribution in Wellbores and Pipelines.** Refereed Proceeding, SPE Paper 163038, SPE Nigerian Annual International Conference and Exhibition, Abuja, 6 – 8 August, 2012.
- CHISHOLM, D. **A Theoretical Basis for the Lockhart-Martinelli Correlation for Two-Phase Flow.** *International Journal of Heat and Mass Transfer.* doi:10.1016/0017-9310(67)90047-6, 1967.
- CONTE, M.G. **Estudo numérico e experimental da geração de golfadas em um escoamento bifásico gás-líquido.** Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Brasil. Curitiba-PR, 2014.

COOK, M.; BEHNIA, M. **Pressure drop calculation and modelling of inclined intermittent gas-liquid flow.** *Chemical Engineering Science*, v. 55, p. 4699–4708, 2000.

DESHPANDE, S.; BISHOP, A.; KARANDIKAR, B. **Heat transfer to air-water plug-slug Flow in horizontal pipes**, *Ind. Eng. Chem Res*, Vol 30, No. 9, 1991.

DUKLER, A.E.; HUBBARD, M.G. **Model for gas-liquid slug flow in horizontal and near horizontal tubes.** *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, 14(4), pp.337–347, 1975.

FOX, R. W. e MCDONALD, A. T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos.** 6a ed., Editora LTC, 2006.

FRANÇA, F., BANNWART, A. C., CAMARGO, R. M. T., GONÇALVES, M. **Mechanistic Modeling of the Convective Heat Transfer Coefficient in Gas-Liquid Intermittent Flows**, *Heat Transfer Engineering*, 29(12), pp. 984-998, 2008.

GARCÍA, F., GARCÍA J.M., GARCÍA, R., E JOSEPH, D.D. **Friction Factor Improved Correlations for Laminar and Turbulent Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipelines.** *International Journal of Multiphase Flow* 33: 1320–36, 2007.

GÓRSKI, F. **Modelo algébrico para seguimento de bolhas em escoamento líquido-gás padrão golfadas**, Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Relatório final de atividades, 2008.

GNIELINSKI, V. **New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow.** *Int. Chem. Eng.*, v. 16, n. 2, p. 359–368, 1976.

HARMATHY, T.Z. **Velocity of large drops and bubbles in media of infinite or restricted extent**, *AIChE Journal*, 6, pp. 281–288, 1960.

HETSRONI, G., HU, B., YI, J., MOSYAK, A., YARIN, L. E ZISKIND, G. **Heat transfer in intermittent air-water flows – Part I: Horizontal tube**, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 24, No. 2, pp. 165-188, 1998a.

HETSRONI, G., YI, J., HU, B., MOSYAK, A., YARIN, L. E ZISKIND, G. **Heat transfer in intermittent air-water flows – Part II: Upward inclined tube**, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 24, No. 2, pp. 189-212, 1998b.

INCROPERA, F., DEWITT, D., BERGMAN, T., LAVINE, A. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**, 6ª Ed., Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 2008.

KIM, J. E GHAJAR, A. **A general heat transfer correlation for non-boiling gas-liquid flow with different flow patterns in horizontal pipes**, *International Journal of Multiphase Flow* 32 pp 447-465, 2006.

LIMA, I. N. R. C. **Estudo Experimental da Transferência de Calor no escoamento Bifásico Intermitente Horizontal**. São Paulo: Universidade Estadual de Campinas, 135p. Dissertação de mestrado, 2009.

MANDHANE, J.M., GREGORY, G. A & AZIZ, K. **A flow pattern map for gas—liquid flow in horizontal pipes**. International Journal of Multiphase Flow, 1(4), pp.537–553, 1974.

MARIC. I.; **The Joule-Thomson effect in natural gas flow-rate measurements**. Ruder Boskovic Institute, Division of Electronics, Laboratory for information System. Bijenicka c. 54, P.O.B. 180, 10002 Zagreb, Croatia, 2005.

MAZZA, R.A., ROSA, E.S., Yoshizawa, C.J. **Analyses of liquid film models applied to horizontal and near horizontal gas-liquid slug flows**. Chemical Engineering Science, 65, 3876–3892, 2010.

MEDINA, C.D.P., COZIN, C., MORALES, R.E.M., E JUNQUEIRA, S.L.M. **Hydrodynamics and heat transfer simulation for two-phase intermittent flow in horizontal pipes**. In 13th Braz. Congr. of Therm. Sci. and Eng. Uberlândia, Brasil, 2010.

MEDINA, C. D. P. **Simulação numérica do escoamento bifásico líquido-gás em golfadas com transferência de calor em dutos horizontais**, Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 159p. Dissertação de mestrado, 2011.

MEDINA, C.D.P.; BASSANI, C. L.; COZIN, C.; BARBUTO, F. A.; JUNQUEIRA, S. L. M., MORALES, R.E.M. **Numerical simulation of the heat transfer in fully developed horizontal two-phase slug flows using a slug tracking method**. International Journal of Thermal Sciences, 88, pp.258–266, 2015. Disponível em: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1290072914001239>.

MORAN, M.; SHAPIRO, H. **Fundamentals of Engineering Thermodynamics**”, 5th Ed. John Wiley & Sons, Inc, 2006.

NASCIMENTO, J. C. S. **Simulador de escoamento multifásico em poços de petróleo (SEMP)**. 134 f. Dissertação (Mestrado em Pesquisa e Desenvolvimento em Ciência e Engenharia de Petróleo) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.

NYDAL, O. J., KLEBERT, P., WANGENSTEEN, T. E KRISTIANSEN, O. **Transient two-phase flow model**, Proceedings of the 11th BHRG Multiphase Technology '03, San Remo, 2003.

OLDENBURG, C. M. **Joule-Thomson cooling due to CO₂ injection into natural gas reservoirs**. Lawrence Berkeley National Laboratory, Earth Sciences Division, 1 Cyclotron Road, 90-1116, Berkeley, CA, USA, 2007.

PEREIRA, F.H.G.; BASSANI, C.L.; MEDINA, C.D.M; COZIN, C.; BARBUTO, F.A.A.; MORALES, R.E.M. **Heat transfer influence analysis on liquid-gas horizontal slug**

flow hydrodynamics using a slug-tracking model. Proceedings of COBEM - 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering, ABCM, Rio de Janeiro, Brasil, 2015.

PETALAS, N.; AZIZ, K. **A mechanistic model for multiphase flow in pipes.** Annual Technical Meeting, Petroleum Society of Canada, Calgary, Canada, 1998.

RODRIGUES, H. T. **Simulação numérica do escoamento bifásico gás-líquido no padrão de golfadas utilizando um modelo lagrangeano de seguimento de pistões,** Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 192p. Dissertação de mestrado, 2009.

RODRIGUES, R.L.P. **Caracterização experimental do escoamento bifásico de gás-líquido descendente em golfadas em tubulações levemente inclinadas** Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 95p. Dissertação de mestrado, 2015.

ROSA, E.S.; ALTEMANI, C.A.C. **Análise de Escoamentos em Golfadas de Óleos Pesados e de Emulsões Óleo-Água.** Relatório, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 2006.

SETZMANN, U.; WAGNER, W. **A New Equation of State and Tables of Thermodynamic Properties for Methane Covering the Range from the Melting Line to 625 K at Pressures up to 1000 MPa.** Journal of Physical and Chemical Reference Data, 20 (6), 1061–1155, 1991.

SHAH, M. **Generalized Prediction of Heat Transfer During Two Component Gas-Liquid Flow in Tubes and other Channels,** AIChE Symposium Series, 77 (208), 140-151, 1981.

SHOHAM, O. **Mechanistic modeling of gas-liquid two-phase flow in pipes.** 1st ed., Richardson: Society of Petroleum Engineers, 2006.

SCHULKES, R. **Slug frequencies revisited.** 15th International Conference on Multiphase Production Technology, BHR Group, Cannes, França, 2011.

SIMÕES, E. F.; CARNEIRO, J. N. E.; NIECKELE, A. O. **Numerical prediction of non-boiling heat transfer in horizontal stratified and slug flow by the Two-Fluid Model.** International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 47, p. 135–145, 2014.

SLOAN, D., KOH, C.; SUM, A.K. **Natural gas hydrates in flow assurance.** Elsevier Inc, 2011.

TAITEL, Y.; DUKLER, A.E. **A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow.** Aiche Journal, 22, pp.47–55, 1976. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1002/aic.690220105>.

TAITEL, Y.; BARNEA, D. **A consistent approach for calculating pressure drop in inclined slug flow**, Chemical Engineering Science, Vol 45, No 5, pp. 1199 – 1206, 1990a.

TAITEL, Y.; BARNEA, D. **Two phase slug flow, advances in Heat Transfer**. Hartnett J.P. and Irvine Jr. T.F. ed., vol. 20, 83-132, 1990b

TAITEL, Y.; BARNEA, D. **Effect of gas compressibility on a slug tracking model**, Chemical Engineering Science, Vol. 53, No. 11 2089-2097, 1998.

TANG, C.; GHAJAR, A. J. **Validation of a general heat transfer correlation for non-boiling two-phase flow with different flow patterns and pipe inclination angles**, Thermal Engineering Summer Heat Transfer Conference ASME-JSME, 2007.

WALLIS, G. B. **One dimensional two-phase flow**, New York, McGraw-Hill, 1969.

ZERPA, L. E.; RAO, I.; AMAN, Z. M.; DANIELSON, T. J.; KOH, C. A.; SLOAN, E. D.; SUM, A. K. **Multiphase flow modeling of gas hydrates with a simple hydrodynamic slug flow model**. Chemical Engineering Science, v. 99, p. 298–304, 2013

ZHENG, G., BRILL, J. P.; TAITEL, Y. **Slug Flow Behavior In A Hilly Terrain Pipeline**. *Int. J. Multiphase*, Vol. 20, No. 1. pp. 63-79, 1994.

APÊNCIDE A – SENSIBILIDADE DO EFEITO JOULE-THOMSON

Na condição de escoamento a baixas pressões, são realizadas algumas manipulações matemáticas no balanço de energia da mistura, eq. (3.85), de forma a encontrar a influência do efeito Joule-Thomson:

$$\begin{aligned} \rho_m AL_U c_{p,m} U_T \frac{dT_m}{dz} + (\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) \kappa (T_W - T_m) = \\ = (h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S) (T_W - T_m) + \rho_G R_{GU} AL_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz} \end{aligned} \quad (3.85)$$

Aplicando uma mudança de variável da seguinte forma:

$$T_W - T_m = \phi \therefore -\frac{dT_m}{dz} = \frac{d\phi}{dz} \quad (A.1)$$

Substituindo (A.1) em (3.85):

$$\begin{aligned} -\rho_m AL_U c_{p,m} U_T \frac{d\phi}{dz} + (\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) \kappa \phi = \\ = (h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S) \phi + \rho_G R_{GU} AL_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz} \end{aligned} \quad (A.2)$$

Agrupando os termos em comum:

$$\begin{aligned} a \frac{d\phi}{dz} + b\phi = c \\ a = -\rho_m AL_U c_{p,m} U_T \\ b = (\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G}) \kappa - (h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S) \\ c = \rho_G R_{GU} AL_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz} \end{aligned} \quad (A.3)$$

Cuja solução é:

$$\phi_{(z)} = \frac{c}{b} + \left(\phi_i - \frac{c}{b} \right) \exp\left(-\frac{b}{a} z \right) \quad (A.4)$$

sendo $\phi_i = T_W - T_{mi}$. Seja uma tubulação longa o suficiente para que toda a troca de calor com o meio externo seja efetuada. Assim, espera-se que o escoamento seja isotérmico a partir deste ponto, ou seja, $\phi_{(z \rightarrow \infty)} = 0 \therefore T_m = T_W = T_{ext}$. Aplicando o limite da eq. (A.4) para $z \rightarrow \infty$:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \phi_{(z)} = \lim_{z \rightarrow \infty} \left[\frac{c}{b} + \left(\phi_i - \frac{c}{b} \right) \exp \left(-\frac{b}{a} z \right) \right] = \frac{c}{b}$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \phi_{(z)} = \frac{\rho_G R_{GU} A L_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz}}{\left(\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G} \right) \kappa - \left(h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S \right)} \quad (\text{A.5})$$

Percebe-se que, no limite em que a tubulação é infinitamente grande, a temperatura da mistura não atinge a mesma temperatura da parede. Ou seja, $\phi_{(z \rightarrow \infty)} \neq 0$. O termo do lado direito da eq. (A.5) mostra que, devido ao efeito Joule-Thomson (numerador), a mistura sempre tenderá a mudar de temperatura em função do gradiente de pressão. Assim, a mistura voltará a trocar calor com o meio externo (denominador). Logo, a eq. (A.5) representa a razão entre o termo de geração devido ao efeito Joule-Thomson e a troca de calor da mistura radialmente com a parede e axialmente entre duas células unitárias.

Sabendo que $h_{LB}, h_{LS} \propto \text{Re}_L \propto \rho_L$, $h_{GB}, h_{LS} \propto \text{Re}_G \propto \rho_G$, $\kappa \propto h_{LB}, h_{LS}, h_{GB}, \rho_L, \rho_G$, tem-se que a eq. (A.5) é proporcional a:

$$\frac{\rho_G R_{GU} A L_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz}}{\left(\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \dot{m}_{Gz} c_{v,G} \right) \kappa - \left(h_{GB} S_{GB} L_B + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S \right)} \propto \frac{\rho_G}{\rho_L} \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz} \quad (\text{A.6})$$

ou seja, a relação entre o efeito Joule-Thomson e a o termo de troca de calor é função da razão entre as densidades das fases ρ_G / ρ_L , do coeficiente de Joule-Thomson do gás $\mu_{JT,G}$ e do gradiente de pressão dP/dz . Para o caso em que $\rho_G / \rho_L \rightarrow 0$, ou seja, um gás leve ou uma pressão baixa, o efeito Joule-Thomson é inexpressível. Assim, a temperatura da mistura em uma tubulação infinita se aproxima da temperatura da parede:

$$\lim_{\substack{z \rightarrow \infty \\ \frac{\rho_G}{\rho_L} \rightarrow 0}} \phi_{(z)} = 0 \therefore T_{m(z \rightarrow \infty; \rho_G / \rho_L \rightarrow 0)} = T_W \quad (\text{A.7})$$

o que está de acordo com o limite esperado para escoamento em uma tubulação de comprimento infinito: o equilíbrio térmico.

APÊNCIDE B – COMPORTAMENTO DO MODELO PARA GASES

LEVES

O presente trabalho se baseou no modelo originalmente proposto por Bassani *et al.* (2016a), porém considerando o efeito do gás tanto no balanço de quantidade de movimento como de energia. O comportamento de gás real também foi adotado, ao invés do comportamento de gás ideal. A seguir, serão aplicados limites de $\rho_G / \rho_L \rightarrow 0$ (ou de que a pressão é suficientemente baixa, $P \rightarrow 0$) para mostrar que o modelo apresentado neste trabalho recai sobre o modelo originalmente proposto por Bassani *et al.* (2016a).

Velocidade superficial do gás

Para casos de baixa pressão, o fator de compressibilidade do gás vale $Z \approx 1$. Assim, a eq. (3.39) fica:

$$\lim_{P \rightarrow 0} j_{G(n+1)} = \lim_{P \rightarrow 0} \left(j_{G(n)} \frac{\cancel{Z}_{(n+1)}}{\cancel{Z}_{(n)} \approx 1} \frac{P_{(n)} T_{m(n+1)}}{P_{(n+1)} T_{m(n)}} \right) = j_{G(n)} \frac{P_{(n)} T_{m(n+1)}}{P_{(n+1)} T_{m(n)}} \quad (\text{B.1})$$

o que é idêntico à hipótese de comportamento de gás ideal feita por Bassani *et al.* (2016a).

Gradiente de pressão

Aplicando o limite para quando o gás possui massa específica relativamente baixa em relação ao líquido na eq. (3.13):

$$\lim_{\frac{\rho_G}{\rho_L} \rightarrow 0} \left(- \frac{dP}{dz} \Big|_U \right) = \lim_{\frac{\rho_G}{\rho_L} \rightarrow 0} \left[\frac{\tau_{LS} S_{LS}}{A} \frac{L_S}{L_U} + \frac{(\tau_{LB} S_{LB} + \cancel{\tau_{GB} S_{GB}}^{\approx 0} + \cancel{\tau_i S_i}^{\approx 0})}{A} \frac{L_B}{L_U} + K \rho_L \frac{(U_{LB} - U_T)^2}{2L_U} \right] \quad (\text{B.2})$$

$$\lim_{\frac{\rho_G}{\rho_L} \rightarrow 0} \left(- \frac{dP}{dz} \Big|_U \right) = \frac{\tau_{LS} S_{LS}}{A} \frac{L_S}{L_U} + \frac{\tau_{LB} S_{LB}}{A} \frac{L_B}{L_U} + K \rho_L \frac{(U_{LB} - U_T)^2}{2L_U}$$

que é idêntico às hipóteses feitas por Bassani *et al.* (2016a) de atritos desprezíveis entre o gás e a parede e na interface líquido-gás,.

Variação de energia na célula unitária

Aplicando o limite para a capacidade térmica quando o gás possui massa específica relativamente baixa em relação ao líquido na eq. (3.45):

$$\lim_{\frac{\rho_G}{\rho_L} \rightarrow 0} \left(\cancel{\rho_m \approx R_{LU} \rho_L} A L_U \cancel{c_{p,m} \approx c_{p,L}} U_T \frac{dT_m}{dz} \right) = \rho_L A R_{LU} L_U c_{p,L} U_T \frac{dT_m}{dz} \quad (\text{B.3})$$

que é idêntico ao encontrado por Bassani *et al.* (2016a).

Scooping térmico

Aplicando o limite para quando o gás possui massa específica relativamente baixa em relação ao líquido no termo de *scooping* térmico, eq. (3.76):

$$\lim_{\frac{\rho_G}{\rho_L} \rightarrow 0} \left[\left(\dot{m}_{Lz} c_{v,L} + \cancel{\dot{m}_{Gz} \approx 0} c_{v,G} \right) \kappa (T_W - T_m) \right] = \lim_{\frac{\rho_G}{\rho_L} \rightarrow 0} \left[\dot{m}_{Lz} c_{v,L} \kappa (T_W - T_m) \right] \quad (\text{B.4})$$

Aplicando o limite para fator de *scooping* térmico κ , eq. (3.72):

$$\lim_{\frac{\rho_G}{\rho_L} \rightarrow 0} \kappa = \lim_{\frac{\rho_G}{\rho_L} \rightarrow 0} \left[\exp \left(\frac{h_{LB} S_{LB} L_B + \cancel{h_{GB} S_{GB} L_B} \approx 0}{\cancel{\rho_m} \rho_L \cancel{c_{v,m} \approx c_{v,L}} A \cancel{\mathcal{X} \approx U_{LB}}} \right) - \exp \left(- \frac{h_{LS} S_{LS} L_S}{\cancel{\rho_m} \approx \rho_L \cancel{c_{v,m} \approx c_{v,L}} A \cancel{\mathcal{X} \approx U_{LS}}} \right) \right] \quad (\text{B.5})$$

$$\lim_{\frac{\rho_G}{\rho_L} \rightarrow 0} \kappa = \exp \left(\frac{h_{LB} S_{LB} L_B}{\rho_L c_{v,L} A U_{LB}} \right) - \exp \left(- \frac{h_{LS} S_{LS} L_S}{\rho_L c_{v,L} A U_{LS}} \right)$$

que é idêntico ao fator de *scooping* térmico encontrado por Bassani *et al.* (2016a) ao desconsiderar a contribuição da fase gasosa. Substituindo (B.5) em (B.4):

$$\lim_{\frac{\rho_G}{\rho_L} \rightarrow 0} \left[\dot{m}_{Lz} c_{v,L} \kappa (T_W - T_m) \right] = \dot{m}_{Lz} c_{v,L} \left[\exp \left(\frac{h_{LB} S_{LB} L_B}{\rho_L c_{v,L} A U_{LB}} \right) - \exp \left(- \frac{h_{LS} S_{LS} L_S}{\rho_L c_{v,L} A U_{LS}} \right) \right] (T_W - T_m) \quad (\text{B.6})$$

que é idêntico ao termo de *scooping* térmico de Bassani *et al.* (2016a).

Troca de calor com a parede

Aplicando o limite para a troca de calor com a parede da tubulação e considerando a massa específica do gás tendendo a zero:

$$\lim_{\frac{\rho_G \rightarrow 0}{\rho_L}} \left[\left(\cancel{h_{GB} S_{GB} L_B} + h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S \right) (T_W - T_m) \right] = (h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S) (T_W - T_m) \quad (\text{B.7})$$

idêntico ao modelo de Bassani *et al.* (2016a).

Efeito Joule-Thomson

Aplicando o limite à eq. (3.84):

$$\lim_{\frac{\rho_G \rightarrow 0}{\rho_L}} (q''') = \lim_{\frac{\rho_G \rightarrow 0}{\rho_L}} \left[\cancel{\rho_G} R_{GU} A L_U c_{p,G} U_T \mu_{JT,G} \frac{dP}{dz} \right] \approx 0 \quad (\text{B.8})$$

que é idêntico a desconsiderar o efeito Joule-Thomson, como feito por Bassani *et al.* (2016a).

Distribuição de temperatura e coeficiente de transferência de calor

Substituindo as eqs. (B.3) a (B.8) na eq. (3.41) e resolvendo, encontram-se os seguintes termos m , n e p para a solução da distribuição de temperaturas, eq. (3.87):

$$\begin{aligned} m &= \rho_L A R_{LU} L_U c_{p,L} U_T \\ n &= h_{LB} S_{LB} L_B + h_{LS} S_{LS} L_S - \dot{m}_{Lz} c_{v,L} \kappa \\ p &= n T_W \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

sendo $q = 0$ o termo que representa a geração de energia. Substituindo (B.9) em (3.90) e isolando o coeficiente de transferência de calor:

$$h_m = \left(h_{LB} \frac{S_{LB}}{S} \frac{L_B}{L_U} + h_{LS} \frac{S_{LS}}{S} \frac{L_S}{L_U} - \frac{\dot{m}_{Lz} c_{v,L} \kappa}{S L_U} \right) \frac{j_L}{R_{LU} U_T} \quad (\text{B.10})$$

As eqs. (B.9) e (B.10) são justamente as expressões obtidas por Bassani *et al.* (2016) para a distribuição de temperatura e para o coeficiente de transferência de calor da mistura, respectivamente.