

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

RENATO BRAGATO JUNIOR

**VALIDAÇÃO DE UM CÓDIGO BASEADO NO MÉTODO DE ELEMENTOS
FINITOS UTILIZADO PARA SIMULAR ESCOAMENTOS
INCOMPRESSÍVEIS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PATO BRANCO

2016

RENATO BRAGATO JUNIOR

VALIDAÇÃO DE UM CÓDIGO BASEADO NO MÉTODO DE
ELEMENTOS FINITOS UTILIZADO PARA SIMULAR
ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação em Engenharia Mecânica pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Câmpus Pato Branco, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Augusto Aparecido Gomes

Coorientador: Prof. Me. Marcio Tadayuki Nakaura

PATO BRANCO

2016

FOLHA DE APROVAÇÃO

VALIDAÇÃO DE UM CÓDIGO BASEADO NO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADO PARA SIMULAR ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS

Renato Bragato Junior

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado no dia 02/12/2016 como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Mecânico, do curso de Engenharia Mecânica do Departamento Acadêmico de Mecânica (DAMEC) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Pato Branco (UTFPR-PB). O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora julgou o trabalho **APROVADO**.

Prof. Me. Loreci Zanardini
(UTFPR)

Prof. Dr. Luiz Carlos Martinelli Junior
(UTFPR)

Prof. Dr. Francisco Augusto Aparecido Gomes
(UTFPR)
Orientador

Prof. Dr. Bruno Bellini Medeiros
Responsável pelo TCC do Curso de Eng. Mecânica

Dedico esse trabalho à minha família.

“Divide as dificuldades que tenhas de examinar em tantas partes quantas for possível, para uma melhor solução.”

(René Descartes)

Resumo

Este trabalho traz uma validação para um código numérico, implementado em linguagem Fortran, baseado no Método de Elementos Finitos utilizado para simular escoamentos de fluido incompressível. Por tratar-se de uma validação, foram obtidos dados experimentais. Para tal, foram realizados experimentos em um túnel de vento da UTFPR, Câmpus de Pato Branco - PR, a fim de obter dados para que se possa comparar com os resultados das simulações numéricas. Durante a etapa experimental, foram ensaiados dois corpos de prova, um cilindro de seção circular e um perfil Clark-Y. O cilindro foi ensaiado em cinco condições de escoamento diferentes, sendo que duas dessas condições, as que foram encontradas referências na literatura, foram utilizadas para a validação do código. O Clark-Y foi ensaiado em três velocidades diferentes e com quatro ângulos de ataque distintos, totalizando doze condições de escoamento. Pelo fato de não haver dados de literatura para o perfil, os experimentos do Clark-Y não foram realizados para serem utilizados na validação, foram realizados para enriquecer os dados experimentais referentes ao perfil, escassos na literatura. Para as simulações numéricas, foram rodadas malhas do cilindro com 440 e 1146 elementos, nas mesmas condições iniciais dos experimentos e dos dados encontrados na literatura a fim de permitir uma comparação dos perfis de pressão, entre os experimentos, os resultados das simulações e a literatura, viabilizando a validação do código.

Palavras-chave: Fluido Incompressível, Elementos Finitos, SUPG, Validação, Cilindro, Clark-Y.

Abstract

This paper proposes a validation for a numeric code, written in Fortran language, based on the Finite Element Method used to simulate incompressible fluid flows. Because it is a validation, experimental data were obtained. For such, experiments on the wind tunnel of the UTFPR – Câmpus Pato Branco – PR, were made with the purpose of obtain data to be able to compare with the results of the numeric simulations. During the experimental step, two test bodies were used, a circular cross-section cylinder and a Clark-Y. The cylinder was tested in five different flow conditions, and two of these conditions, the ones that references were found in the literature, were used for the validations of the code. The Clark-Y was tested in tree different velocities and with four different angles of attack, totalizing twelve distinct flow conditions. Based on the fact that no reference data for the Clark-Y were found in the literature, the experiments of the Clark-Y were made to enrich the experimental data of the profile, which has very little about it in the literature. For the numeric simulations, cylinder meshes with 440 and 1146 elements each were used, in the same initial conditions used on the experiments and that were found in the literature, managing to compare the profiles of pressure, between the experiments, the simulation results and the literature, enabling the validation of the code.

Keywords: Incompressible Flow, Finite Elements, SUPG, Validation, Cylinder, Clark-Y.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Os papéis da verificação e da validação	16
Figura 2 – Elementos Finitos que compoem as malhas utilizadas no código	31
Figura 3 – Representação esquemática das dimensões da seção de teste do túnel	33
Figura 4 – Representação esquemática das dimensões do cilindro de seção circular	34
Figura 5 – Representação esquemática das dimensões do perfil Clark-Y	34
Figura 6 – Representação esquemática das dimensões do perfil Clark-Y	35
Figura 7 – Manômetro de coluna inclinada Sistema <i>Krell</i>	36
Figura 8 – Barômetro utilizado	36
Figura 9 – Anemômetro utilizado	36
Figura 10 – Ângulo α entre o orifício de tomada de pressão do cilindro e a direção do escoamento	38
Figura 11 – Saídas para o manômetro dos orifícios de tomada de pressão do Clark-Y	38
Figura 12 – Dados da literatura para C_p , em função de α , do cilindro para $Re = 1,9 \times 10^4$	39
Figura 13 – Dados da literatura para C_p , em função de α , do cilindro para $Re = 3,5 \times 10^4$	39
Figura 14 – Geometria utilizada para gerar as malhas do cilindro	40
Figura 15 – Malha gerada com 440 elementos para as simulações do Cilindro	41
Figura 16 – Malha gerada com 1146 elementos para as simulações do Cilindro	41
Figura 17 – Cilindro – Distribuição de C_p em função de α para Reynolds igual a $1,5 \times 10^4$	43
Figura 18 – Cilindro – Distribuição de C_p em função de α para Reynolds igual a $1,9 \times 10^4$	43
Figura 19 – Cilindro – Distribuição de C_p em função de α para Reynolds igual a $2,4 \times 10^4$	43
Figura 20 – Cilindro – Distribuição de C_p em função de α para Reynolds igual a $2,6 \times 10^4$	43
Figura 21 – Cilindro – Distribuição de C_p em função de α para Reynolds igual a $3,6 \times 10^4$	44
Figura 22 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,2 \times 10^4$ e $\beta = 0^\circ$	45
Figura 23 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,2 \times 10^4$ e $\beta = 2^\circ$	45
Figura 24 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,2 \times 10^4$ e $\beta = 5^\circ$	45
Figura 25 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,2 \times 10^4$ e $\beta = 10^\circ$	45
Figura 26 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,9 \times 10^4$ e $\beta = 0^\circ$	46
Figura 27 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,9 \times 10^4$ e $\beta = 2^\circ$	46
Figura 28 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,9 \times 10^4$ e $\beta = 5^\circ$	46

Figura 29 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,9 \times 10^4$ e $\beta = 10^\circ$.	46
Figura 30 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $6,9 \times 10^4$ e $\beta = 0^\circ$.	47
Figura 31 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $6,9 \times 10^4$ e $\beta = 2^\circ$.	47
Figura 32 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $6,9 \times 10^4$ e $\beta = 5^\circ$.	47
Figura 33 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $6,9 \times 10^4$ e $\beta = 10^\circ$.	47
Figura 34 – Tempo computacional para as simulações do escoamento ao redor do cilindro	48
Figura 35 – Cilindro – C_p em função de α para Re = $1,9 \times 10^4$ com a malha de 440 elementos	49
Figura 36 – Cilindro – C_p em função de α para Re = $3,6 \times 10^4$ com a malha de 440 elementos	49
Figura 37 – Cilindro – C_p em função de α para Re = $1,9 \times 10^4$ com a malha de 1146 elementos	49
Figura 38 – Cilindro – C_p em função de α para Re = $3,6 \times 10^4$ com a malha de 1146 elementos	49
Figura 39 – Perfil Clark Y para ângulo de ataque nulo. Dimensões em milímetros. .	59
Figura 40 – Perfil Clark Y para ângulo de ataque de 2° . Dimensões em milímetros.	60
Figura 41 – Perfil Clark Y para ângulo de ataque de 5° . Dimensões em milímetros.	62
Figura 42 – Perfil Clark Y para ângulo de ataque de 10° . Dimensões em milímetros.	63

Lista de tabelas

Tabela 1 – Posições dos orifícios de tomada de pressão no Clark-Y.	35
Tabela 2 – Temperaturas aferidas nos ensaios e suas propriedades dependentes. . .	37
Tabela 3 – Frequências, velocidades e números de Reynolds dos ensaios do cilindro.	42
Tabela 4 – Frequências, velocidades e números de Reynolds dos ensaios do Clark Y.	45
Tabela 5 – Pontos perfil Clark-Y para $\beta = 0^\circ$	60
Tabela 6 – Pontos perfil Clark-Y para $\beta = 2^\circ$	61
Tabela 7 – Pontos perfil Clark-Y para $\beta = 5^\circ$	62
Tabela 8 – Pontos perfil Clark-Y para $\beta = 10^\circ$	63

Lista de abreviaturas e siglas

CFD	Dinâmica de Fluidos Computacionais
MEF	Método de Elementos Finitos
SUPG	<i>Streamline Upwind Petrov-Galerkin</i>
NACA	<i>National Advisory Committee for Aeronautics</i>
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
CPU	<i>Central Processing Unit</i>

Lista de símbolos

∂	Diferencial parcial
ρ	Densidade do fluido
u	Componente da velocidade em x
t	Tempo
v	Componente da velocidade em y
w	Componente da velocidade em z
τ	Tensão cisalhante
g	Aceleração da gravidade
T	Temperatura
E	Energia específica
Q	Função ponderadora relativa a pressão
W	Função ponderadora relativa a velocidade
U_N	Solução aproximada
ϕ	Função de forma
α_i	Coefficientes da solução aproximada
Ω_e	Domínio de integração
Γ_e	Fronteira do elemento
Υ	Tensor
n	Vetor normal
Ψ	Vetor das funções de forma da variável velocidade
Φ	Vetor das funções de forma da variável pressão
∇	Operador Nabla
Δ	Operador Delta

U_∞	Velocidade do escoamento ao longe
P_∞	Pressão estática do escoamento ao longe
Q	Matriz de pressão
M	Matriz de massa
$C(u)$	Matriz de convecção
K	Matriz de difusão
P	Vetor de pressões nodais
F	Vetor de forças
μ	Viscosidade Dinâmica
Re	Número de Reynolds
L	Comprimento característico
C_P	Coefficiente de Pressão
$mmCA$	Milímetros de Coluna d'Água
α	ângulo do cilindro entre a tomada de pressão e a direção do escoamento
β	Ângulo de ataque do perfil Clark-Y
C_d	Coefficiente de Arrasto
C_l	Coefficiente de Sustentação

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Motivação	20
1.2	Objetivos	21
1.2.1	Objetivo Geral	21
1.2.2	Objetivos Específicos	21
1.3	Organização do trabalho	21
2	FORMULAÇÃO BÁSICA DO PROBLEMA	23
2.1	Estabelecimento do Problema	23
2.1.1	Equação da Continuidade	23
2.1.2	Equação do <i>Momentum</i>	24
2.1.3	Equação da Conservação da Energia	24
2.2	Classificação do fluido	24
2.3	Classificação do escoamento	25
2.3.1	Classificação quanto a viscosidade	25
2.3.2	Classificação quanto ao regime do escoamento	25
2.3.3	Conjunto de equações simplificadas	26
2.4	Formulação numérica	26
2.4.1	Modelo velocidade-pressão	27
2.4.2	Precondicionador Numérico SUPG (<i>Streamline Upwind Petrov-Galerkin</i>)	29
2.4.3	Integração temporal	30
2.4.4	Elemento finito	31
2.5	Fundamentação teórica dos ensaios	32
2.6	Procedimentos experimentais	33
2.6.1	Geometria dos corpos ensaiados	33
2.6.1.1	Perfil cilíndrico de seção circular	33
2.6.1.2	Perfil aerodinâmico Clark-Y	34
2.7	Metodologia	35
2.7.1	Metodologia experimental para tomada de pressão	35
2.7.1.1	Instrumentação do túnel	35
2.7.1.2	Procedimentos para o Cilindro	36
2.7.1.3	Procedimentos para o Clark-Y	37
2.7.2	Metodologia para a simulação numérica	39
2.7.2.1	Geometria do Cilindro	40
2.7.3	Metodologia para a validação	40

3	RESULTADOS	42
3.1	Resultados do Túnel de Vento	42
3.1.1	Cilindro de seção circular	42
3.1.2	Perfil aerodinâmico Clark-Y	44
3.2	Resultados das simulações numéricas	48
3.3	Análise e validação do código	49
4	CONCLUSÕES	51
4.1	Sugestões para trabalhos futuros	52
	REFERÊNCIAS	53
	APÊNDICES	58
	APÊNDICE A – GEOMETRIA DO CLARK-Y	59

1 Introdução

Tanto gases como líquidos são considerados fluidos, pois tendem a escoar quando interagidos. Praticamente tudo no cotidiano, ou é um fluido, ou interage com fluidos. Neste aspecto, a mecânica dos fluidos representa uma das grandes áreas na qual estão inseridos os engenheiros mecânico, aeronáutico, aeroespacial, entre outros. A mecânica dos fluidos estuda tanto fluidos em repouso, a estática, quanto fluidos em movimento, a dinâmica (KARAMCHETI, 1966, p. 1).

A dinâmica dos fluidos estuda os efeitos causados pela interação do fluido com o meio. Já as categorias de escoamento são definidas conforme a forma do corpo imerso, a velocidade e orientação do escoamento, bem como o comportamento das propriedades inerentes ao fluido entre elas, a viscosidade e a densidade. Sendo assim, para que se possa modelar um problema, é preciso definir com quais características de fluido e regime de escoamento está se tratando. Deve-se então definir as propriedades do fluido em repouso e em movimento (KARAMCHETI, 1966, p. 2-10).

A essência do estudo de escoamento de fluidos é uma integração entre teoria e experimental (WHITE, 1994, p. 3). A teoria de fluidos conta com grande conjunto de leis básicas que regem o comportamento dos fenômenos e que permite, até certo ponto, a definição de soluções analíticas para os problemas propostos. “O modelo tradicional de fluidos usado na física é baseado num conjunto de equações diferenciais parciais conhecidas como as equações de Navier-Stokes” (WOLFRAM, 2002, p. 996). Embora as equações sejam conhecidas de longa data, atualmente “a teoria matemática dessa classe de equações não está suficientemente desenvolvida para permitir a obtenção de soluções analíticas em regiões arbitrárias e condições de contorno gerais” (FORTUNA, 2000, p. 20). Isso se dá devido a sua não-linearidade, aparecimento de regime turbulento e ocorrência de instabilidades. As soluções exatas que regem os fenômenos servem principalmente para situações idealizadas, e que não podem ser estendidas para situações reais, devido a demanda por simplificações exageradas. Portanto, ainda há muito a se fazer (OLIVEIRA, 2000, p. 1).

Historicamente, para que se descobrisse o que se passava em situações reais, com a influência de todos os fenômenos envolvidos, dependia-se, quase que exclusivamente, de ferramentas como procedimentos práticos de tomada de dados através de testes experimentais. Esses testes se provavam demorados, caros, dependentes de equipamentos complexos e seus resultados estavam limitados apenas às geometrias ensaiadas e as condições empregadas durante os experimentos. Por este motivo é comum a realização de medições pontuais apenas nas regiões em que ocorrem os fenômenos estudados (GASPAR;

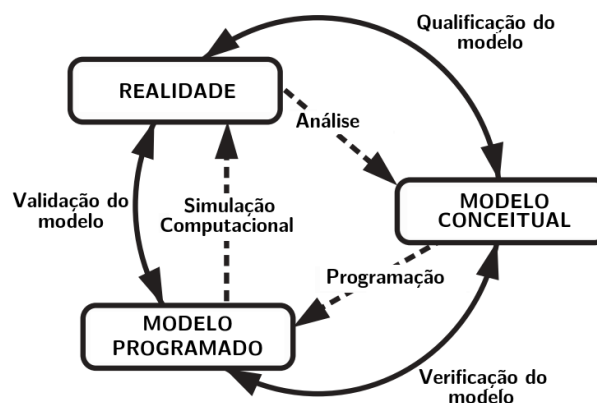
MIRANDA; PITARMA, 2003, p. 2), (FORTUNA, 2000, p. 20).

No entanto, a mecânica experimental tem papel fundamental no estudo dos fenômenos, uma vez que viabiliza a análise em condições reais de como os fenômenos agem sobre o corpo ensaiado. É também através de ensaios experimentais que se possibilita a obtenção de dados a fim de validar códigos de simulação numérica de escoamentos, como o proposto neste trabalho. Mas por que validação e não, verificação?

“Brevemente: verificação é a determinação da precisão de uma solução de um modelo computacional em comparação com soluções conhecidas. Validação é a determinação da precisão de uma simulação computacional em comparação com dados experimentais ou a partir da comparação direta com problemas que tenham solução exata. Na verificação, o relacionamento da simulação com o mundo real não é um problema. Na validação, o relacionamento entre computação e o mundo real, i.e., dados experimentais, é o problema. Fundamentalmente: verificação é um problema matemático e validação é um problema físico” ROACHE, 1998 apud (OBERKAMPF; TRUCANO, 2002, p. 211)¹.

As diferenças conceituais entre as duas expressões são de suma importância para o desenvolver deste trabalho, visto que o código utilizado, implementado por Fernandes (2014) embora analisado através de casos exemplos, não possui validação como a proposta do presente trabalho. Para uma discussão mais aprofundada sobre as definições de validação e verificação, sugere-se Roache (2008). Para exemplificar, a Figura 1, mostra um diagrama esquematizando os papéis da verificação e da validação.

Figura 1 – Os papéis da verificação e da validação



Fonte: Adaptado de Schlesinger, 1979 apud (OBERKAMPF; TRUCANO, 2002, p. 213)

Na resolução de problemas envolvendo a dinâmica dos fluidos, as pesquisas experimentais são muito importantes para a compreensão dos fenômenos físicos envolvidos,

¹ ROACHE, P. J. *Verification and validation in computational science and engineering*. Hermosa, 1998.

principalmente no estudo de perfis aerodinâmicos. São muito utilizadas como paradigma de validação de abordagens teóricas e numéricas de estudo em problemas relacionados a área. Entretanto, devido aos altos custos e tempo das técnicas experimentais, segundo [Korkischko e Meneghini \(2006, p. 1\)](#), a tendência é investir massivamente em soluções numéricas computacionais, as quais permitem o teste de várias geometrias, condições, métodos de análise e deixar os testes experimentais apenas quando a situação exige, como é o caso de validação de modelos numéricos e testes de solução escolhida.

Uma vez que ainda não há solução analítica para caso geral das equações que regem os movimentos e ensaios experimentais são dispendiosos e feitos conforme necessidade, buscou-se um método mais viável de se obter o comportamento dos fenômenos. Esse método consiste na dinâmica de fluidos computacionais (em inglês, Computational Fluids Dynamics – CFD), a qual se baseia em resolver numericamente as equações que regem os movimentos a fim de encontrar soluções aproximadas, em detrimento de soluções analíticas exatas, quando estas últimas forem muito dispendiosas para se definir, como por exemplo, na obtenção da previsão do tempo ([FORTUNA, 2000](#)).

A precisão e a eficiência desses códigos estão em crescente aprimoramento, permitindo que a CFD seja usada para projetos de novos componentes, simulando com maior precisão os fenômenos, bem como aperfeiçoando os modelos existentes ([ANDERSON; RAUSCH; BONHAUS, 1996, p. 1](#)).

Segundo [Anderson \(2010\)](#), a aerodinâmica tem por objetivos prever as forças, os momentos e as transferências de calor de um corpo movendo-se através de um escoamento, usualmente o ar. “Aerodinâmica é uma ciência aplicada com muitas aplicações práticas na engenharia” ([ANDERSON, 2010, p. 12](#)), na qual procura-se compreender a geração de forças de sustentação e arrasto em aerofólios e fuselagens, por exemplo, estudos estes muito importantes em áreas como a automobilística e aeronáutica. Na análise aerodinâmica é interessante analisar a relação entre estas forças e a geometria do corpo estudado ([ROSKAM; LAN, 1997](#)).

Estas aplicações estão contidas dentro de duas áreas da aerodinâmica, a chamada aerodinâmica externa, na qual o fluido escoia entorno do corpo. A outra é a aerodinâmica interna, nos casos em que o escoamento se dá por dentro de cavidades, como é o caso de escoamento em dutos. No presente trabalho foram estudados fenômenos pertinentes à aerodinâmica interna de escoamento de ar atmosférico através de perfis rombudos e carenados em um túnel de vento (duto).

Para que o tema proposto neste trabalho seja melhor compreendido, é importante que se tenha uma base teórica consolidada. Para tanto, deve-se ter em mente que a validação de modelos numéricos, realizada através de ensaios experimentais compreende: o modelamento físico teórico dado a situação problema com a qual se deseja validar o código e a adequação desse modelo para que se possa simular e que seja compatível com o

modelo experimental ensaiado. Desse modo, segue breve revisão bibliográfica discorrendo os avanços científicos ocorridos nos assuntos abordados neste trabalho.

Vários trabalhos dedicaram esforços significativos para desenvolver métodos para verificação e validação. [Cosner \(1995\)](#) explora a importância da validação sistemática de códigos CFD para o avanço da tecnologia de desenvolvimento de produtos. [Roache \(1997\)](#), reconhecido como uma grande referência nesse campo de estudo, faz uma revisão minuciosa sobre o tema, cobrindo os tópicos sobre validação, verificação e confirmação voltados para a dinâmica de fluidos computacionais em sua obra “quantification of uncertainty in computational fluid dynamics”. [Aeschliman e Oberkampf \(1998\)](#) descreveram uma metodologia desenvolvida especificamente para validação experimental de códigos de CFD e a demonstraram através de exemplo. Os autores, [Oberkampf e Trucano \(2002\)](#) fizeram uma extensa revisão sobre o tema, trazendo um compilado de informações que referenciam estudos sobre o tema desde a década de 60.

Quanto a validação através de dados experimentais obtidos em túneis de vento, a [AGARD \(1994\)](#) apresentou uma metodologia para a obtenção de dados. [Bussoletti \(1994\)](#) discorreu sobre os desafios da correlação entre modelos computacionais de CFD e dados de testes.

Ao se implementar um modelamento de um fenômeno através de um código computacional, é esperado que se verifique o programa por meio de um, ou mais, exemplos com soluções encontradas na literatura. [Zhang e Ko \(1996\)](#), [Pereira e Bodstein \(2004\)](#), [Ding et al. \(2004\)](#), são alguns exemplos nos quais foram feitas verificações com resultados disponíveis na literatura.

Um estudo mais intensivo sobre um modelamento numérico envolve, entre outras coisas, a realização de experimentos a fim de obter dados para que possa ser feita a validação do código. [Zou, Zhao e Zhang \(2016\)](#) afirmam que seu trabalho representa a “primeira aplicação de seu tipo” bem-sucedida (em inglês – first-of-its-kind application) e que o código desenvolvido por eles foi exaustivamente validado com dados experimentais, cobrindo uma ampla faixa de condições experimentais. Outros autores também apresentaram validações para seus estudos, entre eles [Mossaz, Jay e Magnin \(2012\)](#), [Ozarkar et al. \(2015\)](#), [Rakhsha et al. \(2015\)](#), [Robertson et al. \(2015\)](#), [Stroh et al. \(2016\)](#) e [Kazemi et al. \(2016\)](#).

O código que se deseja validar foi implementado em Fortran, por [Fernandes \(2014\)](#) e foi desenvolvido para resolver numericamente escoamentos incompressíveis e viscosos, com fronteira móvel através do método de elementos finitos. [Sanchez \(2011\)](#) também contribuiu, de maneira mais aprofundada, sobre o tema em sua tese de doutorado.

O método numérico utilizado foi o Método de Elementos Finitos – MEF, originalmente empregado para análise estrutural apenas. Não é o mais utilizado na mecânica dos fluidos computacional, mas vem encontrando seu espaço nesse campo ([BLAZEK, 2006](#)).

Os métodos mais amplamente utilizados são o das Diferenças Finitas e o de Volumes Finitos (ANDERSON; WENDT, 1995). O MEF tem muitas vantagens do uso do processo de elemento finito, sendo que não apenas permite uma completa subdivisão do domínio de maneira arbitrária e não-estruturada, mas também fornece aproximação que, em problemas auto-adjuntos (em inglês, self-adjoints), é sempre superior ou pelo menos equivalente pelas aproximações disponibilizadas por diferenças finitas (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000).

Referente ao processo, diversos problemas da mecânica dos fluidos podem apresentar convecção dominante, o que pode causar o aparecimento de oscilações espúrias nos resultados quando utilizado o modelo clássico de Galerkin em descrição Euleriana (BROOKS; HUGHES, 1982). Esse problema pode ser reduzido com refinamento da malha. No entanto, isso aumentaria o custo computacional do programa. Um método para se contornar isso e resolver de forma estável o problema, mesmo para uma malha pouco refinada, é o método introduzido por Brooks e Hughes (1982), chamado “Streamline Upwind Petrov-Galerkin” – SUPG, que consiste em escolher funções ponderadoras para adicionar difusividade na direção da linha de corrente (CHUNG, 2010). Catabriga e Coutinho (2002), Akin e Tezduyar (2004), Tezduyar e Senga (2006), apresentaram também estudos relevantes nessa área. Esse é o método escolhido pelo autor do programa como substituição ao processo clássico de Galerkin.

Na simulação de escoamentos incompressíveis pelo método de elementos finitos, o programa utiliza a formulação mista, ou formulação velocidade-pressão, para tratamento das equações governantes, na qual o método de Galerkin é aplicado as equações governantes diretamente e as variáveis primitivas (pressão e velocidade) são mantidas (REDDY, 2006, p. 579), (FERNANDES, 2014). Para se usar essa abordagem, necessita-se que funções interpoladoras diferentes sejam empregadas para aproximar a velocidade e a pressão, implicando que a condição de Ladyzhenskaya-Babuška-Brezzi, ou LBB, seja atendida (DONEA; HUERTA, 2003). A condição de LBB implica que os espaços (elemento finito) da velocidade e da pressão não possam ser escolhidos arbitrariamente, ou seja, uma relação entre eles é necessária.

Os objetivos do estudo experimental no túnel de vento são, a obtenção de informações sobre a distribuição de pressão na superfície dos corpos ensaiados para enriquecer o banco de dados sobre o assunto, e utilizar aqueles que possuem referência equivalente na literatura para validar o código. Li et al. (2016) e Gabor et al. (2016) tiveram avanços na área de análise numérica e experimental em túnel de vento de perfis aerodinâmicos.

Um dos perfis ensaiados, o Clark-Y, através de relatórios da NACA, predecessora da atual divisão de aeronáutica do governo americano, NASA, possui contribuições de diversos pesquisadores dentre eles, Wenzinger e Shortal (1932) estudaram a influência da presença de uma “fenda” (em inglês, slot) adicionada ao perfil Clark-Y e obtiveram como resultados, elevados ganhos de sustentação. Zimmerman (1933) estudou a influência

do efeito de escala para perfis de baixa razão de aspecto, notou que razões próximas de um tem estabilidade superior a de perfis com razão de aspecto de dois a três. [Silverstein \(1935\)](#) estudou os efeitos de escala do perfil em túnel de vento. [Marchman e Werme \(1984\)](#) testaram a performance de perfis Clark-Y a baixos números de Reynolds em túnel de vento e notaram, dentre outras coisas, que apresentam baixo coeficientes de arrasto “antes do estol” (em inglês, pre-stall).

O segundo perfil ensaiado, o cilindro de seção circular, é um dos perfis mais utilizados para simulação e ensaio, devido a sua geometria axissimétrica e seu comportamento quando imerso em um escoamento ter sido muito estudado ao longo das décadas. [Blackburn e Henderson \(1999\)](#) estudaram o escoamento fluindo entorno de um cilindro oscilante. [John \(2004\)](#) apresentou um estudo numérico de escoamento bidimensional, dependente do tempo, entorno de um cilindro visando prover valores referenciais precisos sobre os coeficientes de arrasto e sustentação no tempo final analisado. [Singh e Mittal \(2005\)](#) estudaram numericamente o perfil resolvendo as equações de Navier-Stokes para escoamento transitório incompressível e bidimensional através do método de elementos finitos, com o objetivo de investigar uma possível relação entre a súbita queda no arrasto e a instabilidade da camada-limite.

1.1 Motivação

O desenvolvimento de ferramentas numéricas tornou-se de fundamental importância no estudo da fluidodinâmica. As abordagens de CFD estão melhorando rapidamente e tiveram grande avanço nas últimas décadas, permitindo com que se simule fenômenos cada vez mais complexos que antes eram possíveis somente através de obtenção de dados experimentais, como por exemplo aqueles obtidos por túneis de vento.

Na dinâmica dos fluidos computacionais, em específico a simulação numérica da aerodinâmica interna, foco deste trabalho, pode ser modelada e resolvida através de diversos modelos físico-matemáticos existentes, sabidamente, na forma discreta. O código numérico utilizado nesse trabalho, utiliza um dos métodos de discretização possíveis, o método de elementos finitos, o qual já foi analisado quanto à comparação de seus resultados com casos clássico de literatura ([FERNANDES, 2014](#)).

No entanto, para que se possa complementar a análise de resultados obtidos através de códigos destinados à solução numérica de equações para problemas envolvendo fenômenos de escoamento, é de interesse realizar procedimentos experimentais, permitindo assim, a validação do modelo discreto.

Portanto, a principal motivação deste trabalho é a validação de um código baseado no método de elementos finitos, com referência em dados experimentais obtidos a partir da realização de uma série de experimentos no túnel de vento do Departamento de Engenharia

Mecânica, da UTFPR - Câmpus de Pato Branco - PR. Possibilitando ao término deste trabalho, o uso de uma ferramenta numérica de alta ordem de precisão capaz de resolver problemas de interesse da engenharia.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo principal a validação de um código baseado no método de elementos finitos utilizado para simular escoamentos de fluido incompressível.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Modelar a situação problema de forma que viabilize a execução para obtenção de dados tanto para as simulações numéricas quanto para os ensaios experimentais.
- Realizar ensaios experimentais no túnel de vento do laboratório de mecânica dos fluidos do curso de engenharia mecânica da UTFPR, Câmpus Pato Branco - PR, sobre os corpos de prova Cilindro e Clark-Y.
- Desenvolvimento das malhas computacionais que serão utilizadas nas simulações numéricas.
- Validar o código através da comparação de resultados obtidos pela simulação e os ensaios experimentais do cilindro.

É importante salientar que o código utilizado no presente trabalho será validado somente com referência nos dados experimentais do cilindro, pois para este existem dados experimentais em literatura, viabilizando a própria validação dos dados experimentais. Já para o perfil aerodinâmico Clark-Y não foram encontradas referências de literatura, dificultando, inclusive, a própria validação dos ensaios experimentais para este perfil.

1.3 Organização do trabalho

O presente trabalho está dividido em quatro capítulos. O [Capítulo 1](#) contém a introdução do trabalho, a motivação para seu desenvolvimento e o objetivo da proposta. Neste capítulo também é feita uma revisão bibliográfica referente aos assuntos abordados ao longo do trabalho.

O [Capítulo 2](#) traz um levantamento dos conceitos utilizados, sendo eles, as equações que governam os fenômenos, as geometrias dos corpos estudados e o regime de escoamento em que foi trabalhado. Ainda neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada.

O [Capítulo 3](#) é dedicado a exploração dos resultados da execução das atividades propostas e as análises provenientes destes.

O [Capítulo 4](#) apresenta as conclusões quanto ao progresso feito com o trabalho através da análise dos objetivos propostos e é apresentada sugestões para futuros estudos na área.

2 Formulação Básica do Problema

A validação de um código numérico consiste em realizar simulações computacionais com as mesmas condições do escoamento que as dos ensaios experimentais. Para tal, deve-se estudar as limitações do código e dos instrumentos de medição a fim de definir um regime de escoamento que seja passível de ser feito através dos dois métodos. Assim, define-se quais serão as simplificações adotadas e qual será o regime de escoamento com o qual será trabalhado nas análises.

2.1 Estabelecimento do Problema

Nesta seção será apresentada uma breve introdução à descrição matemática da dinâmica dos fluidos incompressíveis, foco deste trabalho, em descrição Euleriana, admitindo-se hipóteses de meio contínuo e comportamento Newtoniano.

Existem três leis dinâmicas independentes que regem o escoamento de um fluido, na mecânica contínua, são elas a equação da continuidade, a equação do *momentum* e a equação da energia (PANTON, 2013). Este conjunto de equações são conhecidas como as equações de Navier-Stokes.

2.1.1 Equação da Continuidade

Também conhecida como Conservação da Massa, a equação (Equação 2.1) define que, “para um dado instante, se houver variação temporal de massa dentro de um volume de controle, esta deve ser balanceada pelo fluxo de massa através da superfície de controle” (GOBBI et al., 2006, p. 116). Em outras palavras, não há sumidouros de massa dentro do volume de controle. A equação da continuidade, na forma diferencial é dada a seguir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} = 0 . \quad (2.1)$$

Ou ainda em notação indicial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u_i)}{\partial x_i} = 0 . \quad (2.2)$$

Com $i= 1, 2, 3$.

2.1.2 Equação do *Momentum*

Também conhecida como equação da Quantidade de Movimento, representa a Segunda Lei de Newton para uma carga pontual, a qual estabelece que um corpo tende a variar sua quantidade de movimento quando submetido a forças externas (PANTON, 2013). As relações que definem a quantidade de movimento de uma partícula de fluido em um espaço tridimensional x , y e z são dadas pelas equações (Equação 2.3), (Equação 2.4), (Equação 2.5), respectivamente.

$$\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \frac{\partial(u \cdot \rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(v \cdot \rho \cdot u)}{\partial y} + \frac{\partial(w \cdot \rho \cdot u)}{\partial z} = \rho \cdot g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial t} + \frac{\partial(u \cdot \rho \cdot v)}{\partial x} + \frac{\partial(v \cdot \rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(w \cdot \rho \cdot v)}{\partial z} = \rho \cdot g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial t} + \frac{\partial(u \cdot \rho \cdot w)}{\partial x} + \frac{\partial(v \cdot \rho \cdot w)}{\partial y} + \frac{\partial(w \cdot \rho \cdot w)}{\partial z} = \rho \cdot g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}. \quad (2.5)$$

Ou, em notação indicial:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(u_j \cdot \rho \cdot u_i)}{\partial x_j} = \rho \cdot g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}. \quad (2.6)$$

Com $i, j = 1, 2, 3$.

2.1.3 Equação da Conservação da Energia

De acordo com Panton (2013), a primeira lei da termodinâmica define que a variação na energia interna ao volume de controle é o resultado da transferência líquida de calor e trabalho através das fronteiras que delimitam o volume de controle. A energia total de um sistema isolado será considerada apenas igual ao somatório de energias potencial, cinética e interna e é dada pela equação (Equação 2.7), já em notação indicial.

$$\frac{\partial(\rho \cdot E)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial(\rho \cdot u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\tau_{ij} \cdot u_j)}{\partial x_j} + \rho \cdot g_i \cdot u_i, \quad (2.7)$$

Com $i, j = 1, 2, 3$.

2.2 Classificação do fluido

Um fluido pode ser dividido em compressível e incompressível. O parâmetro utilizado para fazer essa divisão é a densidade do fluido. Se a densidade varia ao longo do tempo, o

fluido é denominado compressível. Se a variação da densidade no tempo for desprezível, o fluido é considerado incompressível.

Na aerodinâmica, o parâmetro utilizado para classificar o fluido é o número de Mach. O número de Mach é dado pela razão entre a velocidade do escoamento e a velocidade local do som através do fluido. Estima-se que para valores de Mach inferiores a 0,3 as variações da densidade são inferiores a 3% e pode-se considerar o fluido incompressível (ANDERSON, 2010, p. 64), (PANTON, 2013, p. 210).

2.3 Classificação do escoamento

Grande parte das situações problema na mecânica dos fluidos possuem alta complexidade matemática, devido às características das equações que regem os fenômenos físicos. Por este motivo, procura-se sempre que possível a simplificação destas equações, baseadas nas características dos escoamentos analisados. Estas simplificações facilitam a resolução do sistema de equações e, se aplicadas corretamente, não interferem significativamente nos resultados. Esta seção trata destas características dos escoamentos que permitem fazer estas simplificações (POTTER; WIGGERT, 2004).

2.3.1 Classificação quanto a viscosidade

A viscosidade é uma propriedade do fluido, responsável pela resistência do fluido ao escoamento quando aplicada uma tensão de cisalhamento. Nos fluidos Newtonianos, a tensão cisalhante é igual ao produto da viscosidade dinâmica e a taxa de deformação. Portanto, quanto maior a viscosidade de um fluido, menor será a deformação apresentada, para uma mesma tensão de cisalhamento aplicada.

A relação entre as forças inerciais e viscosas pode ser utilizada para caracterizar a influência da viscosidade na caracterização do escoamento. Esta relação é conhecida como número de Reynolds. Para elevados números de Reynolds, os efeitos de pressão sobrepoem-se aos efeitos viscosos, podendo-se considerar, estes últimos, desprezíveis. Para baixos valores, a viscosidade possui importância e seus efeitos não podem ser desconsiderados.

Quanto a viscosidade, pode-se classificar o escoamento em viscoso, no qual os efeitos relacionados a viscosidade são importantes e devem ser levados em consideração, e escoamento não viscoso, sendo neste os efeitos da viscosidade desprezíveis e podem ser desconsiderados (PANTON, 2013).

2.3.2 Classificação quanto ao regime do escoamento

O número de Reynolds também pode ser utilizado para classificar o escoamento quanto ao comportamento das linhas de corrente. Cada configuração de escoamento e

geometria estudada possui uma faixa crítica de Reynolds na qual o escoamento é chamado transitório e estão presentes efeitos de regime laminar e turbulento.

Para valores abaixo do Reynolds crítico, o escoamento é classificado no regime laminar. Característico por apresentar o fluido escoando em lamelas (lâminas), ordenadamente, não ocorrendo mistura entre as diversas camadas.

Para valores acima do Reynolds crítico, o escoamento é então classificado no regime turbulento. Neste, o movimento do fluido deixa de ser ordenado, apresentando variação irregular ao longo do tempo e ocorrendo mistura rápida das partículas devido a flutuações no campo de velocidade (ANDERSON, 2010).

2.3.3 Conjunto de equações simplificadas

Com base nas características admitidas e na classificação do escoamento do fenômeno estudado, as equações que regem os fenômenos envolvidos, Equação 2.1, Equação 2.3, Equação 2.4, Equação 2.5 e Equação 2.7, podem ser simplificadas.

Assumindo a condição de incompressibilidade, desconsidera-se variações na densidade do fluido. Também, como será trabalhado com escoamento bidimensional, quaisquer variações em função da coordenada z serão desprezadas, bem como a componente w do vetor velocidade será considerado zero para todo x_i e t . Ainda, ao considerar fluido incompressível, implica-se em trabalhar com escoamento isotérmico, ou seja, não há variações significantes na temperatura do fluido, desacoplando assim a equação da quantidade de movimento da equação da conservação da energia. Logo não será necessário resolver a equação da conservação da energia para que o sistema de equações diferenciais seja determinado. Assim, as equações são reescritas da seguinte forma, já em notação indicial:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -u_j \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + g_i. \quad (2.9)$$

Com $i, j = 1, 2$.

2.4 Formulação numérica

O modelo numérico baseado no escoamento de fluido incompressível possui diversas formulações. Uma delas, a do modelo misto, também conhecida como velocidade-pressão foi utilizada na implementação do código. Segundo Reddy (2006), o modelo misto consiste na formulação natural e direta das equações diferenciais que compoem o sistema.

2.4.1 Modelo velocidade-pressão

O método de Galerkin inicia-se com a aplicação da formulação variacional no conjunto de equações diferenciais que modelam o problema físico a partir da integração por partes destas equações, i.e., a conservação da massa e o *momentum* - denotadas f_1 e f_2 , respectivamente, expressas na [Equação 2.10](#) e na [Equação 2.11](#).

$$\int_{\Omega_e} Q \cdot f_1 \cdot dx = 0 , \quad (2.10)$$

$$\int_{\Omega_e} W \cdot f_2 \cdot dx = 0 . \quad (2.11)$$

A fim de manter o padrão para as equações desta seção, será adotada a mesma notação do autor do código ([FERNANDES, 2014](#)). O domínio de integração é denotado por Ω_e , Q é a função ponderadora referente a variável pressão (P) e W é a função ponderadora associada à velocidade (u_i).

O intuito de se resolver numericamente este sistema de equações é o de obter uma solução aproximada (U_N), [Equação 2.12](#), tão próxima quanto possível da solução exata ($u(x)$), uma vez que esta é difícil de ser obtida.

$$u(x) \approx U_N(x) = \sum_{j=1}^N \alpha_j \cdot \phi_j(x) . \quad (2.12)$$

Sendo que $\phi_j(x)$ são as chamadas funções de forma, e α_j são denominados coeficientes da solução aproximada. Assim, para se obter a forma fraca da [Equação 2.8](#) e da [Equação 2.9](#), utiliza-se integração por partes através da [Equação 2.10](#) e [Equação 2.11](#), conseguindo assim uma distribuição equitativa entre as funções ponderadoras e as variáveis.

$$\int_{\Omega_e} Q \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \cdot dx = 0 , \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \left[\rho \left(W_i \frac{\partial u_i}{\partial t} + W_i (u_j - z_j) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] dx + \\ & + \int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial W_i}{\partial x_j} \left(-P \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \rho W_i f_i \right) \right] dx - \oint_{\Gamma_e} W_i \Upsilon_i ds = 0 . \end{aligned} \quad (2.14)$$

Sendo que Γ_e é a fronteira do elemento e Υ_i representa as componentes das tensões na fronteira, e é definida pela [Equação 2.15](#).

$$\Upsilon_i = \mu \left[2 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} n_i + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j \right] - P n_i . \quad (2.15)$$

Adaptando a [Equação 2.12](#) para as variáveis do problema, pode-se escrevê-las como uma combinação linear das funções interpoladoras Ψ e Φ .

$$u_i(x, t) = \sum_{m=1}^M \psi_m(x) u_i^m(t) = \Psi^T u_i, \quad (2.16)$$

$$P(x, t) = \sum_{l=1}^L \phi_l(x) P_l(t) = \Phi^T P. \quad (2.17)$$

O índice T representa que o vetor é transposto. A aplicação do método clássico de Galerkin, para se determinar a forma fraca do sistema, implica que sejam utilizadas funções ponderadoras, Q e W, iguais às funções de forma, ϕ e ψ . Assim, combinando a [Equação 2.13](#) e a [Equação 2.14](#) com a [Equação 2.16](#) e a [Equação 2.17](#), temos:

$$- \left[\int_{\Omega_e} \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_i} dx \right] u_i = 0, \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} & \left[\int_{\Omega_e} \rho \Psi \Psi^T dx \right] \dot{u}_i + \left[\int_{\Omega_e} \rho \Psi (\Psi^T u_j) \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_i} dx \right] u_i - \left[\int_{\Omega_e} \rho \Psi (\Psi^T z_j) \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_i} dx \right] u_i + \\ & + \left[\int_{\Omega_e} \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_j} dx \right] u_i + \left[\int_{\Omega_e} \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_j} dx \right] u_j - \left[\int_{\Omega_e} \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \Phi^T dx \right] P = \\ & = \left[\int_{\Omega_e} \rho \Psi f_i dx \right] + \left\{ \oint_{\Gamma} \Upsilon_i \Psi ds \right\}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

É possível ainda representar estas equações na forma matricial, a fim de facilitar a representação.

$$-Q^T u = 0, \quad (2.20)$$

$$M \dot{u} + C(u)u - C(z)u + Ku - QP = F. \quad (2.21)$$

Pelo fato desta proposta trabalhar com escoamento bidimensional, combina-se as equações em um sistema da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{P} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C(u) - C(z) & 0 & 0 \\ 0 & C(u) - C(z) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ P \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} 2K_{11} + K_{22} & K_{12} & -Q_1 \\ K_{21} & K_{11} + 2K_{22} & -Q_2 \\ -Q_1^T & -Q_2^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ 0 \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Os coeficientes que compoem o sistema matricial são obtidos pelas seguintes expressões:

$$M = \int_{\Omega_e} \rho \Psi \Psi^T dx , \quad (2.23)$$

$$C(u) = \int_{\Omega_e} \rho \Psi (\Psi^T u_j) \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_j} dx , \quad (2.24)$$

$$C(z) = \int_{\Omega_e} \rho \Psi (\Psi^T z_j) \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_j} dx , \quad (2.25)$$

$$K_{ij} = \int_{\Omega_e} \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \frac{\partial \Psi^T}{\partial x_j} dx , \quad (2.26)$$

$$Q_i = \int_{\Omega_e} \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \Phi^T dx , \quad (2.27)$$

$$F_i = \int_{\Omega_e} \rho \Psi f_i dx + \oint_{\Gamma_e} \Psi \Upsilon_i ds . \quad (2.28)$$

Para o mesmo domínio de integração Ω_e devem haver duas malhas diferentes, uma para a pressão e outra para as velocidades. A forma fraca das equações implica que a interpolação utilizada também deverá ser diferente, sendo de primeira ordem para a pressão e de segunda ordem para as velocidades. Por fim, combinam-se a [Equação 2.20](#) e a [Equação 2.21](#), expressando-as da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{P} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C(u) - C(z) & -Q \\ -Q^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} . \quad (2.29)$$

2.4.2 Precondicionador Numérico SUPG (*Streamline Upwind Petrov-Galerkin*)

Devido a necessidade de reduzir certas variações espúrias que decorrem da utilização do método clássico de Galerkin, uma abordagem diferenciada foi utilizada. Pioneiramente proposto por [Brooks e Hughes \(1982\)](#), o método “Streamline Upwind Petrov-Galerkin” consiste em induzir um acréscimo de difusão na direção das linhas de corrente, através da alteração das funções ponderadoras Q e W do método clássico ([CARDILLO et al., 2016](#)). A diferença entre este método e o Galerkin clássico é a função ponderadora utilizada para a variável velocidade, expressa pela [Equação 2.30](#).

$$W = \tau_{SUPG} \cdot u \cdot \nabla \Psi_i . \quad (2.30)$$

Sendo que o termo τ_{SUPG} é dado por:

$$\tau_{SUPG} = \left(\frac{1}{\tau_{SUGN1}^2} + \frac{1}{\tau_{SUGN2}^2} + \frac{1}{\tau_{SUGN3}^2} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (2.31)$$

E os termos de τ_{SUPG} , definidos por:

$$\tau_{SUGN1} = \sum_{a=1}^{n_{\text{nós}}} |u \cdot \nabla \Psi_a|, \quad (2.32)$$

$$\tau_{SUGN2} = \frac{\Delta t}{2}, \quad (2.33)$$

$$\tau_{SUGN3} = \frac{1}{\nu} \left(\sum_{a=1}^{n_{\text{nós}}} \left| \left(\frac{\nabla |u|}{\|\nabla |u|\|} \right) \cdot \nabla \Psi_a \right| \right)^{-2}. \quad (2.34)$$

Onde Ψ representa o vetor função de forma e Δt , o passo de tempo.

2.4.3 Integração temporal

Uma vez discretizado o espaço, deve-se também discretizar o avanço da solução no tempo. Seguindo a recomendação de [Reddy e Gartling \(2010\)](#), o código utiliza um método implícito, o método de Adams-Bashforth, também denominado regra do trapézio.

A regra do trapézio é um método de integração do tempo implícito de segunda ordem. A fim de melhorar a precisão da solução, utiliza-se a [Equação 2.35](#) como um algoritmo corretor.

$$U_P^{n+1} = U^n + \frac{\Delta t_n}{2} \left[\left(2 + \frac{\Delta t_n}{\Delta t_{n+1}} \dot{U}_n \right) - \left(\frac{\Delta t_n}{\Delta t_{n+1}} \dot{U}_{n-1} \right) \right]. \quad (2.35)$$

A equação funciona de forma que U_P^{n+1} representa um valor aproximado do valor real U^{n+1} , através da predição do vetor velocidade em função de dois vetores de aceleração do passo de tempo prévio. Aplicando a regra do trapézio no sistema matricial não linear, temos:

$$\left[\frac{2}{\Delta t_n} \bar{M} + \bar{K} (U^{n+1}) \right] U^{n+1} = \frac{2}{\Delta t_n} \bar{M} U^n + \bar{M} \dot{U}^n + \bar{F} U^{n+1}. \quad (2.36)$$

A equação que rege a atualização do vetor aceleração, a partir de U^{n+1} , é dado por:

$$\dot{U}^{n+1} = \frac{2}{\Delta t_n} (U^{n+1} - U^n) - \dot{U}_n. \quad (2.37)$$

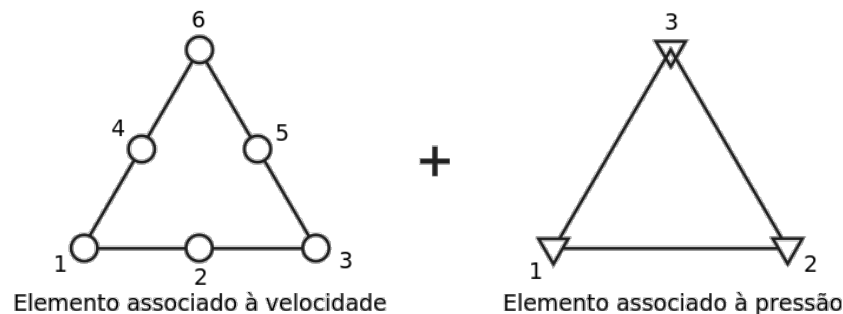
2.4.4 Elemento finito

Conforme explicam [Donea e Huerta \(2003\)](#), para que o sistema de equações que se está trabalhando possa ser resolvido, a matriz de coeficientes que multiplica o vetor u_i na [Equação 2.29](#) além de simétrica, deve ser positiva-definida também, para que ela seja não singular. Não sendo singular implica em apenas uma solução existente, tanto para a variável pressão quanto para a velocidade.

Por trabalhar com o modelo velocidade-pressão, um modelo misto, deve-se atentar para este detalhe pois, se a condição não for satisfeita, o campo de velocidades pode até convergir, porém o de pressões estará inclinado a apresentar oscilações nos resultados. É visando este problema que Ladyzhenskaya (1969), Babuska (1970/71) e Brezzi (1974) determinaram uma condição de compatibilidade. A condição define que os espaços de pressão e velocidade não podem ser escolhidos arbitrariamente, uma relação entre eles se faz necessária.

O elemento finito utilizado no código foi o triangular de três nós para a variável pressão (P), um em cada vértice, e o triangular de seis nós para a velocidade (u_i), um em cada vértice e um em cada ponto médio das arestas, conforme ilustrados na [Figura 2](#).

Figura 2 – Elementos Finitos que compoem as malhas utilizadas no código



Fonte: Adaptado de [Zienkiewicz e Taylor \(2000\)](#)

A formulação numérica na forma fraca implica na utilização de funções de forma, no mínimo, lineares para a pressão (ϕ_i) e quadráticas para a velocidade (ψ_i). As funções de forma, apresentadas na [Equação 2.38](#) e [Equação 2.39](#), estão expressas em função das coordenadas homogêneas.

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ 1 - \xi_1 - \xi_2 \end{Bmatrix}, \quad (2.38)$$

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \\ \psi_5 \\ \psi_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_3 (2\xi_3 - 1) \\ 4\xi_3\xi_1 \\ \xi_1 (2\xi_1 - 1) \\ 4\xi_2\xi_3 \\ 4\xi_1\xi_2 \\ \xi_2 (2\xi_2 - 1) \end{pmatrix}. \quad (2.39)$$

2.5 Fundamentação teórica dos ensaios

Para calcular a velocidade do escoamento ao longe, foi utilizada a equação de Bernoulli, que é uma aproximação conveniente provinda da integração da equação de Euler ao longo de uma linha de corrente. Para se utilizar essa relação, quatro critérios devem ser atendidos: fluido incompressível, regime permanente, ausência de atrito e escoamento ao longo de uma linha de corrente (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2014).

Assim, rearranjou-se a equação de Bernoulli, utilizando as considerações supracitadas para o ponto de estagnação no qual a velocidade do escoamento é nula, na Equação 2.40:

$$U_\infty = \sqrt{\frac{2 \cdot (p - p_\infty)}{\rho}}. \quad (2.40)$$

Sendo que p , pressão de estagnação e p_∞ , pressão estática ao longe, foram obtidas experimentalmente. A densidade do ar, ρ , para as condições dos experimentos, foi obtida na literatura.

Para que se possa analisar em qual regime se encontra o escoamento, é de interesse calcular o número de Reynolds (Re) através da seguinte relação:

$$Re = \frac{\rho \cdot U_\infty \cdot L}{\mu}. \quad (2.41)$$

Sendo que o comprimento característico L , é igual ao diâmetro para o perfil cilíndrico e igual ao comprimento da corda média para o perfil Clark-Y. A viscosidade dinâmica μ foi obtida na literatura para as condições dos experimentos.

O intuito dos ensaios foi a obtenção das distribuições de pressão ao redor dos corpos. Para melhor analisar os valores obtidos, é comum calcular o coeficiente de pressão C_p pela seguinte relação:

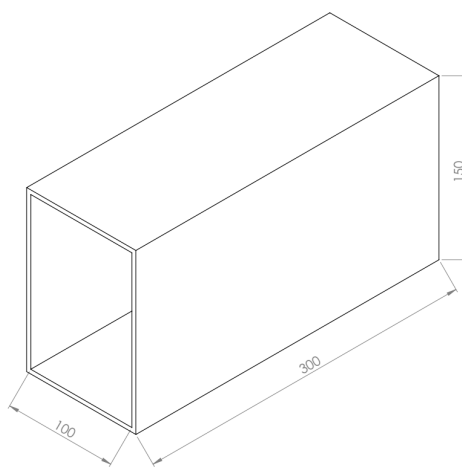
$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (U_\infty)^2}. \quad (2.42)$$

2.6 Procedimentos experimentais

Os ensaios deste trabalho foram realizados no túnel de vento, fabricado pela ICAM Indústria e Comércio de Artefatos de Metais – modelo MF/80, do laboratório H008 da UTFPR – Câmpus Pato Branco.

O túnel de vento possui seção retangular, sendo que a seção de teste possui 100 mm de largura, 150 mm de altura e 300 mm de comprimento, conforme a [Figura 3](#). As propriedades do ar dependentes da temperatura foram obtidas utilizando-se uma temperatura média medida por um termômetro ao longe.

Figura 3 – Representação esquemática das dimensões da seção de teste do túnel



Fonte: Autoria própria

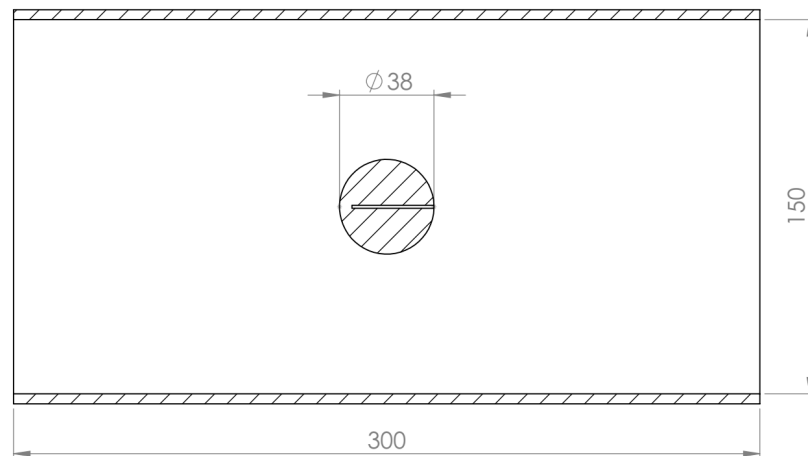
2.6.1 Geometria dos corpos ensaiados

Os dois corpos ensaiados no túnel de vento, o cilindro de seção circular e o perfil aerodinâmico Clark-Y, tiveram seu eixo de simetria fixado perpendicularmente à direção de escoamento, o que permitiu considerar a simplificação de escoamento bidimensional.

2.6.1.1 Perfil cilíndrico de seção circular

O perfil cilíndrico, conforme a [Figura 4](#), é fabricado em aço inoxidável. Possui 38 mm de diâmetro e $95,65\text{ mm}$ de comprimento. Possui um orifício para tomada de pressão, localizado no ponto médio do comprimento. O cilindro pode ser rotacionado em torno do próprio eixo, permitindo a tomada de pressão em qualquer ângulo em relação à direção de escoamento.

Figura 4 – Representação esquemática das dimensões do cilindro de seção circular

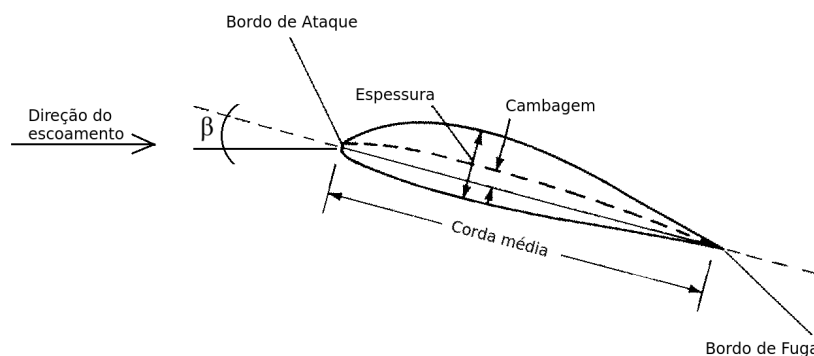


Fonte: Autoria própria

2.6.1.2 Perfil aerodinâmico Clark-Y

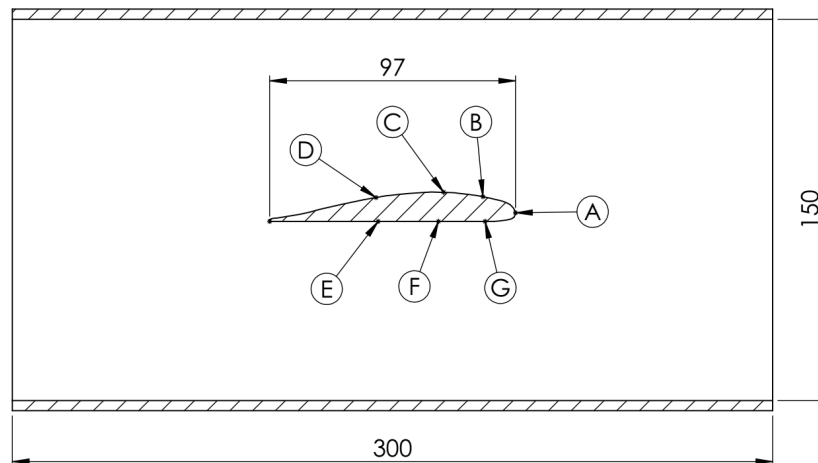
O perfil aerodinâmico ensaiado também é construído de aço inoxidável. O perfil possui 97 mm de corda média e $95,7\text{ mm}$ de comprimento. Possui sete orifícios para tomada de pressão indicados na Figura 6 e suas posições dadas na Tabela 1, sendo um no bordo de ataque, três no dorso superior e três no dorso inferior, características estas ilustradas na Figura 5.

Figura 5 – Representação esquemática das dimensões do perfil Clark-Y



Fonte: Adaptado de (ANDERSON, 2010, p. 318).

Figura 6 – Representação esquemática das dimensões do perfil Clark-Y



Fonte: Autoria própria

Tabela 1 – Posições dos orifícios de tomada de pressão no Clark-Y.

Razão entre a posição e a corda média							
Corda	A	B	C	D	E	F	G
97 mm	1,00	0,87	0,71	0,43	0,43	0,70	0,87

Fonte: Autoria própria.

Nota: As posições foram medidas a partir do bordo de fuga.

2.7 Metodologia

2.7.1 Metodologia experimental para tomada de pressão

2.7.1.1 Instrumentação do túnel

Para que fosse possível obter todas as informações necessárias para o trabalho, uma série de instrumentos de medição foram utilizadas em conjunto com o túnel.

As tomadas de pressão foram acopladas a um manômetro de coluna inclinada Sistema *Krell*, ilustrado na [Figura 7](#), para medidas de até 10 mmCA. Para os casos em que as pressões foram superiores a esse valor, foi utilizado um manômetro tipo U com fim de escala de 100 mmCA.

Para as tomadas de pressão foram utilizados Tubos de *Pitot*. O corpo cilíndrico possui uma tomada, o Clark-Y possui sete tomadas e foi utilizado ainda um Tubo de *Pitot* extra para obter a pressão estática de escoamento ao longe em um ponto a montante da seção de teste.

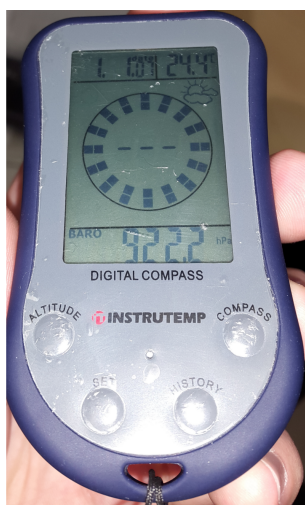
Figura 7 – Manômetro de coluna inclinada Sistema *Krell*

Fonte: Página da Salcas.²

Para obtenção da pressão atmosférica local fez-se necessário o uso também de um Barômetro da marca Instrutemp, ilustrado na Figura 8, que aferiu uma pressão de $922.2 \text{ hPa} \approx 9.222 \times 10^4 \text{ Pa}$.

A temperatura em que os experimentos foram realizados foi monitorada através do sensor de um Anemômetro de Fio Quente da marca Instruterm, ilustrado na Figura 9.

Figura 8 – Barômetro utilizado



Fonte: Autoria própria.

Figura 9 – Anemômetro utilizado



Fonte: Autoria própria.

As temperaturas aferidas a partir do anemômetro possibilitaram a obtenção dos valores da densidade e da viscosidade dinâmica, interpolados do Apêndice A de Fox, McDonald e Pritchard (2014, p. 927), e dispostos conforme Tabela 2.

2.7.1.2 Procedimentos para o Cilindro

Primeiramente foi fixado o corpo de prova na seção de teste e ligado o inversor de frequência que controla a rotação do ventilador. A seguir, foi acoplado o anemômetro de

² Disponível em: <salcas.com.br/manometro-de-coluna-sistema-krell-salcas/>. Acesso em maio de 2016.

Tabela 2 – Temperaturas aferidas nos ensaios e suas propriedades dependentes.

Frequência [Hz]	Temperatura [°C]	Densidade [kg/m^3]	Visc. Dinâmica [$N \cdot s/m^2$]
7,0*	20,0	1,21	1,81E-05
7,8*	15,2	1,23	1,79E-05
10,0*	24,0	1,21	1,81E-05
10,4*	21,3	1,21	1,81E-05
13,0*	18,7	1,22	1,810E-05
7,0**	22,3	1,20	1,81E-05
8,5**	22,5	1,20	1,81E-05
10,0**	15,0	1,23	1,79E-05

Fonte: Autoria própria.

Nota: * – Frequência referente ao cilindro. ** – Frequência referente ao Clark-Y.

fo quente no suporte a jusante da seção de teste, responsável por medir a temperatura do escoamento.

A seguir, foi configurada a frequência no inversor, a qual está diretamente correlacionada com a velocidade do escoamento, i.e., o número de Reynolds. Foram realizados ensaios nas frequências de $7,0 Hz$, $7,8 Hz$, $10,0 Hz$, $10,4 Hz$ e de $13,0 Hz$, totalizando cinco condições iniciais diferentes.

A tomada de pressão do cilindro é então conectada ao manômetro de tubo em U e o ângulo α entre o orifício e a direção do escoamento é ajustada com o auxílio do transferidor embutido na seção de teste.

Após ajustar a frequência do ventilador a fim de atingir a velocidade de corrente U_∞ desejada i.e., o número de Reynolds desejado, foram feitas leituras de pressão no manômetro, variando o ângulo α , ilustrado na [Figura 10](#), de 0° a 360° , 10° de cada vez, salvo algumas ocasiões em que julgou-se necessária a tomada de pressão a cada 5° .

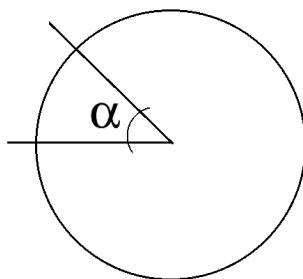
Foram realizadas as tomadas de pressão para números de Reynolds distintos, dentro do regime de escoamento laminar, através do controle da frequência do ventilador. Por fim, a partir dos valores de pressão obtidos, foram calculados os coeficientes de pressão (C_p) em função de α , e os resultados estão apresentados no [Capítulo 3](#).

2.7.1.3 Procedimentos para o Clark-Y

Para o corpo de prova Clark-Y, a determinação dos coeficientes de pressão entorno do perfil foi realizada fixando-se também o perfil no túnel de vento similarmente ao cilindro. O perfil possui sete saídas de tomada de pressão, ilustradas na [Figura 11](#).

As tomadas de dados foram realizadas para números de Reynolds dentro do regime

Figura 10 – Ângulo α entre o orifício de tomada de pressão do cilindro e a direção do escoamento



Fonte: Autoria própria

Figura 11 – Saídas para o manômetro dos orifícios de tomada de pressão do Clark-Y



Fonte: Autoria própria

laminar. Os coeficientes de pressão foram calculados para valores de β e em função da razão (x/L) , entre a posição x do ponto no eixo das ordenadas e a corda média do perfil aerodinâmico. O ângulo de ataque β , definido como sendo o ângulo formado entre a corda média do perfil e a direção de escoamento foi fixado em 0° , 2° , 5° e 10° . Foram realizados ensaios nas frequências de $7,0\text{ Hz}$, $8,5\text{ Hz}$ e de $10,0\text{ Hz}$. Contando três condições iniciais diferentes e quatro ângulos de ataque, foram ensaiadas no total doze configurações distintas para o Clark-Y.

As propriedades do ar utilizadas nos cálculos estão dispostas na [Tabela 2](#). Após a realização dos ensaios, foram calculados os coeficientes de pressão nas posições dos orifícios do perfil e os C_P estão apresentados em função da razão (x/L) .

2.7.2 Metodologia para a simulação numérica

O código utilizado foi implementado por [Fernandes \(2014\)](#). As simulações foram realizadas considerando a discretização no espaço Cartesiano bidimensional, fluido incompressível viscoso, no regime laminar.

A característica laminar foi desejada pois o código não possui modelo de turbulência. Portanto, trabalhou-se abaixo do número de Reynolds crítico para evitar que efeitos devido a turbulência afetem demasiadamente os resultados.

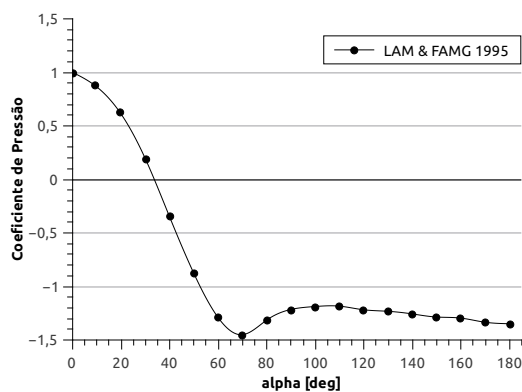
[Fernandes \(2014\)](#) optou pela utilização de um elemento finito misto para a realização da implementação computacional. Tal elemento possui forma triangular, de três nós para a pressão, localizados nos vértices do triângulo, e seis nós para a velocidade, localizados nos vértices e nos pontos médios das arestas.

Os dados de literatura para o cilindro que foram encontrados são de [Lam e Fang \(1995\)](#), que apresentaram o comportamento do C_p para Reynolds igual a $1,9 \times 10^4$, ilustrado na [Figura 12](#) e [Igarashi \(1981\)](#) apresentou dados para o cilindro a um Reynolds igual a $3,5 \times 10^4$, conforme a [Figura 13](#).

Para as simulações numéricas no cilindro, as configurações do código mantiveram as mesmas condições dos ensaios experimentais para os quais se tem literatura, para que posteriormente fosse feita a comparação dos resultados.

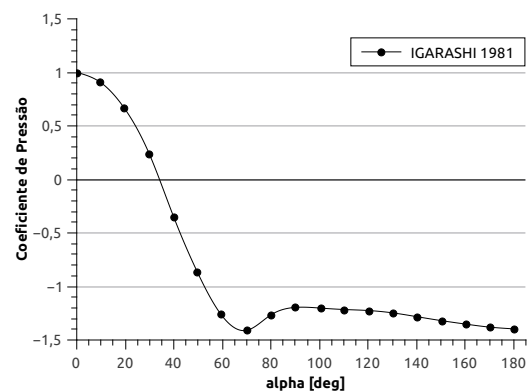
Pelo fato do Clark-Y ser uma geometria que não possui uma discretização algébrica, para auxiliar trabalhos futuros, o perfil foi discretizado digitalmente, a partir do corpo de prova, para quatro ângulos de ataque diferentes e os procedimentos encontram-se no [Apêndice A](#).

Figura 12 – Dados da literatura para C_p , em função de α , do cilindro para $Re = 1,9 \times 10^4$



Fonte: Adaptado de ([LAM; FANG, 1995](#))

Figura 13 – Dados da literatura para C_p , em função de α , do cilindro para $Re = 3,5 \times 10^4$

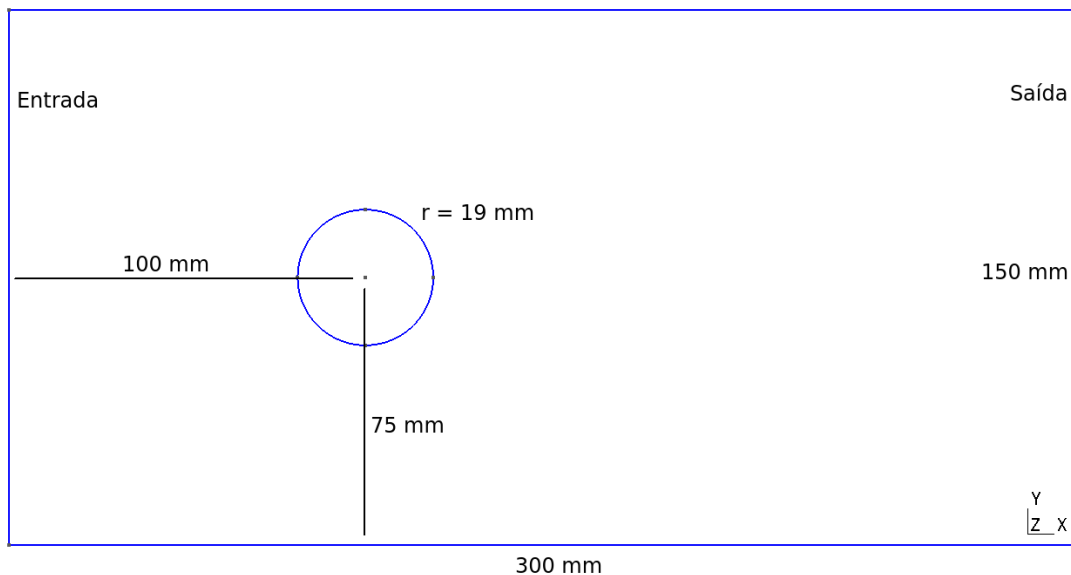


Fonte: Adaptado de ([IGARASHI, 1981](#))

2.7.2.1 Geometria do Cilindro

O domínio de escoamento foi escolhido compatível com as dimensões da seção de teste do túnel de vento. Utilizando o *software open-source Gmsh*³, a geometria do cilindro foi configurada conforme ilustra a Figura 14 (GEUZAINÉ; REMACLE, 2009).

Figura 14 – Geometria utilizada para gerar as malhas do cilindro



Fonte: Autoria própria

Uma vez definida a geometria, os parâmetros foram escolhidos visando um maior refino da malha na região de interesse, próxima ao cilindro, permitindo que os elementos longe desta área possam ser de tamanhos maiores. As malhas utilizadas são não estruturadas.

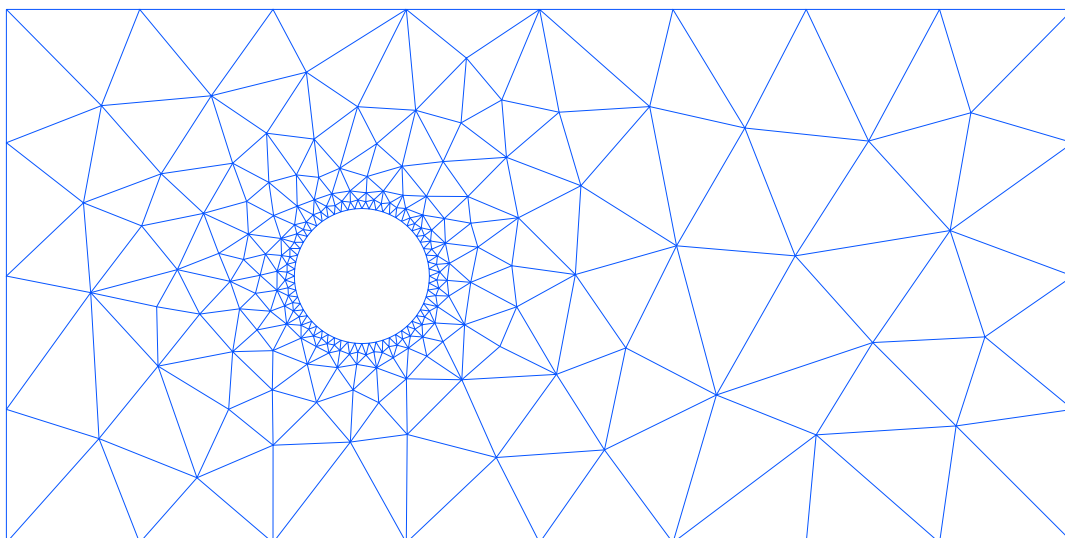
Após estas configurações, foram geradas uma malha com 440 elementos, ilustrada na Figura 15 e uma com 1146 elementos, ilustrada na Figura 16. Estas malhas foram utilizadas para simular o comportamento ao redor do cilindro para as duas condições físicas para os quais existem dados experimentais e na literatura, Reynolds iguais a $1,9 \times 10^4$ e a $3,6 \times 10^4$, respectivamente.

2.7.3 Metodologia para a validação

Foram comparados os seis perfis de pressão do cilindro: os aferidos experimentalmente, os obtidos através das simulações e os encontrados na literatura, através de gráficos de coeficiente de pressão (C_P) por α , pois estes são os que melhor permitem analisar os três casos de maneira adimensional.

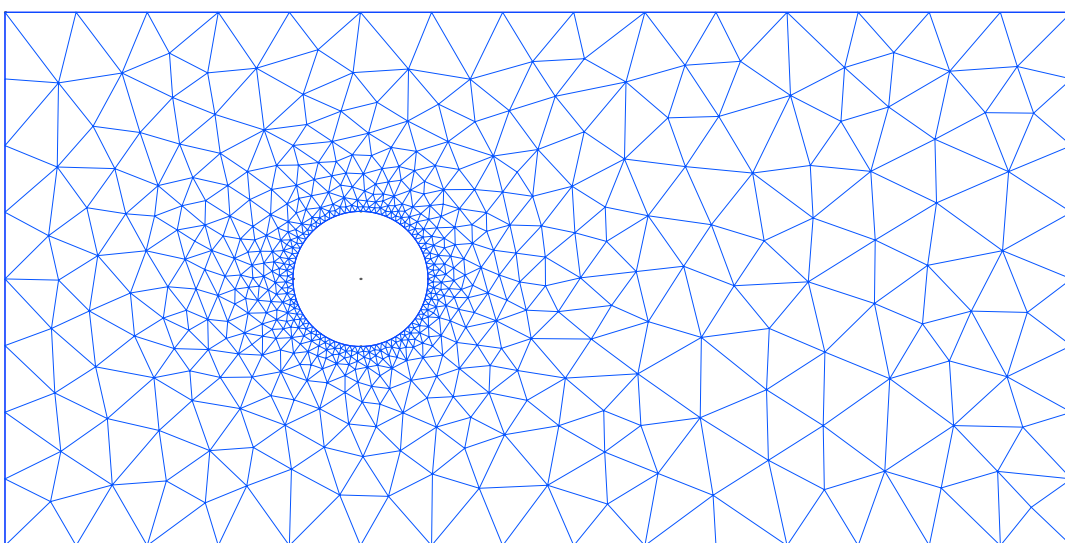
³ Disponível em: <<http://gmsh.info/>>. Acesso em novembro de 2016.

Figura 15 – Malha gerada com 440 elementos para as simulações do Cilindro



Fonte: Criada com o auxílio do Gmsh (GEUZAINÉ; REMACLE, 2009).

Figura 16 – Malha gerada com 1146 elementos para as simulações do Cilindro



Fonte: Criada com o auxílio do Gmsh (GEUZAINÉ; REMACLE, 2009).

3 Resultados

Neste capítulo estão apresentados os resultados obtidos, através dos procedimentos experimentais e das simulações numéricas. Foi analisado escoamento interno, para baixas velocidades de escoamento, em regime laminar. Após as análises, os dados referentes ao cilindro foram comparados e uma validação do código através da análise dos resultados foi efetuada.

3.1 Resultados do Túnel de Vento

Os resultados obtidos dos ensaios experimentais realizados no túnel de vento do laboratório de mecânica foram as configurações do escoamento na entrada e os perfis de pressão entorno dos corpos de prova. Dois corpos instrumentados foram ensaiados: o cilindro de seção circular e o perfil aerodinâmico Clark-Y. Para os números de Reynolds ensaiados, foram obtidas perfis de pressão em torno dos corpos para diversos ângulos α para o cilindro e β para o perfil Clark-Y.

3.1.1 Cilindro de seção circular

Como o cilindro possui apenas um ponto de tomada de pressão, foram tomadas pressões variando o ângulo α e com isso gerou-se uma distribuição de coeficientes de pressão, em função de α , para cada número de Reynolds ensaiado. A velocidade de entrada (U_∞) foi calculada através da [Equação 2.40](#) e o Reynolds foi calculado através da [Equação 2.41](#) sendo o diâmetro do cilindro igual ao comprimento característico. Estes dados estão dispostos na [Tabela 3](#).

Tabela 3 – Frequências, velocidades e números de Reynolds dos ensaios do cilindro.

Frequência [Hz]	Pressão P_0 [Pa]	Pressão P_∞ [Pa]	Velocidade [m/s]	Reynolds
7,0	-2,94	-23,53	5,83	14821
7,8	-2,94	-36,28	7,36	19226
10,0	-5,88	-58,84	9,36	23766
10,4	-6,86	-68,64	10,11	25671
13,0	-7,84	-127,48	14,00	36069

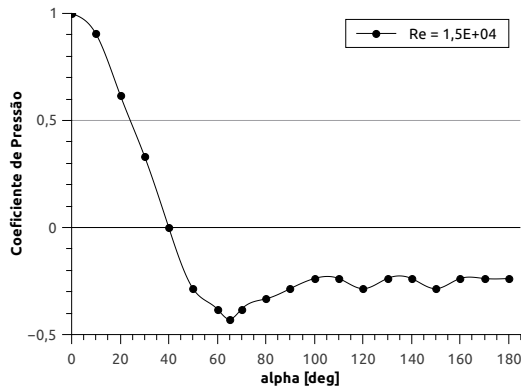
Fonte: Autoria própria.

Nota: As pressões são manométricas.

Assim, de posse das condições iniciais e das pressões aferidas, os dados coletados

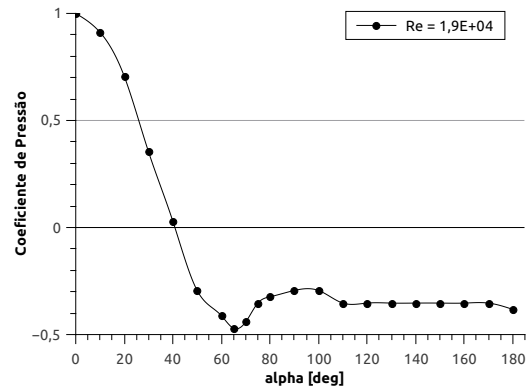
foram tratados e os coeficientes de pressão para todos os pontos de medições foram calculados. As figuras (Figura 17) até (Figura 21) mostram os gráficos de coeficiente de pressão obtidos para os cinco números de Reynolds ensaiados.

Figura 17 – Cilindro – Distribuição de C_p em função de α para Reynolds igual a $1,5 \times 10^4$



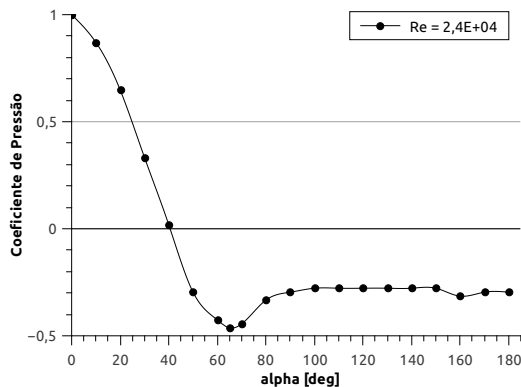
Fonte: Autoria própria

Figura 18 – Cilindro – Distribuição de C_p em função de α para Reynolds igual a $1,9 \times 10^4$



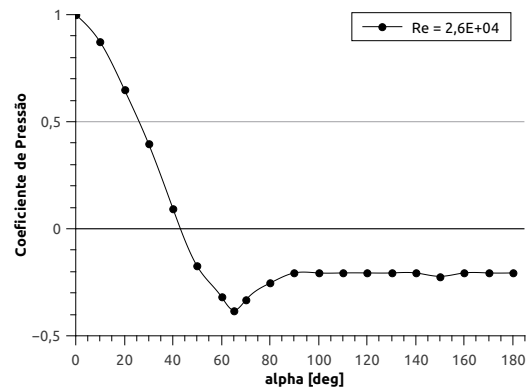
Fonte: Autoria própria

Figura 19 – Cilindro – Distribuição de C_p em função de α para Reynolds igual a $2,4 \times 10^4$



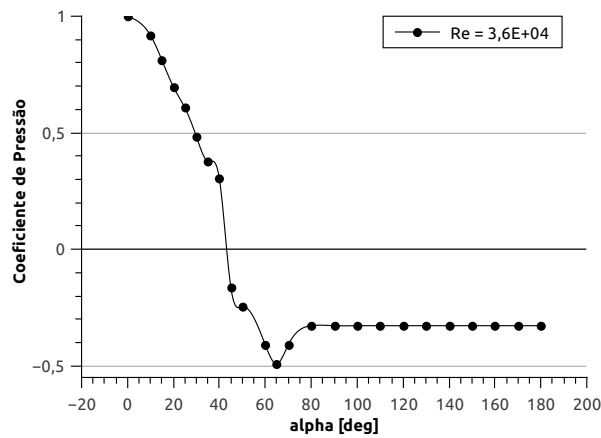
Fonte: Autoria própria

Figura 20 – Cilindro – Distribuição de C_p em função de α para Reynolds igual a $2,6 \times 10^4$



Fonte: Autoria própria

Os resultados dos experimentos resultaram em curvas de coeficiente de pressão em função de α no formato semelhante aos casos encontrados na literatura. Porém, os valores obtidos foram maiores em módulo, o que resultou em curvas transladadas para cima, quando comparados com as curvas encontradas na literatura. Investigando esse fenômeno levantou-se a hipótese da rugosidade superficial do cilindro, previamente considerada desprezível, estar afetando os resultados. Batham (1973) realizou experimentos com escoamento em torno de cilindro de seção circular tanto para um corpo de prova liso (em inglês, *smooth*) quanto para um rugoso (em inglês, *rough*). Quando comparados os

Figura 21 – Cilindro – Distribuição de C_p em função de α para Reynolds igual a $3,6 \times 10^4$ 

Fonte: Autoria própria

resultados obtidos para o cilindro neste trabalho, com os resultados obtidos por Batham, constatou-se que de fato, os resultados feitos no túnel de vento da UTFPR estavam muito semelhantes às curvas relativas aos ensaios com cilindro rugoso feitas por Batham. Essa constatação corroborou para concluir que de fato as discrepâncias entre os resultados obtidos através dos ensaios nesse trabalho e as curvas fornecidas por outros pesquisadores na literatura se deve, principalmente, ao fato de os corpos de prova utilizados apresentarem uma rugosidade superficial não desprezível.

3.1.2 Perfil aerodinâmico Clark-Y

Para cada valor de número de Reynolds e para cada ângulo de ataque ensaiados, foram tomadas as pressões em cada um dos sete pontos ao longo do perfil. Com isso, foram gerados gráficos do coeficiente de pressão entorno do perfil Clark em função da razão entre distância do bordo de ataque e o comprimento da corda x/L . A velocidade de entrada (U_∞) foi calculada através da [Equação 2.40](#) e o Reynolds foi calculado através da [Equação 2.41](#) sendo o comprimento da corda do perfil igual ao comprimento característico. Estes dados estão dispostos na [Tabela 4](#).

Tabela 4 – Frequências, velocidades e números de Reynolds dos ensaios do Clark Y.

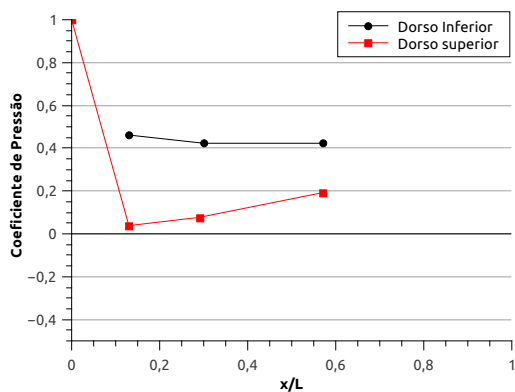
Frequência [Hz]	Pressão P_0 [Pa]	Pressão P_∞ [Pa]	Velocidade [m/s]	Reynolds
7,0	-7,84	-33,34	6,52	41691
8,5	-5,88	-41,19	7,67	49058
10,0	-9,81	-76,49	10,41	69405

Fonte: Autoria própria.

Nota: As pressões são manométricas.

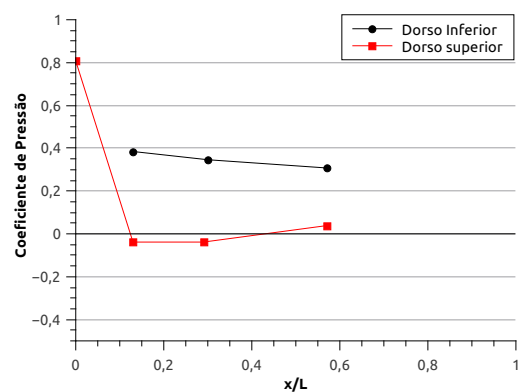
Os coeficientes de pressão do Clark-Y foram calculados para as condições ensaiadas e seus resultados estão dispostos nas figuras (Figura 22) até (Figura 33).

Figura 22 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,2 \times 10^4$ e $\beta = 0^\circ$



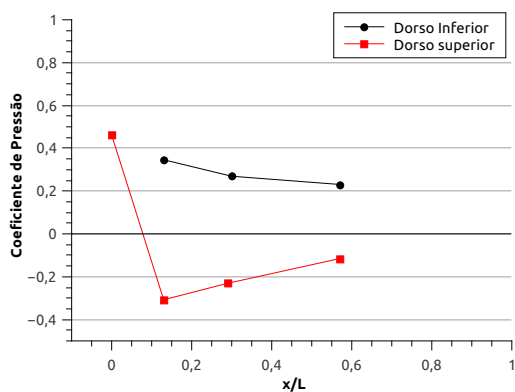
Fonte: Autoria própria

Figura 23 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,2 \times 10^4$ e $\beta = 2^\circ$



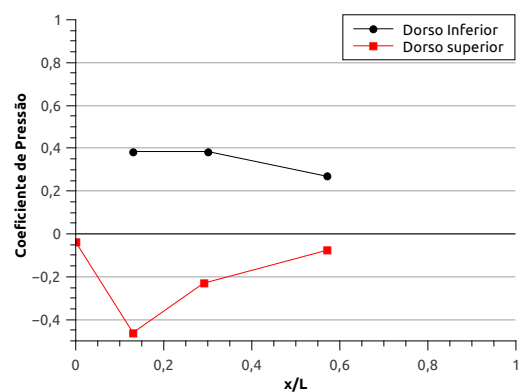
Fonte: Autoria própria

Figura 24 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,2 \times 10^4$ e $\beta = 5^\circ$



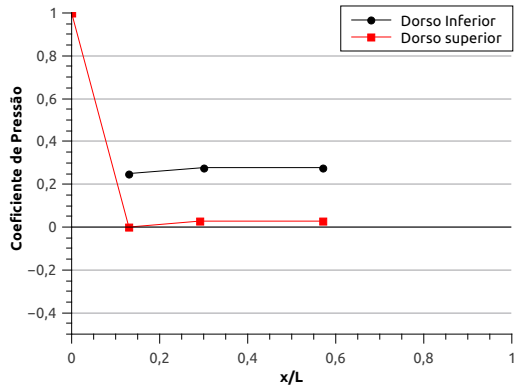
Fonte: Autoria própria

Figura 25 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,2 \times 10^4$ e $\beta = 10^\circ$



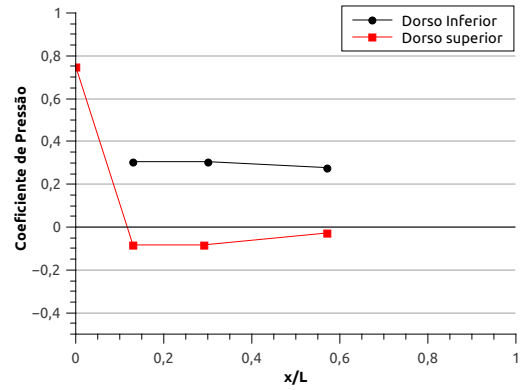
Fonte: Autoria própria

Figura 26 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,9 \times 10^4$ e $\beta = 0^\circ$



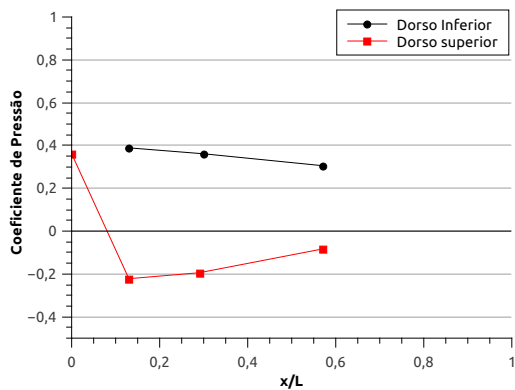
Fonte: Autoria própria

Figura 27 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,9 \times 10^4$ e $\beta = 2^\circ$



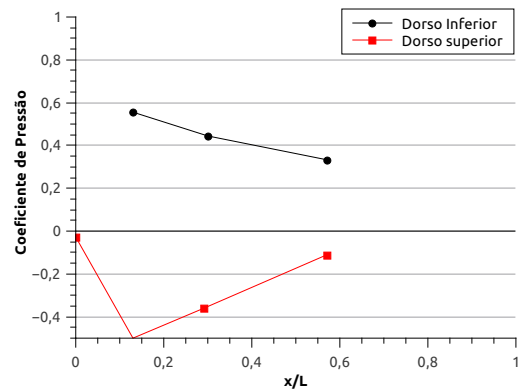
Fonte: Autoria própria

Figura 28 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,9 \times 10^4$ e $\beta = 5^\circ$



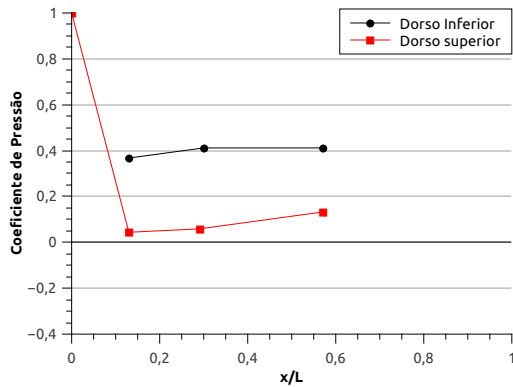
Fonte: Autoria própria

Figura 29 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $4,9 \times 10^4$ e $\beta = 10^\circ$



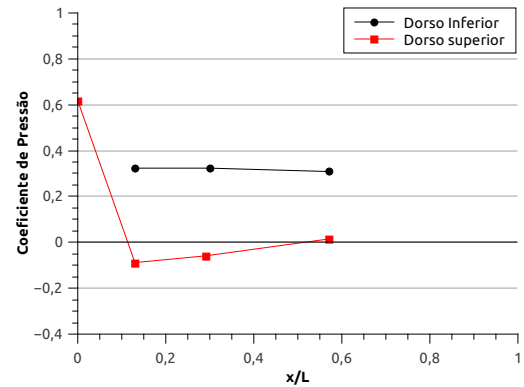
Fonte: Autoria própria

Figura 30 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $6,9 \times 10^4$ e $\beta = 0^\circ$



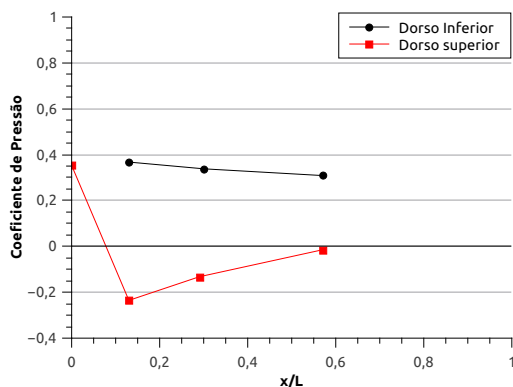
Fonte: Autoria própria

Figura 31 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $6,9 \times 10^4$ e $\beta = 2^\circ$



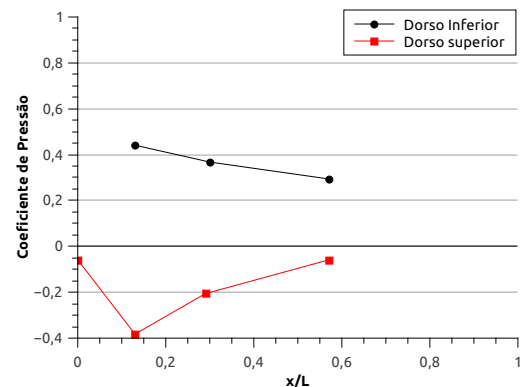
Fonte: Autoria própria

Figura 32 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $6,9 \times 10^4$ e $\beta = 5^\circ$



Fonte: Autoria própria

Figura 33 – Clark-Y – C_p em função de x/L para Reynolds = $6,9 \times 10^4$ e $\beta = 10^\circ$



Fonte: Autoria própria

Os gráficos referentes ao Clark-Y demonstram o perfil parcial contruído a partir dos sete pontos que o perfil possui para tomadas de pressão. Pode-se notar que, para uma mesma velocidade de escoamento, o aumento do ângulo de ataque causa com que os coeficientes de pressão no dorso superior do Clark-Y diminuam, enquanto os do dorso inferior permanecem praticamente constantes. O crescente aumento do ângulo de ataque, ao chegar a um valor crítico, causa o fenômeno chamado estol (em inglês, stall), o qual consiste na perda de sustentação do perfil.

Também observa-se, que para um mesmo ângulo de ataque, o perfil de pressão no perfil se comporta de maneira praticamente indiferente para o crescente aumento da velocidade de escoamento, i.e., do número de Reynolds. Isso ocorreu, principalmente,

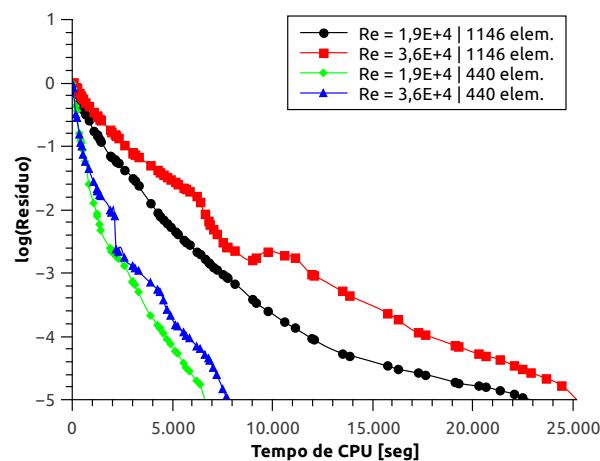
porque a faixa de Reynolds na qual o perfil foi ensaiada, limitada pela capacidade dos instrumentos utilizada, foi muito estreita, não sendo possível captar as reais influências dessa característica do escoamento sobre o corpo de prova ensaiado.

3.2 Resultados das simulações numéricas

Para as simulações numéricas do cilindro usando o código, foram geradas malhas bidimensionais para simulação do escoamento. A simulação retornou, para o último passo de tempo, os coeficientes de pressão para os nós da malha correspondentes ao perfil cilíndrico de seção circular.

O cilindro foi simulado conforme as condições presentes na [Tabela 2](#) e [Tabela 3](#) para os números de Reynolds $1,9 \times 10^4$ e $3,6 \times 10^4$, utilizando as malhas de 440 e 1146 elementos.

Figura 34 – Tempo computacional para as simulações do escoamento ao redor do cilindro



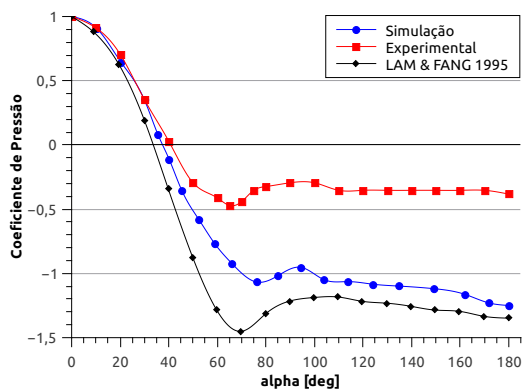
Fonte: Autoria própria

A [Figura 34](#) traz os resultados referentes ao tempo de convergência para cada um dos quatro casos simulados. Para os casos com a malha mais grosseira, com 440 elementos, o tempo de simulação foram de 1,8 horas e 2,2 horas. Para os casos em que a malha com 1146 elementos foi usada, o tempo de convergência foi bem maior, sendo de 6,4 horas e 7,0 horas. Estes resultados mostram que o aumento do refino da malha impacta diretamente no tempo computacional necessário para a solução convergir, e que esta relação não é linear, pois para um aumento de 2,6 vezes na quantidade de elementos da malha, o tempo computacional aumentou 3,4 vezes, aproximadamente.

3.3 Análise e validação do código

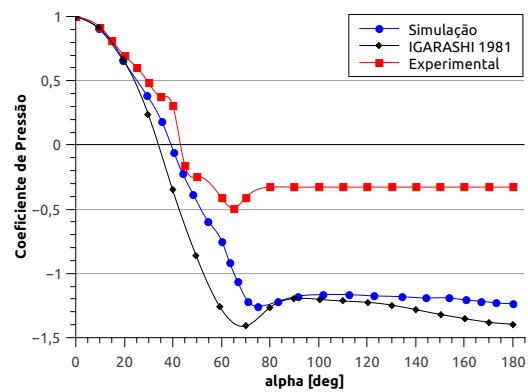
As simulações foram executadas para os dois números de Reynolds supracitados, item 3.2. Duas malhas foram utilizadas: uma malha com 440 elementos, cujos resultados estão dispostos nas figuras (Figura 35) e (Figura 36), e uma malha mais refinada, com 1146 elementos, com os resultados obtidos presentes nas figuras (Figura 37) e (Figura 38).

Figura 35 – Cilindro – C_p em função de α para $Re = 1,9 \times 10^4$ com a malha de 440 elementos



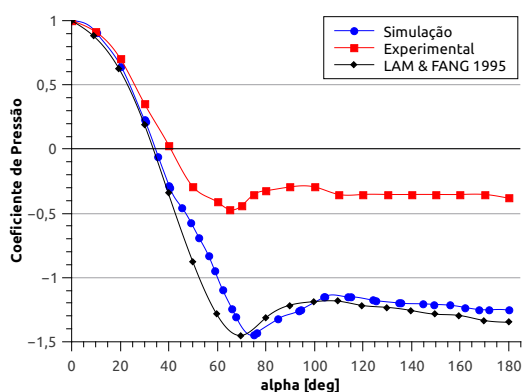
Fonte: Autoria própria

Figura 36 – Cilindro – C_p em função de α para $Re = 3,6 \times 10^4$ com a malha de 440 elementos



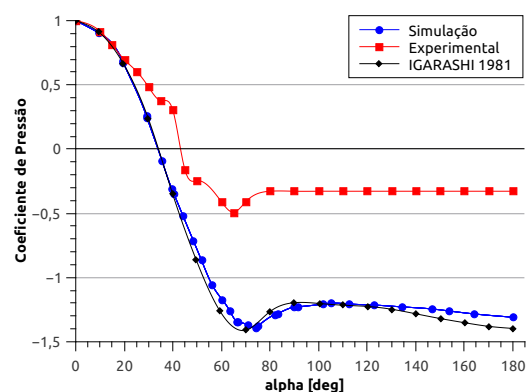
Fonte: Autoria própria

Figura 37 – Cilindro – C_p em função de α para $Re = 1,9 \times 10^4$ com a malha de 1146 elementos



Fonte: Autoria própria

Figura 38 – Cilindro – C_p em função de α para $Re = 3,6 \times 10^4$ com a malha de 1146 elementos



Fonte: Autoria própria

Espera-se que em 0° o coeficiente seja um, pois coincide com o ponto de estagnação, ponto este em que a velocidade de escoamento é nula. Também espera-se que o ponto de mínimo da curva ocorra entre 60° e 80° , pois é nesse setor que ocorre o descolamento da camada limite. Após o ponto de mínimo, espera-se que os coeficientes cresçam e então estabilizem em um valor para ângulos superiores a 100° . Os gráficos mostram que de

fato as formas das curvas C_p em função de α estão fisicamente coerentes, pois todas elas comportam-se de maneira que atendem essas expectativas teórico-experimentais.

As curvas referentes aos ensaios experimentais não ficaram coincidentes com as das simulações e as da literatura devido à rugosidade não desprezível dos corpos de prova, porém, pode-se ver que o formato das curvas está semelhante às demais.

Os gráficos referentes às simulações utilizando a malha mais refinada mostram que os valores de C_p ficaram mais próximos dos valores da literatura. Isso mostra que o código possui boa acurácia numérica, i.e., refinando-se a malha o código melhora a precisão dos resultados.

4 Conclusões

Os objetivos deste trabalho consistiam em realizar ensaios experimentais em túnel de vento a fim de obter dados para a validação de um código computacional baseado na discretização em elementos finitos, utilizar o código para simular o perfil cilíndrico nas mesmas condições dos ensaios e apresentar uma validação para o código.

Os ensaios experimentais foram realizados para dezessete condições diferentes, sendo cinco para o cilindro e doze para o Clark-Y. As condições iniciais ficaram restritas à uma faixa de Reynolds em torno de 10^4 devido a limitação instrumental, no caso o manômetro de coluna inclinada, porém ainda abaixo de um Reynolds crítico para o qual o escoamento transitaria para o regime turbulento.

As curvas de coeficientes de pressão obtidas nos ensaios do cilindro no laboratório ficaram com o formato semelhante aos casos da literatura: C_P igual a um na estagnação e ponto de mínimo em aproximadamente 70° , que é onde ocorre o descolamento da camada limite. Porém, os valores, em módulo, dos coeficientes ficaram maiores. Foi verificado, mediante análise de um trabalho semelhante, [Batham \(1973\)](#), que a ocorrência física disposta nos resultados do presente trabalho está relacionada, principalmente, à rugosidade superficial não desprezível do corpo de prova.

Os ensaios do Clark-Y resultaram em perfis parciais de pressão em torno do corpo. Extrapolando as linhas de tendência dos gráficos, notou-se que as curvas tiveram o formato, em geral, parecido com curvas de outros perfis Clark ensaiados na literatura. O dorso inferior possui coeficientes de pressão maiores que o superior, o que de fato ocorre, pois a velocidade no dorso superior é maior, e essa diferença de pressão é o que resulta na força de sustentação.

As simulações numéricas foram realizadas para o corpo de prova cilíndrico. Foram simulados as duas condições para as quais foram encontradas dados na literatura e que foram realizados ensaios experimentais. Dos resultados das simulações, foram obtidos os gráficos de coeficiente de pressão em torno do cilindro. As curvas resultantes das simulações não coincidiram com as obtidas através dos ensaios experimentais, pelo motivo previamente explanado. Porém, as curvas de coeficiente de pressão resultantes das simulações encaixaram razoavelmente bem naquelas originadas pelos dados de literatura.

No intuito de auxiliar trabalhos futuros, além dos resultados experimentos referentes ao corpo de prova Clark-Y, também foram elaboradas discretizações do perfil a partir do corpo de prova para os quatro ângulos de ataque ensaiados, pois o Clark-Y não possui equacionamento algébrico que possa gerar sua curvatura, facilitando assim a criação de malhas para que se possa futuramente simular também esse corpo.

4.1 Sugestões para trabalhos futuros

- A instrumentação de uma balança para o túnel de vento, como pode ser conferido em (POLAC et al., 2006), a fim de possibilitar que se possa aferir as forças de arrasto e de sustentação dos perfis ensaiados no túnel de vento utilizado, permitindo assim o cálculo dos coeficientes de arrasto (C_d) e de sustentação (C_l), enriquecendo os dados que podem ser obtidos a partir dos experimentos;
- Aferição dos corpos de prova para minimizar o efeito da rugosidade superficial;
- Ensaios experimentais e Simulações numéricas no espaço tridimensional;
- Validação numérica considerando o perfil aerodinâmico Clark-Y no espaço Cartesiano bidimensional;
- Tridimensionalização do código em elementos finitos;
- Implementação de um modelo de turbulência no código;
- Ensaios experimentais e Simulações numéricas no regime turbulento;
- Validação numérica para o cilindro e perfil Clark-Y no regime turbulento;
- Paralelização do código para minimização do tempo físico de solução.

Referências

- AESCHLIMAN, D. P.; OBERKAMPF, W. L. Experimental methodology for computational fluid dynamics code validation. *AIAA journal*, v. 36, n. 5, p. 733–741, 1998. Citado na página 18.
- AGARD. Quality assessment for wind tunnel testing. *NATO Advisory Group for Aerospace Research & Development*, n. AR-304, jul. 1994. Citado na página 18.
- AKIN, J. E.; TEZDUYAR, T. E. Calculation of the advective limit of the SUPG stabilization parameter for linear and higher-order elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 193, n. 21, p. 1909–1922, 2004. Citado na página 19.
- ANDERSON, J. D. *Fundamentals of aerodynamics*. 5. ed. New York, USA: Mcgraw Hill Series in Aeronautical and Aerospace, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 17, 25, 26 e 34.
- ANDERSON, J. D.; WENDT, J. *Computational Fluid Dynamics*. New York: McGraw-Hill, 1995. Citado na página 19.
- ANDERSON, W. K.; RAUSCH, R. D.; BONHAUS, D. L. Implicit/multigrid algorithms for incompressible turbulent flows on unstructured grids. *Journal of Computational Physics*, New York, Academic Press., v. 128, n. 2, p. 391–408, 1996. Citado na página 17.
- BATHAM, J. Pressure distributions on circular cylinders at critical reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge Univ Press, v. 57, n. 02, p. 209–228, 1973. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 51.
- BLACKBURN, H. M.; HENDERSON, R. D. A study of two-dimensional flow past an oscillating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge Univ Press, v. 385, p. 255–286, 1999. Citado na página 20.
- BLAZEK, J. *Computation Fluid Dynamics: Principals and Applications*. 2. ed. Oxford, UK: Elsevier Science, 2006. Citado na página 18.
- BROOKS, A. N.; HUGHES, T. J. Streamline Upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Elsevier, v. 32, n. 1, p. 199–259, 1982. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 29.
- BUSSOLETTI, J. E. CFD calibration and validation: the challenges of correlating computational model results with test data. *AIAA Paper*, p. 94–2542, 1994. Citado na página 18.
- CARDILLO, L. et al. Flow analysis of a wave-energy air turbine with the SUPG/PSPG stabilization and Discontinuity-Capturing Directional Dissipation. *Computers e Fluids*, v. 141, p. 184–190, 2016. Citado na página 29.
- CATABRIGA, L.; COUTINHO, A. L. Implicit SUPG solution of euler equations using edge-based data structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 191, n. 32, p. 3477–3490, 2002. Citado na página 19.

- CHUNG, T. *Computational Fluid Dynamics*. 2. ed. [S.l.]: Cambridge University press, 2010. Citado na página 19.
- COSNER, R. CFD validation requirements for technology transition. *Am Inst of Aeronaut and Astronaut, AIAA Paper*, n. 95-2227, 1995. Citado na página 18.
- DING, H. et al. Simulation of incompressible viscous flows past a circular cylinder by hybrid FD scheme and meshless least square-based finite difference method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 193, n. 9, p. 727–744, 2004. Citado na página 18.
- DONEA, J.; HUERTA, A. *Finite element methods for flow problems*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 31.
- FERNANDES, J. W. D. *Desenvolvimento de programa para simulação de escoamentos incompressíveis com fronteira móvel*. 62 p. Monografia (Trabalho de conclusão de curso) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2014. Citado 6 vezes nas páginas 16, 18, 19, 20, 27 e 39.
- FORTUNA, A. d. O. *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações*. [S.l.]: EdUSP, 2000. Citado 3 vezes nas páginas 15, 16 e 17.
- FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. *Introdução à mecânica dos fluidos*. 8. ed. [S.l.]: Gen-LTC, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 36.
- GABOR, O. Ş. et al. Numerical simulation and wind tunnel tests investigation and validation of a morphing wing-tip demonstrator aerodynamic performance. *Aerospace Science and Technology*, Elsevier, v. 53, p. 136–153, 2016. Citado na página 19.
- GASPAR, P. D.; MIRANDA, A.; PITARMA, R. Estudo comparativo do desempenho de códigos de DFC na modelação de equipamentos de refrigeração abertos. In: *VII Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional*. Évora: [s.n.], 2003. Citado na página 16.
- GEUZAINÉ, C.; REMACLE, J.-F. Gmsh: A 3-d finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Wiley Online Library, v. 79, n. 11, p. 1309–1331, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 41.
- GOBBI, M. et al. *Introdução à Mecânica dos Fluidos e aos Fenômenos de Transporte*. [S.l.]: Editora da UFPR, Curitiba, 2006. Citado na página 23.
- IGARASHI, T. Characteristics of the flow around two circular cylinders arranged in tandem: 1st report. *Bulletin of JSME*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 24, n. 188, p. 323–331, 1981. Citado na página 39.
- JOHN, V. Reference values for drag and lift of a two-dimensional time-dependent flow around a cylinder. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Wiley Online Library, v. 44, n. 7, p. 777–788, 2004. Citado na página 20.
- KARAMCHETI, K. *Principles of ideal-fluid aerodynamics*. New York: Wiley, 1966. Citado na página 15.

- KAZEMI, S. A. et al. Aerodynamic performance of a circulating airfoil section for Magnus systems via numerical simulation and flow visualization. *Energy*, Elsevier, v. 104, p. 1–15, 2016. Citado na página 18.
- KORKISCHKO, I.; MENEGHINI, J. R. *Investigação experimental e simulação numérica do escoamento ao redor de um modelo automobilístico: corpo de Ahmed*. Monografia (Trabalho de conclusão de curso) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006. Citado na página 17.
- LAM, K.; FANG, X. The effect of interference of four equispaced cylinders in cross flow on pressure and force coefficients. *Journal of Fluids and Structures*, Elsevier, v. 9, n. 2, p. 195–214, 1995. Citado na página 39.
- LI, Q. et al. Wind tunnel and numerical study of a straight-bladed vertical axis wind turbine in three-dimensional analysis (Part I: For predicting aerodynamic loads and performance). *Energy*, Elsevier, v. 106, p. 443–452, 2016. Citado na página 19.
- MARCHMAN, J.; WERME, T. Clark-Y airfoil performance at low Reynolds numbers. In: *22nd Aerospace Sciences Meeting*. [S.l.: s.n.], 1984. p. 1984–0052. Citado na página 20.
- MOSSAZ, S.; JAY, P.; MAGNIN, A. Experimental study of stationary inertial flows of a yield-stress fluid around a cylinder. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Elsevier, v. 189, p. 40–52, 2012. Citado na página 18.
- OBERKAMPF, W. L.; TRUCANO, T. G. Verification and validation in computational fluid dynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, Elsevier, v. 38, n. 3, p. 209–272, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 18.
- OLIVEIRA, J. d. S. P. d. *Soluções analíticas em mecânica de fluidos*. 2000. Lição síntese para provas de agregação - Departamento de Engenharia Electromecânica, Universidade da Beira Interior, 2000. Citado na página 15.
- OZARKAR, S. S. et al. Validation of filtered two-fluid models for gas-particle flows against experimental data from bubbling fluidized bed. *Powder Technology*, Elsevier, v. 284, p. 159–169, 2015. Citado na página 18.
- PANTON, R. L. *Incompressible flow*. 3. ed. PANTON1: John Wiley & Sons, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 23, 24 e 25.
- PEREIRA, L. H. G.; BODSTEIN, G. C. R. Método dos painéis com distribuições de singularidade quadráticas aplicados a escoamentos bidimensionais sobre aerofólios. In: *ENCIT-10 Congresso Brasileiro de Ciências Térmicas, Rio de Janeiro, RJ, Brasil*. [S.l.: s.n.], 2004. Citado na página 18.
- POLAC, R. C. et al. *Projeto e Otimização de uma Balança de Carga para Túneis de Vento com Baixa Velocidade*. [S.l.]: 16º POSMEC, Universidade Federal de Uberlândia-Faculdade de Engenharia Mecânica, 2006. Citado na página 52.
- POTTER, M.; WIGGERT, D. *Mecânica dos Fluidos*. 3. ed. [S.l.]: São Paulo: Ed. Pioneira Thomson Learning, 2004. Citado na página 25.
- RAKHSHA, M. et al. Experimental and numerical investigations of turbulent forced convection flow of nano-fluid in helical coiled tubes at constant surface temperature. *Powder Technology*, Elsevier, v. 283, p. 178–189, 2015. Citado na página 18.

- REDDY, J. N. *An introduction to the Finite Element Method*. 3. ed. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 2006. v. 2. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 26.
- REDDY, J. N.; GARTLING, D. K. *The finite element method in heat transfer and fluid dynamics*. [S.l.]: CRC press, 2010. Citado na página 30.
- ROACHE, P. J. Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 29, n. 1, p. 123–160, 1997. Citado na página 18.
- ROACHE, P. J. Validation: Definitions or descriptions. In: CITESEER. *3rd Workshop on CFD Uncertainty Analysis. Lisbon*. [S.l.], 2008. v. 374. Citado na página 16.
- ROBERTSON, E. et al. Validation of openFOAM numerical methods and turbulence models for incompressible bluff body flows. *Computers & Fluids*, Elsevier, v. 123, p. 122–145, 2015. Citado na página 18.
- ROSKAM, J.; LAN, C.-T. E. *Airplane aerodynamics and performance*. [S.l.]: DARcorporation, 1997. Citado na página 17.
- SANCHES, R. A. K. *Sobre o acoplamento fluido-casca utilizando o método dos elementos finitos*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011. Citado na página 18.
- SILVERSTEIN, A. Scale effect on Clark Y airfoil characteristics from NACA full-scale wind-tunnel tests. *NACA Report No. 502*, 1935. Citado na página 20.
- SINGH, S.; MITTAL, S. Flow past a cylinder: shear layer instability and drag crisis. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Wiley Online Library, v. 47, n. 1, p. 75–98, 2005. Citado na página 20.
- STROH, A. et al. Comparison of three different CFD methods for dense fluidized beds and validation by a cold flow experiment. *Particuology*, Elsevier, 2016. Citado na página 18.
- TEZDUYAR, T. E.; SENGA, M. Stabilization and shock-capturing parameters in SUPG formulation of compressible flows. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Elsevier, v. 195, n. 13, p. 1621–1632, 2006. Citado na página 19.
- WENZINGER, C. J.; SHORTAL, J. A. The aerodynamic characteristics of a slotted Clark Y wing as affected by the auxiliary airfoil position. *NACA Report. 400*, 1932. Citado na página 19.
- WHITE, F. M. *Fluid Mechanics*. 4. ed. Singapore: McGraw and Hill, 1994. Citado na página 15.
- WOLFRAM, S. *A new kind of science*. [S.l.]: Wolfram media Champaign, 2002. v. 5. Citado na página 15.
- ZHANG, H.-L.; KO, N. Numerical analysis of incompressible flow over smooth and grooved circular cylinders. *Computers & fluids*, Elsevier, v. 25, n. 3, p. 263–281, 1996. Citado na página 18.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. *The finite element method: Fluid dynamics*. 5. ed. Oxford, England: Butterworth-Heinemann Linacre house, Jordan Hill, 2000. v. 3. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 31.

ZIMMERMAN, C. H. Characteristics of Clark Y airfoils of small aspect ratios. *NACA Report No. 431*, 1933. Citado na página 19.

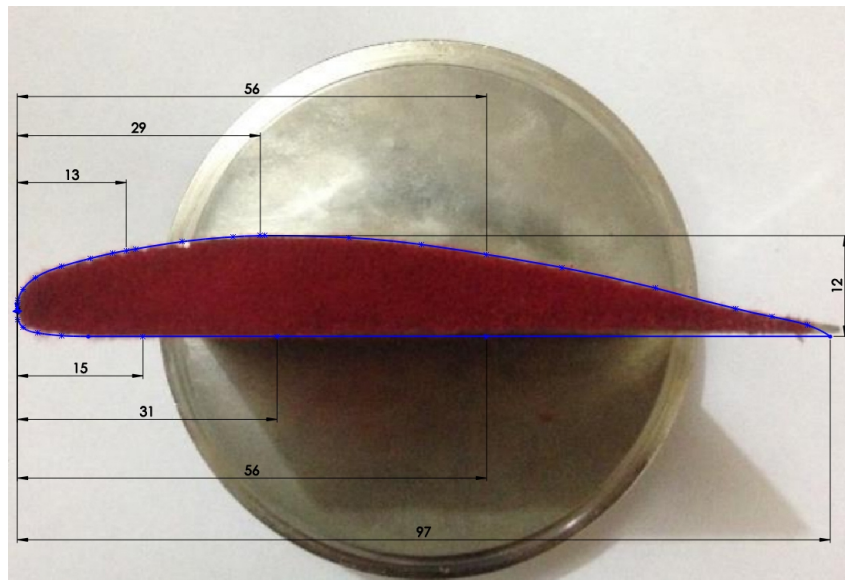
ZOU, L.; ZHAO, H.; ZHANG, H. Application of Jacobian-free Newton–Krylov method in implicitly solving two-fluid six-equation two-phase flow problems: Implementation, validation and benchmark. *Nuclear Engineering and Design*, Elsevier, v. 300, p. 268–281, 2016. Citado na página 18.

Apêndices

APÊNDICE A – Geometria do Clark-Y

Script desenvolvido para auxiliar uma futura geração de malhas. Por se tratar de um perfil sem equação algébrica, o perfil do Clark-Y foi criado através de *SpLine* em cima de uma imagem perpendicular do corpo de prova. A [Figura 39](#) ilustra a criação da curva para o caso em que o ângulo de ataque β é nulo. As coordenadas foram obtidas para o perfil posicionado numa seção de teste de 300 mm de comprimento e 150 mm de altura, com o perfil centrado em $x_0 = 100$ mm e $y_0 = 75$ mm. Os pontos que geram a curva do perfil estão na [Tabela 5](#).

Figura 39 – Perfil Clark Y para ângulo de ataque nulo. Dimensões em milímetros.



Fonte: Autoria própria.

As cotas no esboço foram para garantir que a curva passasse exatamente pelos pontos em que estão as tomadas de pressão no perfil, presentes no corpo de prova.

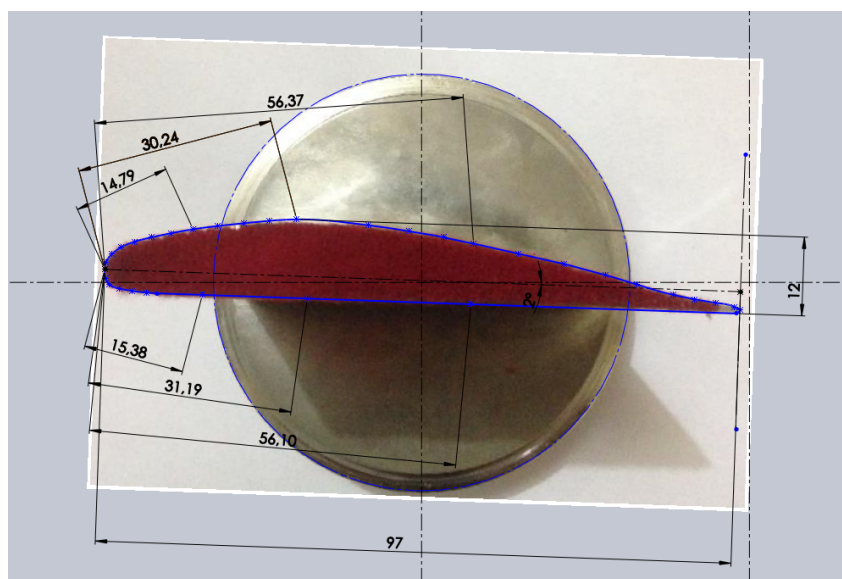
Analogamente, os perfis para β igual a dois, cinco e dez graus estão dispostos na [Figura 40](#) até a [Figura 42](#), e os pontos que compoem as curvas na [Tabela 6](#) até a [Tabela 8](#).

Tabela 5 – Pontos perfil Clark-Y para $\beta = 0^\circ$.

Ponto	x [mm]	y [mm]	Ponto	x [mm]	y [mm]
1	147.79159830	71.58542647	13	64.50000000	82.04644874
2	148.50000000	72.47966963	14	59.26187085	80.74573831
3	147.49079040	73.17430697	15	54.28803969	78.95178542
4	143.58697530	73.80325495	16	51.57855992	75.83936613
5	137.99150700	74.64908155	17	51.50000000	75.00000000
6	131.13951490	76.21750123	18	51.62001488	74.33662388
7	118.69784630	79.22385237	19	53.09166591	72.69915300
8	107.50000000	81.49090695	20	55.93601270	71.98956454
9	93.60320199	83.11851996	21	58.83317772	71.73532521
10	80.50000000	83.58542647	22	61.29158589	71.58542647
11	74.69999480	83.43289085	23	66.50000000	71.58542647
12	68.86850870	82.88679851	24	82.50000000	71.58542647
			25	107.50000000	71.58542647

Fonte: Autoria própria.

Figura 40 – Perfil Clark Y para ângulo de ataque de 2° . Dimensões em milímetros.



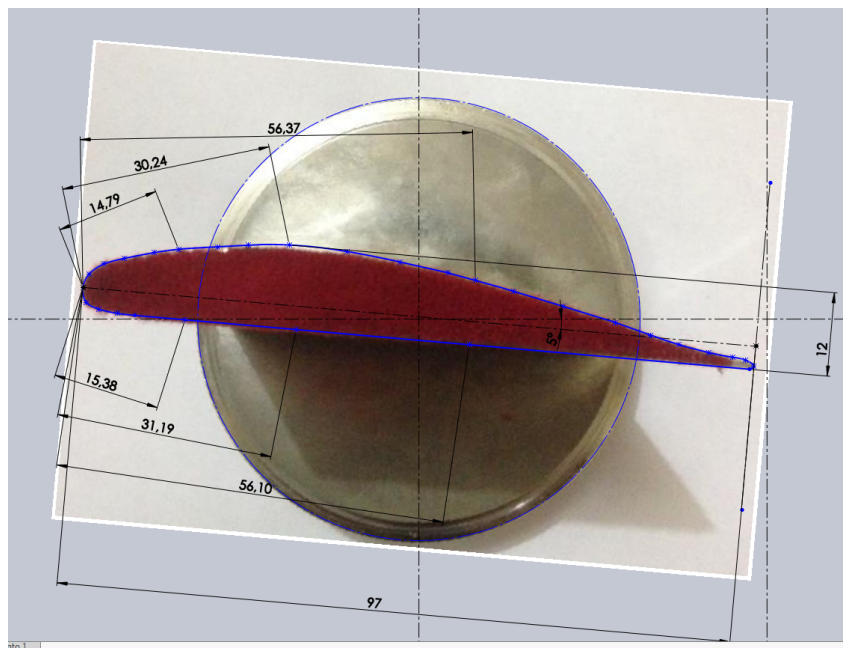
Fonte: Autoria própria.

Tabela 6 – Pontos perfil Clark-Y para $\beta = 2^\circ$.

Ponto	x [mm]	y [mm]	Ponto	x [mm]	y [mm]
1	147.89733620	70.25977012	18	68.95719860	83.60450664
2	148.52934860	70.76339408	19	65.14819171	83.10241812
3	147.75189690	71.27371504	20	61.79529764	82.49776176
4	144.78803690	71.89785591	21	58.86155214	81.88203739
5	141.63318120	72.43677671	22	56.24982682	81.21230827
6	138.38750370	73.09975202	23	54.20924215	80.36919245
7	132.86039940	74.64502540	24	52.76739191	79.30613337
8	128.09349520	76.12440946	25	51.87539981	78.07200732
9	121.74858130	77.80104474	26	51.68713994	76.97508712
10	114.71328820	79.37905441	27	51.82771019	75.56397562
11	107.91972750	80.90866068	28	52.34711914	74.69829405
12	103.35105780	81.87902754	29	53.93329252	74.05335557
13	98.10696161	82.82056656	30	55.90878046	73.69657681
14	91.88486951	83.71279109	31	58.03588374	73.44923921
15	80.94875861	84.60498050	32	59.63538116	73.34194551
16	76.78208500	84.38694188	33	66.57089544	73.09975202
17	72.95684332	84.02287951	34	82.56040338	72.54138610
			35	107.53566620	71.66923070

Fonte: Autoria própria.

Figura 41 – Perfil Clark Y para ângulo de ataque de 5°. Dimensões em milímetros.



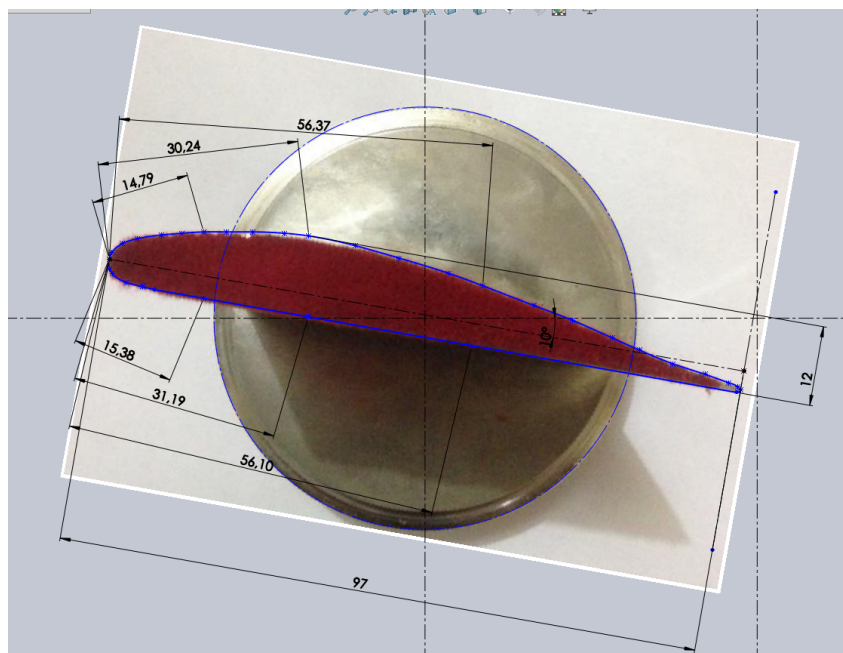
Fonte: Autoria própria.

Tabela 7 – Pontos perfil Clark-Y para $\beta = 5^\circ$.

Ponto	x [mm]	y [mm]	Ponto	x [mm]	y [mm]
1	147.39327860	67.81107711	16	75.49835387	85.63365280
2	148.12322320	68.21814042	17	71.09697748	85.36042736
3	146.90418830	69.11830141	18	65.48519872	85.01647164
4	145.10487850	69.51814802	19	61.93980913	84.52872537
5	141.62671090	70.20365354	20	57.63760390	83.69411744
6	137.38019870	71.32421137	21	54.81845204	82.91350915
7	133.28534760	72.69089643	22	52.67641157	81.50427200
8	128.21559200	74.51202591	23	51.74381822	79.54668537
9	120.66713970	76.84641199	24	52.23558252	77.42313073
10	113.59973010	79.00000034	25	54.02273379	76.42645021
11	108.10444680	80.57452069	26	56.68054851	75.81927702
12	104.15274010	81.64087615	27	59.16760302	75.52982356
13	97.30671661	83.20211691	28	66.40404315	74.89671708
14	89.66855075	84.70385799	29	82.34253166	73.50228003
15	81.36486525	85.63365280	30	107.23797040	71.32421137

Fonte: Autoria própria.

Figura 42 – Perfil Clark Y para ângulo de ataque de 10°. Dimensões em milímetros.



Fonte: Autoria própria.

Tabela 8 – Pontos perfil Clark-Y para $\beta = 10^\circ$.

Ponto	x [mm]	y [mm]	Ponto	x [mm]	y [mm]
1	146.80530540	63.84659418	17	74.11053319	87.97395212
2	147.49355510	64.16838949	18	70.04852674	87.97395212
3	147.04898310	64.68969653	19	66.68214888	87.97395212
4	145.74942340	65.29280710	20	63.40576736	87.77468542
5	142.17082270	66.54667291	21	60.28692028	87.50297405
6	137.33943620	68.12785394	22	56.69336163	86.96209207
7	132.29064930	70.19593160	23	54.46055661	86.21782373
8	128.21286930	72.01076777	24	52.89045627	84.93319618
9	122.25303690	74.65460317	25	52.47179643	83.87395414
10	116.36042070	76.91754704	26	52.53513018	82.43369504
11	108.69973640	79.87449519	27	52.91348572	81.71997890
12	103.54986670	81.75184715	28	54.98584222	80.39573450
13	96.11679467	84.02822545	29	57.44515325	79.72501332
14	89.47348657	85.90972180	30	59.22945126	79.28858012
15	82.50916054	87.36885861	31	66.67579865	77.97558816
16	78.88396449	87.77116005	32	82.43070991	75.19757223
			33	107.04099940	70.85811419

Fonte: Autoria própria.