



# MODELAGEM MATEMÁTICA DIVERTIDA NOS ANOS INICIAIS: ALGUMAS BRINCADEIRAS



SUSANE CRISTINA PASA PELAQUIM  
KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

**SUSANE CRISTINA PASA PELAQUIM**

**MODELAGEM MATEMÁTICA DIVERTIDA NOS ANOS INICIAIS: ALGUMAS  
BRINCADEIRAS**

**FUN MATHEMATICAL MODELING IN THE EARLY YEARS: SOME JOKES**

**PRODUTO EDUCACIONAL**

**LONDRINA 2023**



**SUSANE CRISTINA PASA PELAQUIM**

**MODELAGEM MATEMÁTICA DIVERTIDA NOS ANOS INICIAIS: ALGUMAS  
BRINCADEIRAS**

**FUN MATEMATICAL MODELING IN THE EARLY YEARS: SOME JOKES**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Cornélio Procópio e Londrina, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva

**LONDRINA 2023**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



**Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Londrina**



SUSANE CRISTINA PASA PELAQUIM

**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA INTERPRETAÇÃO DOS DIAGRAMAS SEMIÓTICOS**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).  
Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 10 de Março de 2023

Dra. Karina Alessandra Pessoa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Ana Paula Dos Santos Malheiros, Doutorado - Universidade Estadual Paulista - Unesp

Dra. Lourdes Maria Werle De Almeida, Doutorado - Universidade Estadual de Londrina (UEL)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 10/03/2023.

## APRESENTAÇÃO

Colega Professor(a)

Este Produto Educacional foi construído a partir da dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática intitulada *“Modelagem Matemática Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma interpretação dos diagrama semióticos”* apresentada no curso de pós-graduação da UTFPR *Campi* Cornélio Procópio e Londrina, para a obtenção do título de mestre.

As atividades apresentadas neste material foram desenvolvidas em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, em que a primeira autora deste trabalho é regente. Utilizando Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, os alunos trataram de conteúdos da Matemática de uma forma divertida e contextualizada.

Este Produto Educacional foi confeccionado com o intuito de sugerir atividades de modelagem matemática, partindo da temática brinquedos e brincadeiras, para serem desenvolvidas com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nele, há o acesso ao planejamento e implementação das atividades.

Sabemos que cada atividade de modelagem tem sua especificidade, com isso deixamos claro que, mesmo com as sugestões descritas neste material, a implementação em sala de aula poderá apresentar resultados diferentes, pois as pessoas envolvidas (professores e alunos) serão outras. Todavia, o que objetivamos é trazer sugestões de como pode ser o encaminhamento de uma atividade de modelagem matemática, partindo da realidade e interesse das crianças.

Esperamos os colegas professores aproveitem estas sugestões em seu trabalho com as crianças, pois foi planejado e desenvolvido com muito empenho para o desenvolvimento da aprendizagem de matemática de uma forma divertida e interessante para os alunos.

*“A modelagem matemática é a matemática por excelência”*  
(D’AMBROSIO, 2002, p. 5)

Susane Cristina Pasa Pelaquim

Karina Alessandra Pessoa da Silva

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	8
1. MODELAGEM MATEMÁTICA .....	9
1.1 O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA? .....	9
1.2 COMO IMPLEMENTAR A MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA? .....	10
1.3 E A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS..... QUE ENCAMINHAMENTOS SEGUIR?11	
2. ATIVIDADES PLANEJADAS E DESENVOLVIDAS .....	12
2.1 ATIVIDADE 1 - PIPOCA.....	12
2.1.1 Planejamento .....	12
2.1.2 Desenvolvimento .....	15
2.2 ATIVIDADE 2 PEGA - PEGA CONGELA.....	20
2.2.1 Planejamento .....	20
2.2.2 Desenvolvimento .....	23
2.3 ATIVIDADE 3 BICICLETA.....	28
2.3.1 Planejamento .....	28
2.3.2 Desenvolvimento .....	31
2.4 ATIVIDADE 4 FOGUETE.....	34
2.4.1 Planejamento .....	34
2.4.2 Desenvolvimento.....	37
2.5 ATIVIDADE 5 – SLIME... ..	45
2.5.1 Planejamento .....	45
2.5.2 Desenvolvimento .....	47
2.6 ATIVIDADE 6 - AGORA É VEZ DOS ALUNOS .....	52

<b>2.6.1 Planejamento .....</b>	<b>52</b>
<b>2.6.2 Encaminhamentos .....</b>	<b>54</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>70</b>
<b>SOBRE AS AUTORAS .....</b>	<b>71</b>

## INTRODUÇÃO

Aprender de forma divertida torna a matemática compreensível e mais próxima das crianças. Levando isto em consideração, foi sugerido pela professora que os alunos listassem brincadeiras que gostavam. Partindo destas brincadeiras foram desenvolvidas as atividades de modelagem matemática, como alternativa pedagógica de acordo com Almeida Silva e Vertuan (2021).

O Produto Educacional apresenta as atividades de modelagem matemática desenvolvidas com a temática *Brincadeiras* com crianças de 10 a 12 anos, em que evidenciamos o interesse e a satisfação em aprender conteúdos matemáticos “brincando”. A ludicidade propicia um ambiente favorável à criatividade e à análise crítica do mundo em que estas crianças vivem (FERNANDES; TORTOLA, 2021).

As brincadeiras selecionadas para as atividades foram as que apareceram com mais frequência na lista e a atividade de terceiro momento foram as selecionadas pelos grupos formados para o seu desenvolvimento. Diante dessa seleção, foi elaborado um planejamento que apresentamos no início de cada atividade. Além disso, encaminhamentos empreendidos na sala de aula, bem como sugestões que foram evidenciadas *a posteriori* constam do tópico desenvolvimento, após cada planejamento.

Os alunos, foram convidados a desenvolver uma atividade de modelagem matemática, em que foram responsáveis por todo o desenvolvimento da mesma, desde definirem a brincadeira, formularem a situação-problema partindo desta brincadeira, definir hipóteses, se utilizarem de conceitos matemáticos para resolver esta situação-problema e analisarem a resposta fazendo a validação, se de fato o questionamento, construído por eles, foi respondido.

Antes de apresentarmos o planejamento e a descrição do desenvolvimento de atividades de modelagem, tratamos, de forma sucinta, do nosso entendimento sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática.

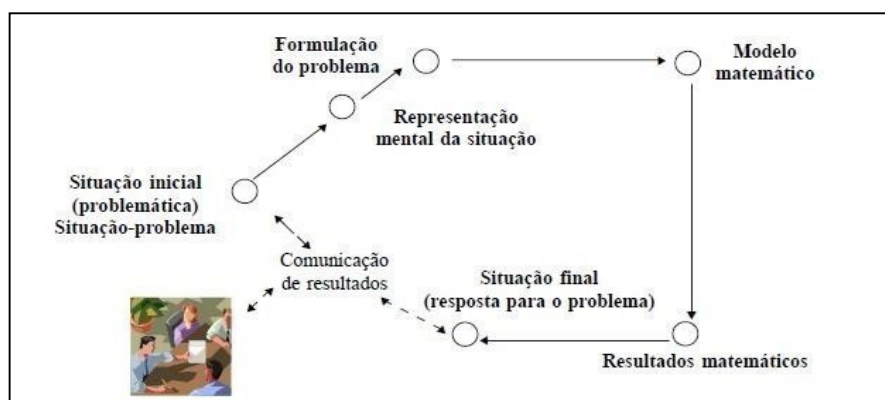
## 1. MODELAGEM MATEMÁTICA

### 1.1 O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?

Vamos nos ater aos entendimentos de Almeida, Silva e Vertuan (2021) que caracterizam modelagem matemática como uma alternativa pedagógica para resolver situações-problema que abordam conhecimentos, partindo da realidade do estudante, para serem solucionados com via procedimentos matemáticos. Com isso, os alunos podem perceber a matemática presente no dia a dia.

A modelagem matemática, ao ser desenvolvida para resolver problemas do mundo real, se organiza em fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação. Dessa forma, o aluno conhece a situação-problema, define hipóteses, transpõe da linguagem natural para a linguagem matemática o problema para ser resolvido. Analisa os resultados e faz a validação para evidenciar se o resultado encontrado condiz com a situação inicial.

As fases podem ser organizadas em um ciclo como o apresentado na Figura 1.



Ao matematizar, o aluno cria um modelo para resolver a situação apresentada que, de acordo com Tortola (2016), é um conjunto de procedimentos matemáticos que generaliza a solução desta situação-problema, ou seja, um modelo para resolver problemas que se enquadram nesta mesma situação. O modelo matemático pode ser apresentado por meio de diferentes registros como: tabelas, gráficos, desenhos, textos, receitas, desde que seja subsidiado por procedimentos matemáticos.

## 1.2 COMO IMPLEMENTAR A MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA?

No desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, os alunos vão conhecendo a nova dinâmica em que estão inseridos de forma a compreenderem os conteúdos com base em interesses de seu cotidiano, em que o professor os orienta a se familiarizar, de forma gradativa, caracterizado como diferentes “momentos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2021). Em cada “momento”, os alunos se tornam mais autônomos na construção do conhecimento, sempre com a mediação do professor, orientando esta autonomia de forma assertiva. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2021):

-Em um primeiro momento o professor coloca os alunos em contato com uma situação-problema, justamente com os dados e as informações necessárias. A investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático são acompanhadas pelo professor, de modo que as ações como definição de variáveis e de hipóteses, a simplificação, a transcrição para linguagem matemática, obtenção e validação do modelo bem como o seu uso para a análise da situação, são em certa medida, orientadas e avaliadas pelo professor.

- Posteriormente, em um segundo momento, uma situação-problema é sugerida pelo professor aos alunos, e estes, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação e realizam a definição de variáveis e a formulação das hipóteses simplificadoras, a obtenção e validação do modelo matemático e seu uso para a análise da situação. O que muda, essencialmente, do primeiro momento para o segundo é a independência do estudante no que se refere à definição de procedimentos extra matemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação.

- Finalmente, no terceiro momento, os alunos, distribuídos em grupos, são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem, cabendo a eles a identificação de uma situação-problema, a coleta e análise dos dados, as transcrições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para a análise da situação, bem como a comunicação desta investigação para a comunidade escolar (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2021, p. 26).

De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2021, p. 27), “A principal argumentação subjacente a essa introdução ‘gradativa’ de atividades de modelagem matemática reside na possibilidade que o aluno tem de desenvolver a habilidade de fazer modelagem”. Com esse tipo de encaminhamento, os alunos vão se habituar a desenvolver atividades de modelagem com confiança, independência e autoridade para definirem uma situação-problema e buscarem a solução por meio da matemática.

### 1.3 E A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS... QUE ENCAMINHAMENTOS SEGUIR?

Desenvolver atividades de modelagem matemática nos anos iniciais é muito interessante, pois os alunos se envolvem com determinação, interesse, curiosidade e responsabilidade. Vamos utilizar ‘anos iniciais’ para nos referirmos aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Com a temática brincadeira, a ludicidade desenvolve nas crianças a criatividade e a criticidade, analisando o mundo em que vivem (FERNANDES; TORTOLA, 2021).

Nos anos iniciais, as atividades de modelagem matemática propiciam a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade, por ter um professor que é responsável pelos componentes curriculares que serão estudados por estes alunos. Na atividade de modelagem matemática podemos abordar diferentes conteúdos.

Os modelos desenvolvidos pelos alunos dos anos iniciais podem ser apresentados por meio de tabelas, textos, desenhos, receitas, entre outras formas de representação que definem a solução da situação-problema inicial de forma generalizada. A forma de construção do modelo matemático nos anos iniciais, parte-se dos conhecimentos que os alunos tem, portanto os modelos matemáticos seguem um padrão de acordo com a linguagem que os alunos dominam, de forma a explicar e resolver a situação-problema proposta.

Neste processo de desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, a mediação do professor é fundamental, para que o aluno discuta e analise o que foi produzido por ele e se está encontrando uma solução condizente para a situação-problema.

Nas próximas seções deste Produto Educacional, descrevemos as atividades de modelagem matemática desenvolvidas com alunos dos anos iniciais, de acordo com as perspectivas abordadas anteriormente. Para isso, primeiramente apresentamos o planejamento de cada uma delas e, em seguida, o desenvolvimento com os alunos de um 5º ano pertencentes a uma escola pública da região periférica de Londrina.

## 2. ATIVIDADES PLANEJADAS E DESENVOLVIDAS

As atividades de modelagem matemática foram planejadas, em sua maioria, com a temática brincadeiras, em que foi feita uma pesquisa com os alunos de modo que listaram as brincadeiras que mais gostavam. Partindo desta lista foram selecionadas as brincadeiras que deram origem aos planejamentos das atividades desenvolvidas com os alunos, conforme mostra o Quadro 1.

**Quadro 1** – Atividades desenvolvidas pelos alunos

ATIVIDADE	SITUAÇÃO-PROBLEMA
	Qual a quantidade de pipoca que devemos estourar para que cada aluno consuma um copo de pipoca?
	Será que o espaço que utilizamos para brincar foi suficiente?
	Quantas pedaladas terei que dar para ir da minha casa à escola?
	O que devo fazer para que meu foguete alcance a maior distância?
	Qual a receita ideal para que o slime fique bom para brincarmos?

<p>ATIVIDADE DE TERCEIRO MOMENTO: Brincadeiras escolhidas pelos grupos de alunos</p>	<p>Questões elaboradas pelos alunos</p>
<p>MÃE DA RUA</p>	<p>Quantos passos temos que dar para atravessar a “rua”?</p> <p>Qual é o espaço que uma pessoa ocupa para brincar?</p>
<p>BAMBOLÊ</p>	<p>Qual é o ângulo que devemos utilizar para colocar o braço dentro do bambolê em movimento?</p>
<p>UNO</p>	<p>Se o baralho tem 52 cartas, quantas cartas 10 jogadores vão receber para iniciar o jogo?</p>
<p>QUEIMADA</p>	<p>Quantas boladas devemos dar para que o grupo adversário ganhe?</p>
<p>PING PONG</p>	<p>Qual a forma geométrica que nos vemos no jogo?</p> <p>Qual ângulo da raquete para bater a bolinha?</p>
<p>PIPA</p>	<p>Leonardo estava soltando pipa quando veio um forte vento e arreventou a linha. Quais materiais serão necessários para fazer uma nova pipa?</p> <p>A nossa pipa tem uma forma geométrica chamada retângulo. Quantos dobras precisamos fazer para construir a pipa?</p>

## 2.1 ATIVIDADE 1 - PIPOCA

A atividade sobre a pipoca foi a primeira atividade de modelagem matemática a ser desenvolvida pela turma. Os alunos foram convidados a discutir e analisar sobre a quantidade de grãos de pipoca que seria necessária ser estourada para que todos degustassem um copo de pipoca, enquanto assistiam um filme. Com a mediação da professora e o interesse dos alunos, a atividade 1, foi desenvolvida de acordo com o planejamento e encaminhamentos a seguir.

### 2.1.1 Planejamento

<b>Temática:</b>	Pipoca
<b>Ano escolar:</b>	5º ano do Ensino Fundamental (19 alunos)
<b>Tempo estimado para o desenvolvimento:</b>	4 aulas de 50 minutos cada uma
<b>Conteúdo:</b>	Medidas de volume e proporção
<b>Materiais necessários:</b>	Grãos de pipoca; pipoca estourada; pipoqueira elétrica; copos; medidores, lápis, borracha, caderno, folha de cartolina e sulfite, <i>tablet</i> , balança de cozinha.
<b>Objetivo geral:</b>	Compreender unidade de medida de massa e volume.
<b>Objetivos específicos:</b>	Compreender que a Matemática está presente no cotidiano; Compreender como medir o espaço que está sendo ocupado e suas relações; Compreender que a massa sofre transformações na mudança de temperatura.
<b>Encaminhamentos:</b>	
<b>Situação- problema:</b>	<i>Qual a quantidade de pipoca que devemos estourar para que cada aluno consuma um copo de pipoca?</i>

Obs. Como os alunos já estão organizados em grupos na sala de aula, a atividade será desenvolvida considerando os grupos previamente formados.

Iniciar a aula fazendo um levantamento dos hábitos e das opiniões dos alunos referentes a *pipoca*, para que assim, eles se inteirem sobre a temática proposta e comecem a levantar informações e participem ativamente do diálogo, sugestões:

- Você já comeu pipoca?
- Quem gosta de pipoca?
- Qual a massa de um pacote de pipoca que é vendido no supermercado?
- Que outros produtos que também são vendidos com essa mesma massa?
- Qual a cor da pipoca que comemos?
- E antes de comer, é a mesma cor?
- E o formato, como é? Tem algum nome específico que o represente?
- Como é feita a pipoca na casa de vocês?
- Alguém já presenciou todo esse momento?
- Se vocês compararem o tempo de preparação dessa pipoca que falaram, por exemplo, seria como o tempo de fazermos o que aqui na escola?
- Alguém já estourou toda uma embalagem de pipoca?
- (mostrar a embalagem da pipoca e a pipoqueira elétrica aos alunos) Será que essa embalagem seria possível de ser estourada de uma vez na pipoqueira? Mas e se fosse uma panela?

Após a conversa inicial, cada grupo irá receber um punhado de grãos de pipoca para que eles possam manipular e observar, pedir que eles conversem entre eles por um momento breve, observando o formato e as características (semelhanças e diferenças), escolher alguns grãos para representá-los em uma folha de sulfite por meio de desenhos, para depois comentar e apresentar para toda a sala no final da atividade. Os registros escritos das atividades serão solicitados um por grupo, mas todos participarão com ideias, desenhos e escritas.

Após essa etapa, começar a indagar os alunos sobre a relação da pipoca no formato de grãos e no formato de pipoca estourada, fazendo alguns questionamentos:

- Como compramos a pipoca no mercado para fazer em casa?

- Qual a massa do pacote?
- Se estourar um pacote inteiro de pipoca teremos a mesma massa do inicial?

ouvir os alunos, eles serão direcionados a continuar a atividade, agora com o grupo da sua rocando ideias com os integrantes. Cada grupo terá como recurso um *tablet*, se sentirem dade de buscar informações e folhas para realizarem os registros de como irão responder à ta que ficarão responsáveis.

Perguntas para os grupos:

- ❖ Qual a massa de um copo medidor antes de estourar? E depois de estourado qual a massa da mesma quantidade? (Fornecer: uma balança de cozinha, pipocas estouradas e grãos)
- ❖ Um copo de grãos, rende um copo de pipoca estourada? Como podemos representar essa situação? (Fornecer: grãos, pipocas estouradas e copo medidor)
- ❖ Quanto de pipoca devo estourar para que todos da sala recebam um copo de pipoca para comer? (Fornecer: grãos, pipocas estouradas e copo que servirá a pipoca)

Os grupos irão responder o questionamento referente ao seu grupo registrando as informações em forma de cartazes para apresentarem suas soluções para os colegas.

Para que os alunos possam realizar a validação iremos estourar pipoca, seguindo as quantidades apresentadas pelos alunos, para analisar se de fato as conclusões finais foram satisfatórias.

#### **Avaliação:**

A avaliação será contínua, de caráter formativo no desenvolvimento da proposta, onde os alunos serão avaliados durante todo o desenvolvimento da atividade e também nas gravações, essas darão suporte às informações que acontecerão nas aulas.

### 2.1.2 Desenvolvimento

Iniciamos nossa aula falando de pipoca, questionamentos foram feitos aos alunos sobre o que eles conheciam da pipoca, se já haviam comido pipoca, se já haviam preparado ou ajudaram a preparar pipoca, como poderíamos preparar essa pipoca (doce, salgada, colorida). Com auxílio de uma **pipoqueira elétrica, balanças, grãos de pipocas e recipientes**, nos organizamos para o desenvolvimento da atividade.



Nas discussões evidenciamos o entendimento da situação inicial pelos alunos que, para estourar as pipocas, temos que colocar a quantidade certa, que irá caber na pipoqueira para estourar.

Os alunos foram organizados em três grupos e cada grupo recebeu um questionamento a respeito da situação inicial, conforme esquema a seguir:

GRUPO	QUESTIONAMENTO
1	Qual é a massa de grãos que cabe no medidor da pipoqueira para estourar uma porção inicial?
2	Um copo de grãos rende um copo de pipoca estourada? Como podemos comparar? Representa esta situação.
3	Quanto de pipoca devo estourar para que todos da sala recebam um copo para comer?

Nas discussões dos grupos mediadas pela professora, os alunos identificaram que os grãos de pipoca devem ter suas massas aferidas na balança, em gramas, de forma que possam padronizar esta situação, ou seja, para que a partir deste evento – estourar pipoca para uma pessoa –, eles possam se programar para situações futuras, como estourar pipoca para todos os alunos da turma.

Os alunos (Grupo 1) juntamente com a professora, aferiram a massa dos grãos presentes em um **medidor para a pipoqueira** e concluíram que sua capacidade é de 50 gramas.



Além da massa, utilizaram como medida para servir cada aluno um **copo**. Cada medida de **50 gramas de pipoca estourada encheu dois copos e meio** – essa foi a **hipótese**, obtida pelo Grupo 2 que, com o auxílio a professora, estourou 50 gramas de pipoca e depois transferiu essa quantidade para os copos.



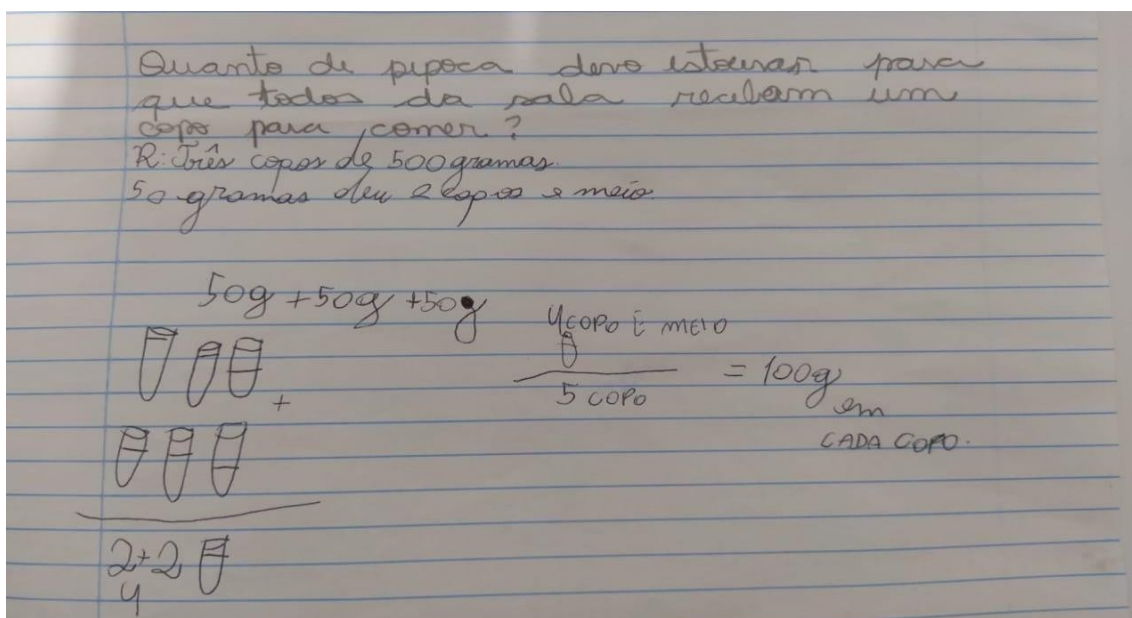
Ao utilizar a balança, os alunos definiram que no medidor da pipoqueira cabem 50 gramas de pipoca em grãos. E ao estourar a pipoca, mudam de tamanho (volume) e forma, passando a ocupar mais espaço, mas tem massa menor: 43 gramas, aferida na balança.

Os alunos constataram que, a quantidade de 50 gramas de grãos, que ocupavam o espaço do medidor, depois de estourados passaram a ocupar o espaço de dois copos e meio, que são bem maiores que o medidor.

A partir da hipótese **se 50 gramas rendem dois copos e meio**, então:

- 100 gramas irão render dois copos e meio mais dois copos e meio, totalizando 5 copos.







E, assim, construíram um modelo matemático, que pode ser evidenciado na figura a seguir:



De acordo, com o modelo definido pelos alunos, apresentado a cima, foi possível concluir que:

- 200 gramas encherão 10 copos;
- 300 gramas, 15 copos;
- 400 gramas, 20 copos e, assim por diante.

No caso da turma, que no dia do desenvolvimento da atividade contava com 14 alunos na sala, mais a professora, totalizando 15 pessoas, a quantidade de 300 gramas seria suficiente. Portanto, chegaram à conclusão que seriam necessários estourar 300 gramas de pipoca (grupo 3). Podemos observar essa relação que os alunos fizeram da seguinte maneira.

Quantidades de grãos (medidor)	Quantidade de pipoca estourada (copos)
 <p data-bbox="443 360 603 394">100 gramas</p>	 <p data-bbox="1070 432 1177 465">5 copos</p>
 <p data-bbox="443 710 603 743">200 gramas</p>	 <p data-bbox="1066 853 1182 887">10 copos</p>
 <p data-bbox="443 1247 603 1281">300 gramas</p>	 <p data-bbox="1066 1458 1182 1491">15 copos</p>

Desta forma, para validar a situação apresentada pelos alunos, a professora se dispôs a estourar os 300 gramas de pipoca, para confirmar se de fato iremos encher os 15 copos com pipoca.

A professora havia levado dois pacotes de pipoca – de 500 gramas cada – e os alunos questionaram se seriam necessários os dois pacotes. Então, a professora mostra a quantidade que está descrita na embalagem e questiona: se fôssemos estourar 300 gramas seriam necessários estourar os dois pacotes? Os alunos responderam que não e que poderíamos utilizar 300 gramas e ainda sobriam, visto que cada pacote tinha 500 gramas.

Seguindo o que foi sugerido, a professora estourou de 50 em 50 gramas os grãos de pipoca, e os alunos foram somando oralmente, 50 mais 50 até chegar nos 300 gramas de grãos estourados, que foram colocados em uma bacia. Em seguida, as pipocas estouradas foram transferidas pela professora para os copos. Os alunos auxiliaram na contagem dos copos e observaram que completamos 16 copos e não 15, como haviam calculado.

Neste momento iniciou-se uma discussão para justificar este copo a mais de pipoca em relação aos cálculos feitos por eles. Desta forma, foram feitas as seguintes observações:

- que as pipocas depois de estouradas não têm o mesmo tamanho;
- que entre as pipocas no copo ficam espaços com ar;
- que, levando isto em consideração, os cálculos e análises que foram feitos são válidos.

Assim, todos alunos da sala degustaram um copo de pipoca, assistindo um filme que eles escolheram, Encanto da Disney.

## 2.2 ATIVIDADE 2 PEGA - PEGA CONGELA

Esta brincadeira foi a mais votada entre os alunos quando inicialmente fizemos uma pesquisa para eles dizerem qual a brincadeira que mais gostavam. Partindo desta pesquisa foi construído o planejamento a seguir, em que os alunos brincaram e aprenderam novos conceitos matemáticos, **área e perímetro**, de maneira contextualizada.

### 2.2.1 Planejamento

<b>Temática:</b>	Pega-pega congela
<b>Ano escolar:</b>	5º ano do Ensino Fundamental (18 alunos)
<b>Tempo estimado para o desenvolvimento:</b>	4 aulas de 1h 30 minutos cada uma
<b>Conteúdo:</b>	Área e perímetro
<b>Materiais necessários:</b>	calculadora, fita métrica, caderno, lápis, borracha e folha de sulfite
<b>Objetivo geral:</b>	Definir e compreender conceito de perímetro e área.
<b>Objetivos específicos:</b>	Trabalhar com medidas reais (coleta de medidas do pátio da escola); Investigar um problema em aberto; Trabalhar em grupo; Usar a matemática que os alunos dominam para alcançar os resultados (quatro operações, unidades de medida); Traçar hipóteses do problema (qual o tamanho do espaço que temos para brincar, medir as dimensões e definir as relações do que é perímetro e área); Discutir e analisar os resultados, fazendo a validação (seguindo o manual que montamos para brincar).
<b>Encaminhamentos:</b>	
<b>Situação- problema:</b>	

*Vamos brincar de pega-pega congela, com as seguintes regras: o grupo escolhe o pegador. Ele conta até dez para começar o jogo, e os outros participantes devem correr.; a primeira pessoa que for pega deve ficar parada, de pernas abertas. Ela está "congelada"; um dos outros participantes deve passar entre as pernas de quem está "congelado". Assim, ele será salvo; mas, se alguém for pego no momento em que estiver tentando salvar a pessoa "congelada", ficará no lugar do pegador.; quem for pego três vezes sai da brincadeira. Depois de brincarmos, iremos analisar a seguinte situação: será que o espaço que utilizamos para brincar é um tamanho bom para brincarmos?*

### **1ª aula:**

Nesta aula iremos brincar de pega-pega congela seguindo as seguintes regras: o grupo escolhe o pegador. Ele conta até dez para começar o jogo, e os outros participantes devem correr; a primeira pessoa que for pega deve ficar parada, de pernas abertas. Ela está "congelada"; um dos outros participantes deve passar entre as pernas de quem está "congelado". Assim, ele será salvo; mas, se alguém for pego no momento em que estiver tentando salvar a pessoa "congelada", ficará no lugar do pegador; quem for pego três vezes sai da brincadeira. (50 minutos).

Depois voltamos para a sala e questiono os alunos: Será que o espaço que ocupamos no pega-pega congela foi suficiente? Vamos medir as dimensões desse espaço?

Com auxílio de uma trena iremos até o espaço que brincamos e vamos em grupo medir esse espaço e anotar no caderno. Depois questionar os alunos como medimos esse espaço?

Introduzir conceito de área e perímetro de quadriláteros. Para calcularmos o tamanho desse espaço.

### **2ª aula:**

Iremos retomar as informações coletadas na aula anterior e separar as crianças em 5 grupos, onde cada grupo terá uma questão para analisar a respeito da brincadeira.

- Grupo 1: Qual a área que a pessoa congelada ocupa? Calcule o espaço ocupado por cada um dos participantes do grupo. Será que as pessoas congeladas atrapalham as que não foram congeladas? Quantas pessoas congeladas podem ficar nesse espaço que calculamos?

- Grupo 2: Qual a área do espaço utilizado para podermos brincar? Desenhe-o com suas dimensões. Será que podemos modificar as dimensões (largura e comprimento) do espaço que brincamos sem alterar sua área? Como podemos fazer isso? Qual seria o formato ideal para que possamos brincar de acordo com as regras?

Os alunos irão voltar ao espaço que brincamos e colher as medidas que irão precisar e fazer as anotações.

O grupo 2, com auxílio da professora, irá medir outras formas que poderíamos ter utilizado para brincar, mas sempre mantendo a mesma área.

**3ª aula:**

Nesta aula os alunos irão fazer os cálculos e análises necessários para responder os questionamentos que cada grupo recebeu.

Iremos analisar a área ocupada pela pessoa congelada e discutiremos se todas as pessoas ocupam a mesma área. (calcular a média sendo que os alunos calcularam o espaço de mais de uma pessoa).

Iremos analisar também a relação de perímetros diferentes, mas mantermos sempre a mesma área, por meio de esboços desenhados em folhas pelos alunos. E assim concluir qual será a melhor forma a ser utilizada para que o espaço ocupado seja mais eficiente para brincar.

**4ª aula:**

Os alunos irão registrar as informações e apresentar os resultados para os outros grupos. E montaremos em conjunto um manual para brincar de pega-pega congela onde consta as regras, o espaço necessário de acordo com os participantes, levando em consideração a forma mais adequada e suas justificativas. (relação de área, perímetro e forma).

Validação: será feita quando os alunos vão até o espaço que utilizamos para brincar e brincamos novamente confirmando nossos cálculos delimitando o espaço de acordo com as informações coletadas e calculadas.

**Avaliação:**

A avaliação será contínua, de caráter formativo no desenvolvimento da proposta, onde os alunos serão avaliados durante todo o desenvolvimento da atividade e também nas gravações, essas darão suporte às informações que acontecerão nas aulas.

## 2.2.2 Desenvolvimento

Os alunos foram organizados pela professora para brincarem na quadra da escola, de pega-pega congela. Antes de ir para a quadra, a professora leu as regras da brincadeira que são: o grupo escolhe o pegador; ele conta até dez para começar o jogo, e os outros participantes devem correr; a primeira pessoa que for pega deve ficar parada, de pernas abertas. Ela está "congelada". Um outro participante deve passar entre as pernas de quem está "congelado". Assim, ele será salvo; se alguém for pego no momento em que estiver tentando salvar a pessoa "congelada", ficará no lugar do pegador; quem for pego três vezes sai da brincadeira. Após realizarem a brincadeira na quadra, os alunos foram questionados: o espaço que utilizamos para brincar é um tamanho bom para brincarmos?

As ações empreendidas para apresentar uma solução para esse problema foram organizadas em três aulas, além do brincar que consideramos como a primeira aula para o desenvolvimento da atividade. As aulas para desenvolver a atividade podem ser relacionadas com as fases da modelagem matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2021), inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação, evidenciadas no quadro a seguir.

Aulas	Ações	Fases da modelagem matemática
Aula 1	Brincar de pega-pega congela	Inteiração
Aula 2	Medir o espaço e sistematizar o conteúdo	Matematização
Aula 3	Realizar as medições	Resolução
Aula 4	Analisar relação: área e perímetro	Interpretação dos resultados e validação

AULA 1: Os alunos, acompanhados pela professora, foram para a quadra onde foi definido o espaço para brincar. Os alunos chegaram a um consenso que o espaço a ser utilizado para brincar seria o delimitado pela linha branca na quadra, que define o tamanho do campo.

Após realizarem a brincadeira, os alunos retornaram para a sala de aula em que se iniciou uma abordagem para o delineamento do problema a ser investigado e iniciaram uma discussão com a professora que os questionou sobre, **o que acharam da brincadeira, foi divertido brincar, o espaço utilizado para brincar foi suficiente.**

**Se caso o espaço não fosse suficiente, como poderíamos melhorá-lo.**

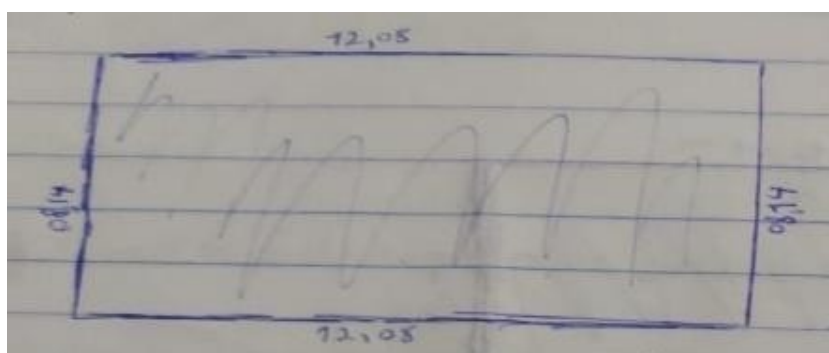
Nesta discussão, concluiu-se que os alunos não ficaram satisfeitos com o tamanho do espaço destinado à brincadeira, em que justificaram dizendo que não tinha muito espaço para correr. Então a professora, juntamente com os alunos, voltou ao espaço para medir as suas dimensões conforme figura a seguir.



A professora com o auxílio de uma trena de 3 metros, junto com os alunos mediram as dimensões de cada lado. Definidas duas dimensões os alunos foram questionados pela professora se seria necessário medir os outros dois lados. Os alunos responderam que não pois teriam as mesmas medidas dos lados já medidos. Portanto, retornaram para a sala de aula.

AULA 2: Ao voltar para sala de aula, algumas discussões foram iniciadas com o seguinte questionamento: **Com as medidas que coletamos podemos saber qual o tamanho do espaço que utilizamos para brincar?**

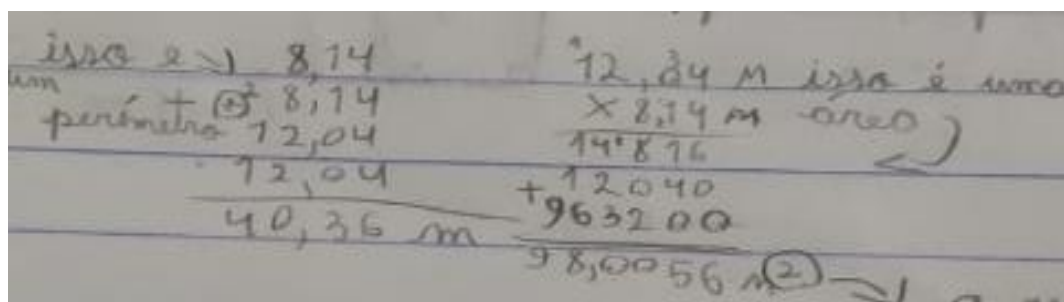
Foi feito um esboço para representar a quadra com as medidas, conforme imagem a seguir.



A professora fez vários questionamentos, dentre eles, **como podemos medir esse espaço?** E os alunos começaram a expor suas ideias e dentre elas os alunos mencionaram **somar as medidas**. Juntamente com a professora foram feitos os cálculos para somar essas medidas e chegaram a um valor que foi denominado pela professora de **perímetro**.

Todavia, como o conceito e a abordagem sobre perímetro não eram suficientes para responder o problema investigado, os encaminhamentos continuaram no âmbito da sistematização de conteúdos necessários para apresentar uma solução para o problema, por meio de questionamentos e discussões para medir o espaço utilizado para brincar, ou seja, o espaço interno a esse contorno que definimos.

Após esta discussão, definiram que seria necessário multiplicar as medidas da dimensão do espaço. Foram feitas as operações de multiplicação e definido que o espaço utilizado para brincar foi de  $98,0056 \text{ m}^2$ . Ao realizar essa abordagem foi definido com os alunos porque utilizamos o metro ao quadrado como unidade de medida da **área**. Os alunos fizeram seus registros e definiram área e perímetro, construindo a ideia desses novos conceitos, conforme a imagem a seguir.



AULA 3: Os alunos foram organizados em dois grupos e cada grupo recebeu uma questão a ser respondida, conforme o quadro a seguir. Estes questionamentos foram analisados pelos alunos para podermos justificar se de fato o espaço que nós brincamos foi bom ou não.

Grupos	Questão
G1	Qual a área que a pessoa congelada ocupa?
G2	Qual seria a forma ideal para podermos brincar, mantendo a mesma área?

O G1, para responder a questão, pediu para medir o espaço que cada um dos integrantes do grupo ocupou na posição congelado na brincadeira.

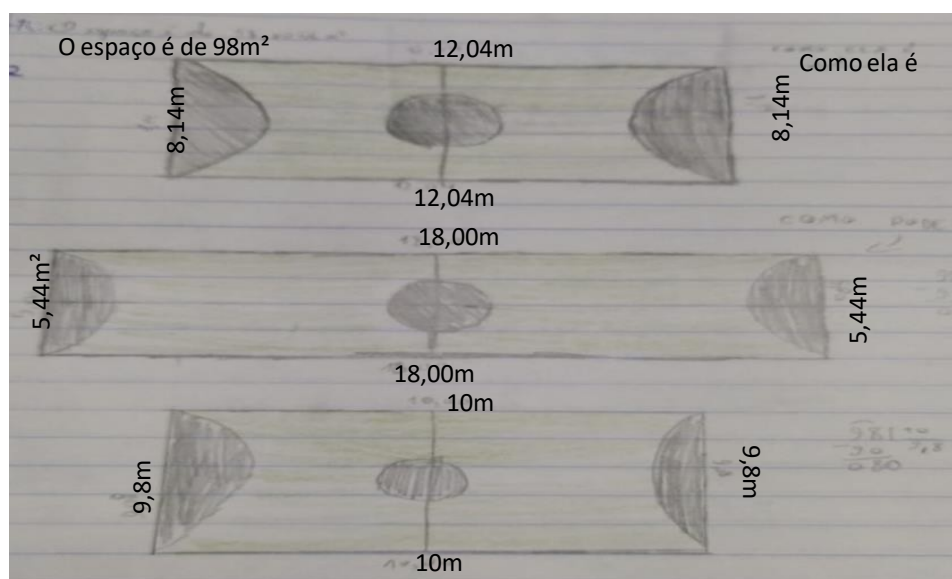
Com a professora, se dirigiram até o pátio da escola, construíram retângulos no chão, para representar o espaço ocupado pelo aluno congelado, pois teriam que ficar com as pernas afastadas para um colega passar embaixo para serem descongelados e com auxílio de uma trena fizeram as medições para calcularem a área (imagem a seguir).



O G2, utilizando as medidas e cálculos realizados no segundo momento, utilizando representações geométricas, definiram a mesma área do espaço utilizado para brincar com dimensões diferentes (imagem a seguir).

Com a mediação da professora, questionando os alunos a mudar o comprimento para 18 metros qual deveria ser a largura, mantendo a mesma área, os alunos discutiram entre eles e chegaram à conclusão que deveriam fazer uma divisão para obter essa nova largura. Para facilitar os cálculos arredondamos o valor da área de  $98,0056\text{m}^2$  para  $98\text{m}^2$ .

Os alunos construíram várias representações retangulares, com medidas diferentes mas sempre mantendo a mesma área. Podemos observar estas medidas na figura a seguir.



AULA 4: Os alunos de G1 voltaram para a sala de aula e calcularam a área ocupada por cada um. Com a mediação da professora, decidiram que deveriam calcular a média dos espaços já que cada um ocupou um espaço diferente, obtendo  $2746 \text{ cm}^2$ . Em seguida, fizeram uma comparação do espaço que tinham para brincar e o espaço médio que cada aluno ocupou para brincar, em que pegaram a medida do espaço ocupado na brincadeira e dividiram pelo espaço que cada pessoa congelada ocupa, obtendo  $356,8$ , ou seja, neste espaço caberiam 356 pessoas congeladas uma do lado da outra. Dessa maneira chegaram à conclusão que o espaço utilizado para brincar é suficiente com essa quantidade de alunos.

O G2, para responder à questão do melhor formato do espaço utilizado para brincar, retomaram as representações que fizeram e alguns alunos definiram que a melhor forma para brincar teria as dimensões  $20\text{m} \times 4,9\text{m}$ , ou seja, um espaço mais comprido e estreito.

No entanto, um aluno do grupo, definiu como melhor formato do espaço algo que se aproximasse de um quadrado com dimensões  $9,8\text{m} \times 10\text{m}$ . O aluno tentou convencer os colegas argumentando, mas estes se mantiveram resistentes em sua decisão. Então, por intermédio da professora, os alunos retornaram à quadra e testaram espaços com os formatos que definiram como melhor, de modo a estabelecer observação e reflexão dos resultados

Para isso, primeiro brincaram em um espaço mais comprido e estreito, perceberam que a brincadeira acabou muito rápido, porque como o espaço era estreito alguns alunos ao correr acabaram saindo do espaço, sendo eliminados da brincadeira e os que ficaram foram todos congelados. Depois brincaram em um espaço com a formato de um quadrado, nesse caso perceberam que a brincadeira fluiu melhor, puderam congelar e descongelar os colegas mais facilmente e ninguém teve que sair da brincadeira porque saiu fora do espaço. Então todos os alunos do grupo ficaram convencidos de que o espaço no formato que se aproxima de um quadrado seria a melhor opção.

## 2.3 ATIVIDADE 3 BICICLETA

Nesta atividade os alunos já tinham familiaridade em como desenvolver uma atividade de modelagem matemática. Mas a questão para eles responderem foi apresentada pela professora e a coleta de dados foi feita em conjunto com os alunos e a mediação da professora. Por meio de discussões iniciadas pela professora, os alunos foram se interessando pela situação apresentada e começaram a formular hipóteses e estratégias de como iriam resolver esta situação-problema.

### 2.3.1 Planejamento

<b>Temática:</b>	Bicicleta
<b>Ano escolar:</b>	5º ano do Ensino Fundamental I (18 alunos)
<b>Tempo estimado para o desenvolvimento:</b>	4 aulas de 1h 30 minutos cada uma
<b>Conteúdo:</b>	medida de comprimento, ideia de proporção, conceitos de raio, diâmetro e circunferência.
<b>Materiais necessários:</b>	calculadora, fita métrica, caderno, lápis, borracha e folha de sulfite, barbante data show, internet.
<b>Objetivo geral:</b>	Definir e compreender conceito de medida de comprimento (quilômetro, metro, centímetro) e as partes de uma circunferência (circulo, circunferência, raio e diâmetro)
<b>Objetivos específicos:</b>	Trabalhar com medidas reais (coleta de dados); Investigar um problema em aberto; Trabalhar em grupo; Usar a matemática que os alunos dominam para alcançar os resultados (quatro operações, unidades de medida); Traçar hipóteses do problema (relacionar a pedalada ao espaço percorrido); Discutir e analisar os resultados, fazendo a validação.
<b>Encaminhamentos:</b>	

Situação- problema:

Quando ando de bicicleta, quantas pedaladas tenho que dar para percorrer o a distância da minha casa até na escola?

**1ª aula:**

Vamos analisar como podemos fazer essa relação. Primeiramente iremos ver qual a distância da casa de cada aluno até a escola, por meio do Google Earth. ( <https://www.google.com.br/intl/pt-BR/earth/>)

Com auxílio da data show, iremos visualizar e anotar as distâncias da casa de cada aluno. Estes ficarão responsáveis por informar seus endereços para podemos buscar essa informação. Iremos organizar essas informações em uma tabela.

Como podemos perceber que espaço estamos percorrendo em cada pedalada?

Deixar os alunos pensarem e responderem esta questão. De que forma podemos fazer essa relação. Espera -se que os alunos respondam que é necessário ter uma bicicleta e marcamos no pneu ou na roda o espaço que ela anda quando damos uma pedalada. E medirmos esse espaço. E partindo desta ideia pedir que aluno poderia trazer, ou vir para a escola de bicicleta (com tamanhos diferentes de aros se possível) para fazermos essa análise.

Se pegarmos bicicletas com tamanhos de aros diferentes, será que interfere na quantidade de pedaladas?

**2ª aula:**

Se os alunos vierem com bicicletas de tamanhos de aros diferentes, montaremos um grupo para cada tamanho de aro, para os alunos fazerem as medições e marcarem os resultados.

Com a bicicleta, no pátio da escola, iremos fazer as medições em relação a pedalada no pneu da bicicleta, pedir para os alunos se organizarem para fazer isso. Como podemos fazer essa medição? Espera-se que os alunos digam que será necessário medir com uma fita métrica ou trena, ou fazer uma marcação com giz no pneu, ou ainda utilizar barbante para tal.

Após decidirem como irão fazer, estes irão medir o espaço percorrido em uma pedalada. Mas vamos levar em consideração o tamanho da roda e da catraca da bicicleta (raio, diâmetro e comprimento da circunferência).

Iremos formalizar o conceito de raio, diâmetro, comprimento da circunferência.

Nesta aula chegaremos à conclusão de qual o espaço percorrido em uma pedalada.

**3ª aula:**

Nesta aula os alunos irão comunicar seus resultados para os outros grupos. Depois disso irão responder à questão. Quando ando de bicicleta, quantas pedaladas tenho que dar para percorrer o

a distância da minha casa até na escola? Essa questão será respondida por cada grupo de acordo com as informações que registraram na aula anterior.

Espera-se que os alunos construam tabelas fazendo a relação de pedaladas e o espaço percorrido.

Após isso os alunos irão comunicar aos colegas como chegaram à resposta da pergunta.

Validação: será feita no pátio da escola, iremos calcular quantas pedaladas precisam ser dadas para percorrer uma determinada distância no pátio da escola. Iremos calcular e confirmar andando de bicicleta no pátio da escola.

**Avaliação:**

A avaliação será contínua, de caráter formativo no desenvolvimento da proposta, onde os alunos serão avaliados durante todo o desenvolvimento da atividade e também nas gravações, essas darão suporte às informações que acontecerão nas aulas.

### 2.3.2 Desenvolvimento

Iniciamos esta atividade com uma tarefa de casa, em que cada aluno iria trazer o seu endereço residencial.

As aulas foram definidas em momentos de acordo com as fases da modelagem matemática, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2021), como podemos observar no quadro a seguir:

<b>Aulas</b>	<b>Ações</b>	<b>Fases da modelagem matemática</b>
<b>Aula 1</b>	Medir a distância de casa até a escola	Inteiração
<b>Aula 2</b>	Medir o espaço em metros de uma pedalada  Definir raio, diâmetro, comprimento da circunferência	Matematização
<b>Aula 3</b>	Responder a questão: quantas pedaladas são necessárias para percorrer o espaço de casa até na escola?	Resolução
<b>Aula 4</b>	Pedir, como tarefa de casa, para os alunos que moram mais próximos da escola, que contem quantas pedaladas irão dar de casa até na escola, para ver se o valor calculado é coerente	Interpretação dos resultados e validação

Na aula 1, com os endereços anotados no caderno pudemos fazer a pesquisa no *Google Earth* (<https://www.google.com.br/intl/pt-BR/earth/>), em que cada aluno falava seu endereço e este foi projetado no data show para que todos alunos pudessem ver o percurso que cada um faz e a distância que cada aluno mora da escola.

Na imagem que se encontra na próxima página, apresentamos a localização e a distância da casa de uma das alunas da turma.



Com estas informações construímos uma tabela para registrar a distância que cada aluno mora em relação a escola.

Neste momento, os alunos, juntamente com a professora, realizaram a **coleta de dados** utilizados para responderem à questão que será apresentada para os alunos na aula seguinte.

Para a aula seguinte, foi solicitado aos alunos, com o consentimento dos pais, para levarem a bicicleta na escola, em que investigamos o problema: **Quantas pedaladas preciso dar para percorrer o caminho da escola até minha casa?**

Na aula 2 apenas dois alunos trouxeram as bicicletas, então a turma foi dividida em dois grupos, em que cada grupo ficou com uma bicicleta e materiais para medir, como trena, régua e barbante. Os grupos foram até o pátio da escola para analisarem, discutirem e medirem as dimensões da bicicleta e o espaço que cada bicicleta percorre em uma pedalada, como podemos observar na figura a seguir.



Após medirem, os alunos retornaram à sala de aula, em que junto com a professora foram definidos conceitos de raio, diâmetro e comprimento da circunferência, que foram algumas das medidas que fizeram para concluírem como iriam medir o espaço em metros de uma pedalada.

Na aula 3, com a medida da distância percorrida com uma pedalada (229 cm), os alunos definiram **hipóteses** para calcular a quantidade de pedaladas, além disso, consideraram um percurso plano, pedalar a todo momento e manter uma marcha na bicicleta.

Para responder o problema sobre a quantidade de pedaladas ( $P$ ), os alunos fizeram transformações de medidas e realizaram a divisão da distância ( $d$ , em metros ou centímetros) de suas residências até a escola pela distância percorrida com uma pedalada (2,29 m ou 229 centímetros). Cada aluno obteve uma solução para o problema de modelagem, considerando as informações sobre a distância de casa até a escola.

A aula 4, a professora sugeriu como tarefa de casa para o aluno que trouxe a bicicleta que fizesse o percurso de casa até a escola contando as pedaladas para verificar se os cálculos que fizeram estava coerente com a realidade da situação.

## 2.4 ATIVIDADE 4 FOGUETE

Os alunos se envolveram nesta atividade, pois além de aprender o conceito de ângulos brincando, eles construíram o brinquedo a partir de um vídeo instrucional. A questão a ser respondida surgiu enquanto brincavam por meio de questionamentos da professora, de forma que os alunos percebessem no ato de brincar que a inclinação é definida por um conceito matemático (ângulo) e que este pode ser medido (graus). Perceberam também que o ângulo de inclinação é um fator que define a distância que o foguete irá atingir.

### 2.4.1 Planejamento

<b>Temática:</b>	Foguete
<b>Ano escolar:</b>	5º ano do Ensino Fundamental I (18 alunos)
<b>Tempo estimado para o desenvolvimento:</b>	3 aulas de 1h 30 minutos cada uma
<b>Conteúdo:</b>	Medidas de comprimento, formas geométricas e ângulos
<b>Materiais necessários:</b>	calculadora, fita métrica, caderno, lápis, borracha e folha de sulfite, transferidor, garrafinhas de água, canudo, cola e tesoura, celular com o APP Protactor, data show.
<b>Objetivo geral:</b>	Definir e compreender conceito ângulo; medidas de comprimento (metro e centímetros); formas geométricas; sólidos geométricos.
<b>Objetivos específicos:</b>	Trabalhar com medidas reais (coleta de dados); Investigar um problema em aberto; Trabalhar em grupo; Usar a matemática que os alunos dominam para alcançar os resultados (quatro operações, unidades de medida);

Traçar hipóteses do problema (distância percorrida pelo nosso foguete de papel);  
Discutir e analisar os resultados, fazendo a validação

### Encaminhamentos:

Situação- problema:

Qual a distância que meu foguete atinge? Será que existe algo que posso fazer para ele ir mais longe?

#### 1ª aula:

Os alunos irão construir um foguete de acordo com as orientações de um vídeo que será passado para os alunos, no data show.

[https://www.instagram.com/reel/CdCRRGqjdrI/?utm\\_source=ig\\_web\\_copy\\_link](https://www.instagram.com/reel/CdCRRGqjdrI/?utm_source=ig_web_copy_link)

Vamos analisar quais formas geométricas utilizamos para construir o foguete. Os alunos irão desenhá-las e escrever as características desta representação geométrica. Espera-se que o registro seja feito da seguinte maneira:

figuras planas

desenho da figura	nome da figura	quantos lados tem	quantos vértices
sólidos geométricos			
desenho do sólido	nome do sólido	o que posso escrever sobre este sólido. (tem faces, bases, arestas, vértice; ele rola?)	

Após esta análise, vamos ir no pátio da escola brincar com o nosso foguete.

#### 2ª aula:

Nesta aula iremos responder a seguinte questão: Qual a distância que meu foguete atinge? Será que existe algo que posso fazer para ele ir mais longe?

Os alunos irão no pátio da escola lançar os foguetes e fazer a análise para responder à pergunta.

Os alunos serão questionados a observar e analisar as posições que eles colocam a garrafa para lançar o foguete. Espera-se que os alunos observem a angulação que a garrafa fica. Ou seja, o ângulo de inclinação.

**3ª aula:**

Nesta aula iremos definir o conceito de ângulo e como o medimos, vamos registrar o ângulo que lança o foguete mais longe, medindo por meio do transferidor a posição da garrafa em relação ao chão.

Validação: Os alunos irão medir o ângulo que encontraram e soltar o foguete para ver se de fato ele irá mais longe..

**Avaliação:**

A avaliação será contínua, de caráter formativo no desenvolvimento da proposta, onde os alunos serão avaliados durante todo o desenvolvimento da atividade e também nas gravações, essas darão suporte às informações que acontecerão nas aulas.

### 2.4.2 Desenvolvimento

As ações empreendidas para apresentar o desenvolvimento desta atividade foram organizadas em quatro aulas pela professora, além da construção do brinquedo que consideramos como a primeira ação para o desenvolvimento da atividade, conforme mostra o quadro a seguir.

<b>Aulas</b>	<b>Ações</b>	<b>Fases da modelagem matemática</b>
<b>Aula 1</b>	Construir o foguete conforme um vídeo instrucional	Inteiração
<b>Aula 2</b>	Alunos vão até a quadra brincar e são questionados: Qual a distância que meu foguete atinge? Será que existe algo que posso fazer para ele ir mais longe?	Inteiração

<b>Aula 3</b>	Os alunos são questionados em relação a posição que seguram a garrafa para lançar o foguete. A professora define o que é ângulo. Os alunos com auxílio de um aplicativo medem o ângulo que seguram a garrafa em relação ao chão e com auxílio de uma trena medem a distância que o foguete atinge em diferentes posições da garrafa	Matematização  Resolução
<b>Aula 4</b>	Analisa qual ângulo o foguete foi lançado mais distante	Interpretação dos resultados e validação

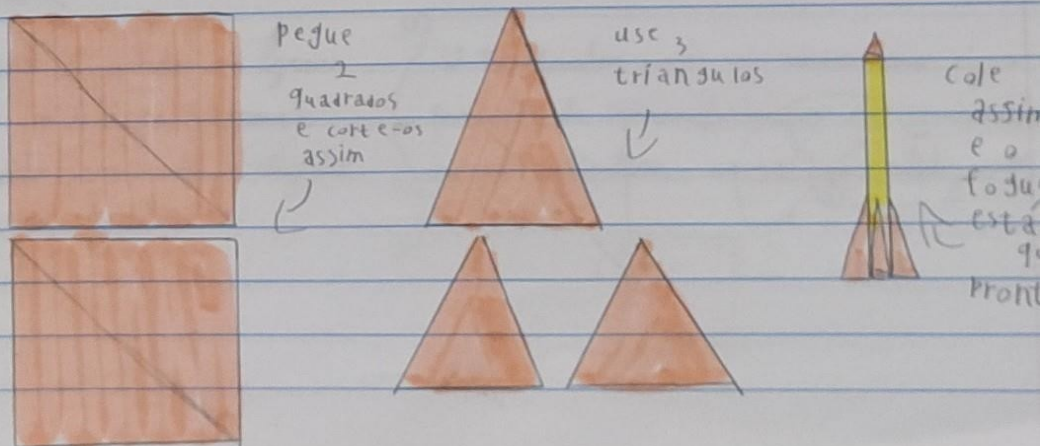
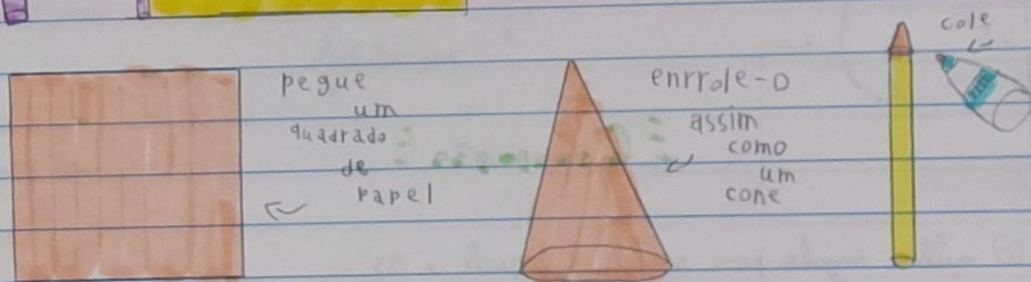
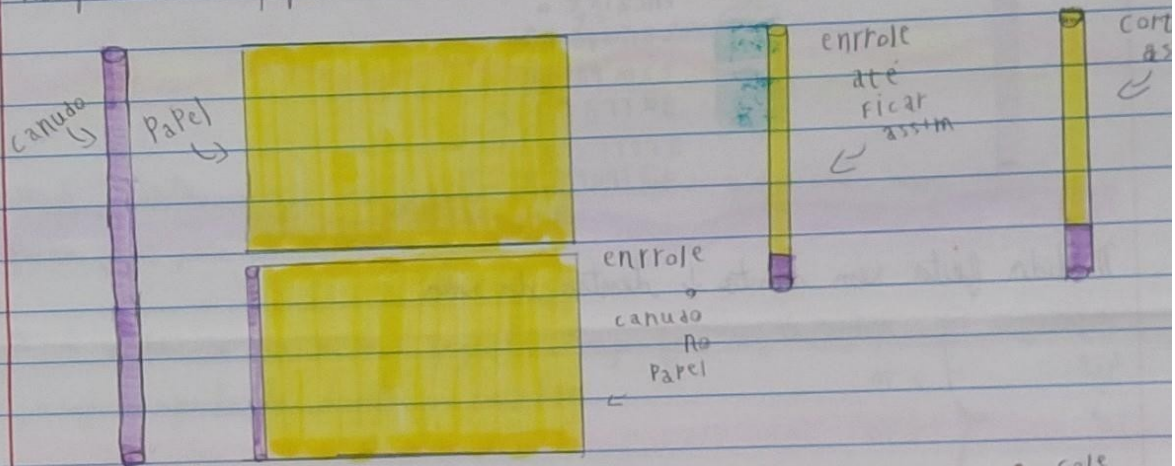
Na aula 1, após assistirem o vídeo instrucional, além da garrafa de água de 500ml e do canudo foi entregue aos alunos cartolinas de cores diferentes e outros materiais, como cola, régua e tesoura para construírem o foguete. Cada aluno também recebeu uma folha de papel almaço para relatar suas ações no desenvolvimento da atividade. Essas ações de construção do foguete podem ser associadas à fase da Inteiração (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2021), pelo fato de os alunos terem se inteirado com a situação e entenderem como a brincadeira ocorrerá na sequência.

Após cada aluno construir seu foguete, a professora solicitou que relatassem um passo a passo da construção, destacando, por meio de escrita e/ou figuras, formas geométricas utilizadas. Podemos evidenciar o relato de um dos alunos na figura da sequência.

## 🔧📄 Construção DE foguete 🚀

Explique como você fez para construir seu foguete

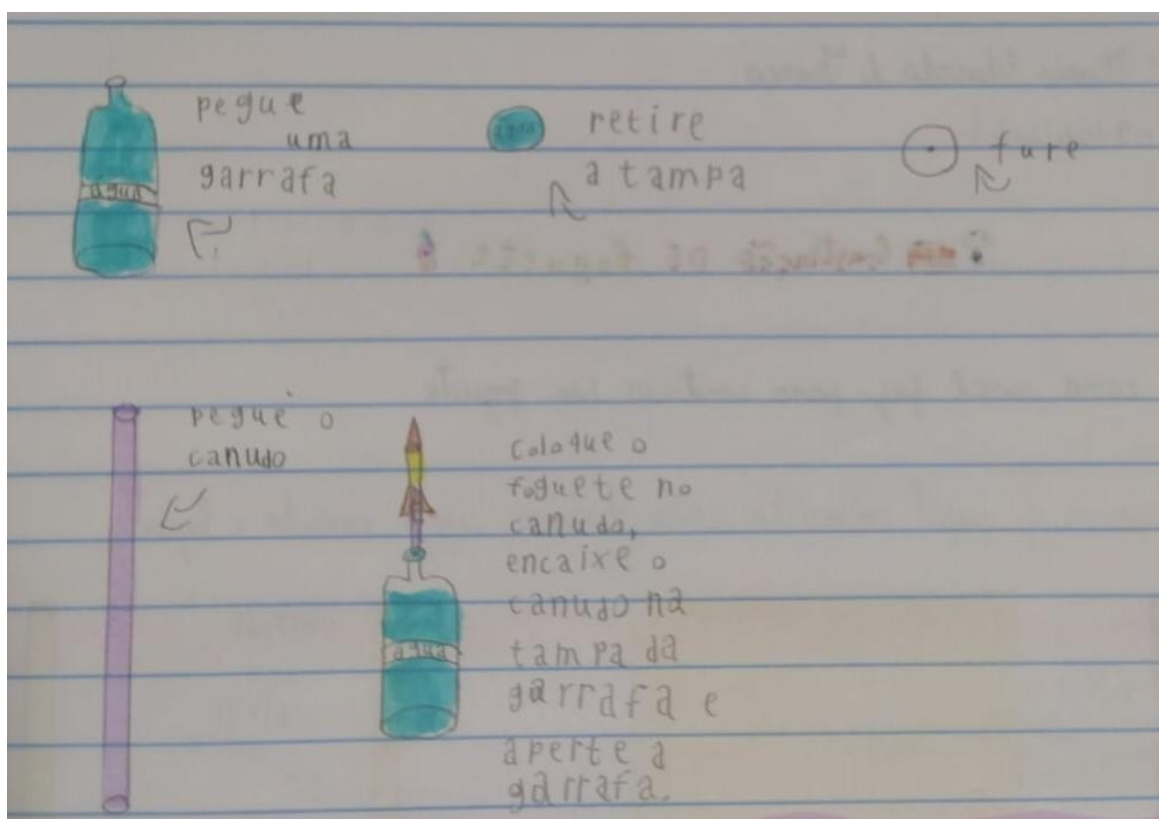
Nós precisamos de papel colorido, cola, tesoura, régua, canudo e lápis.



Partindo do relato de como os alunos descreveram a construção do foguete, utilizando conceitos matemáticos. Na figura a seguir temos a imagem de foguetes que os alunos construíram.



Com base no vídeo instrucional, os alunos descreveram como fariam para brincar com o foguete, explicando o que considerariam em seu lançamento. Por meio das regras apresentadas no vídeo, pudemos inferir que os alunos construíram algumas relações representadas a seguir. Os estudantes representaram a garrafa de 500ml, a tampa com o furo para o encaixe do canudo, o canudo e como estes deveriam se encaixar com o foguete para poderem lançá-lo na brincadeira.

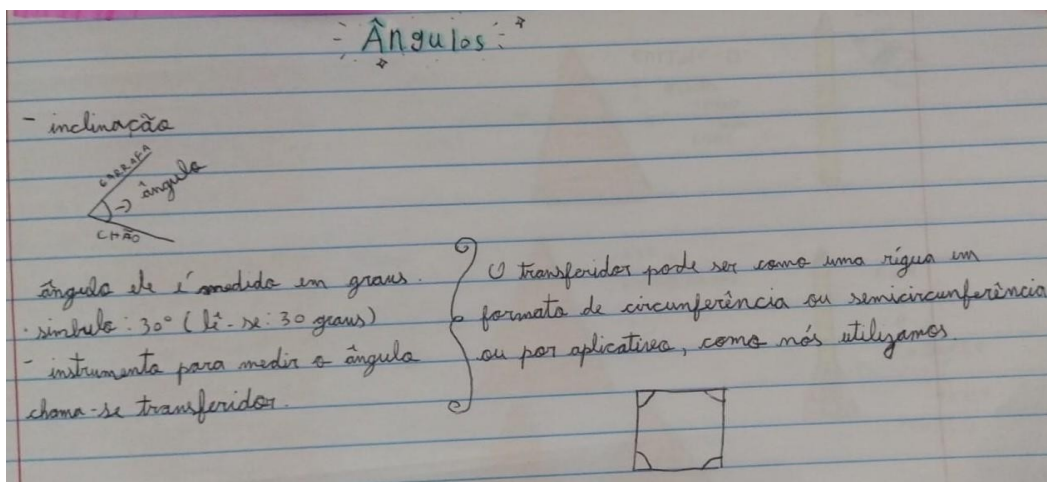


Na aula 2, com o brinquedo construído, os alunos foram até a quadra da escola para realizarem os lançamentos dos foguetes. Durante os lançamentos, os alunos foram questionados pela professora: **Qual a distância que o foguete atinge? Será que existe algo que podem fazer para ele ir mais longe?**

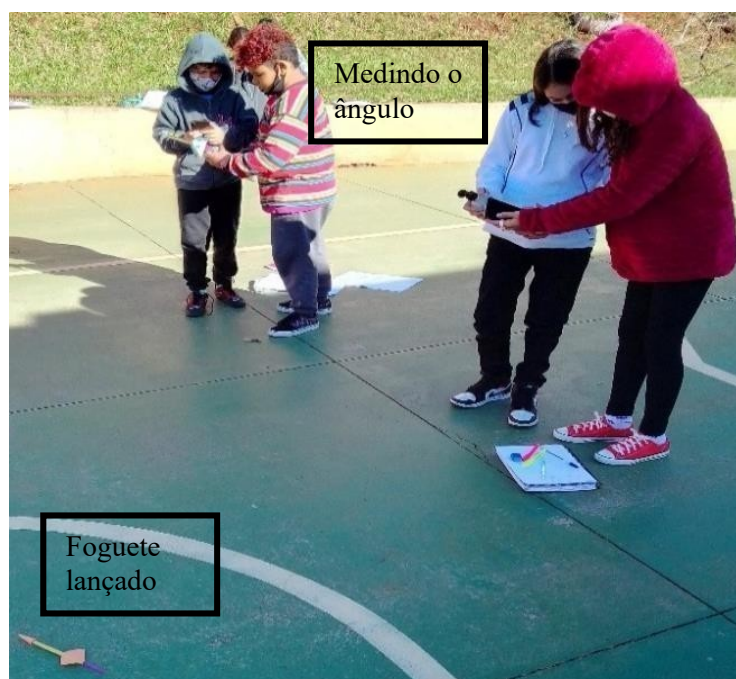
Antes das intervenções da professora, um aluno mostrou o procedimento que entendia ser necessário para que o seu foguete atingisse a maior distância: apertar com força a garrafa deixando-a na posição vertical, conforme imagem a seguir.



Na aula 3, os alunos juntamente com a professora, retornaram à sala de aula em que houve uma sistematização do conceito de ângulo. Podemos evidenciar a sistematização, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2021), na figura a seguir, onde os alunos registram em seus relatórios seus entendimentos sobre ângulo. Para este registro produziram signos para definir o objeto matemático ângulo. Inicialmente, como podemos evidenciar na figura, foi utilizada a palavra inclinação para definir o objeto matemático, depois foi construído o ângulo formado pelo encontro de duas semirretas e foi utilizado o símbolo de um semicírculo neste encontro



Os alunos, levando em consideração a explicação da professora com relação à inclinação da garrafa como um fator que daria impulsão para o foguete atingir uma maior distância na horizontal, realizaram experimentações na quadra da escola. Para isso, utilizaram o aplicativo PROACTOR<sup>1</sup> no telefone celular para medir o ângulo formado pela inclinação da garrafa que seguraram para lançar o foguete em relação ao chão. A pedido da professora, os alunos se organizaram e duplas, definiram três ângulos diferentes para lançarem o foguete e fizeram as medições das distâncias atingidas. Na imagem a seguir, os alunos estavam posicionando a garrafa nos ângulos que escolheram para lançar o foguete.



<sup>1</sup>Para fazer o download do aplicativo acesse o app google play, no celular, digitar PROACTOR e clicar em instalar.

Os alunos registraram as medidas que coletaram dos ângulos (em graus) e a distância (em metros) que o foguete atingiu, com auxílio de uma trena, conforme imagem a seguir. De acordo com estes registros obtiveram como solução para o problema que quando a garrafa está inclinada a 45 graus o foguete atingiu a distância de 2,10m, sendo a maior distância dos três ângulos medidos.

45 graus	2,10
70 graus	1,40
25 graus	1,70



Eu cheguei na conclusão que 45 graus é a medida certa.

Os alunos utilizaram uma organização em formato de lista e linguagem natural para registrar seus dados. Mas, na imagem anterior, o aluno utilizou o símbolo de graus em vez da palavra. Como são alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, ainda não apresentavam familiaridade com essa simbologia matemática para produzirem seus registros. É importante que o professor apresente a linguagem matemática aos alunos, para se familiarizarem e a utilizarem para os registros.

Na aula 4, para definirem qual a medida em graus da inclinação da garrafa para o foguete atingir a maior distância, a coleta de dados foi feita dentro da sala de aula, com todos os alunos e auxílio da professora, pois neste local não teríamos a interferência do vento. Nesta aula estamos na fase da validação. Para esta coleta de dados foi definido três ângulos:  $70^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $25^\circ$  que, ao lançar o foguete, atingiram as distâncias de 1,80m, 2,10m e 1,70m respectivamente, conforme aparece na imagem a seguir

Os alunos, com auxílio da professora, coletaram os dados e registraram no relatório, definindo que o ângulo de  $45^\circ$  seria o ângulo em que o foguete atingiu a maior distância. Para isso, os alunos novamente utilizaram o aplicativo PROTRACTOR, para medir os ângulos e a trena

para medir a distância que o foguete atingiu. Na transcrição também podemos evidenciar estes materiais sendo utilizados para medirem o ângulo e a distância que o foguete atingiu.



A fase de validação, leva o aluno a refletir e interpretar esses resultados, trazendo a matemática para a realidade do problema, dando um significado para estes números e símbolos matemáticos.

## 2.5 ATIVIDADE 5 – SLIME

No desenvolvimento desta atividade os alunos tiveram a oportunidade de aprender conceitos matemáticos de proporção e unidade de medida de massa, mas também conceitos físicos como a gravidade. Nesta atividade os alunos fizeram experiências com as misturas dos ingredientes para produzir o slime perfeito, por meio de combinações com quantidades de ingredientes diferentes os alunos definiram conceitos de proporção, média aritmética e unidades de medida de massa, ou seja por meio de uma experiência fizeram discussões e análises e puderam perceber como é um processo de criar determinado produto, no caso o slime perfeito.

### 2.5.1 Planejamento

<b>Temática:</b>	Slime
<b>Ano escolar:</b>	5º ano do Ensino Fundamental I (18 alunos)
<b>Tempo estimado para o desenvolvimento:</b>	4 aulas de 1h cada uma
<b>Conteúdo:</b>	proporção, quatro operações, unidade de medida de comprimento e massa.
<b>Materiais necessários:</b>	folha, lápis, borracha, cola, água boricada, bicarbonato de sódio, corante, balança, fita métrica.
<b>Objetivo geral:</b>	Definir e compreender conceito de proporção, média aritmética.
<b>Objetivos específicos:</b>	Trabalhar com medidas reais (coleta de dados); Investigar um problema em aberto; Trabalhar em grupo; Usar a matemática que os alunos dominam para alcançar os resultados (quatro operações, unidades de medida); Traçar hipóteses do problema (quantidade ideal de ingredientes para produzir slime); Discutir e analisar os resultados, fazendo a validação.
<b>Encaminhamento Metodológico</b>	

Situação- problema:

Qual a quantidade de ideal de ingredientes para que o slime fique bom para brincarmos?

**1ª aula:**

Inicialmente irei conversar com os alunos sobre o que eles conhecem de slime. Se já brincaram? Se alguém já fez? Após esta conversa inicial irei organiza-los em 4 grupos, onde cada grupo terá uma que produzir uma quantidade de slime. Cada grupo irá produzir um slime de cor diferente. Iremos definir os grupos pelas cores de seus slimes.

Na receita básica de slime temos os ingredientes, cola e água boricada. Os alunos de cada grupo receberão 200 ml de cola branca e uma quantidade diferente de água boricada por grupo. Essa quantidade de cola e água boricada será pesada na balança ao entregar para cada grupo.

Cada grupo irá anotar as quantidades que recebeu e fará seu experimento, para analisar a elasticidade que seu slime adquiriu.

Iremos colocar uma fita métrica na parede de forma que os alunos soltem o slime do início da fita e observem até que comprimento ele estica sem arrebentar.

**2ª aula:**

Além da unidade de medida de massa nas quantidades de ingredientes e medidas de comprimento na elasticidade, podemos definir o que é força da gravidade e como ela age.

Após está análise, a professora pedirá que os alunos construam um infográfico, por meio de um cartaz coletivo, onde cada grupo colocará o quanto seu slime esticou., ( seguindo esta proposta), onde cada aluno irá desenhar seu slime na cor do seu grupo esticando até o ponto máximo, iniciando do zero na parte superior, colocando as medidas.



Após isso, com auxílio da professora os alunos irão construir uma tabela em conjunto com as informações que obtiveram no grupo:

Grupo	Quantidade de água boricada	Quanto esticou sem romper
-------	-----------------------------	---------------------------

Grupo 1		
Grupo 2		
Grupo 3		
Grupo 4		

Obs.: Para preencher a tabela os alunos irão demonstrar esta elasticidade aos alunos dos outros grupos.

**3ª aula:**

Qual a quantidade de ideal de ingredientes para que o slime fique bom para brincarmos?

Os alunos, após a análise da tabela e manipulação dos slimes produzidos, responderão o questionamento acima, justificando suas escolhas.

**4ª aula:**

Validação: Nesta aula iremos seguir as proporções adequadas de ingredientes definidas pelos alunos para produzir o slime ideal para os alunos brincarem.

**Avaliação:**

A avaliação será contínua, de caráter formativo no desenvolvimento da proposta, onde os alunos serão avaliados durante todo o desenvolvimento da atividade e também nas gravações, essas darão suporte às informações que acontecerão nas aulas.

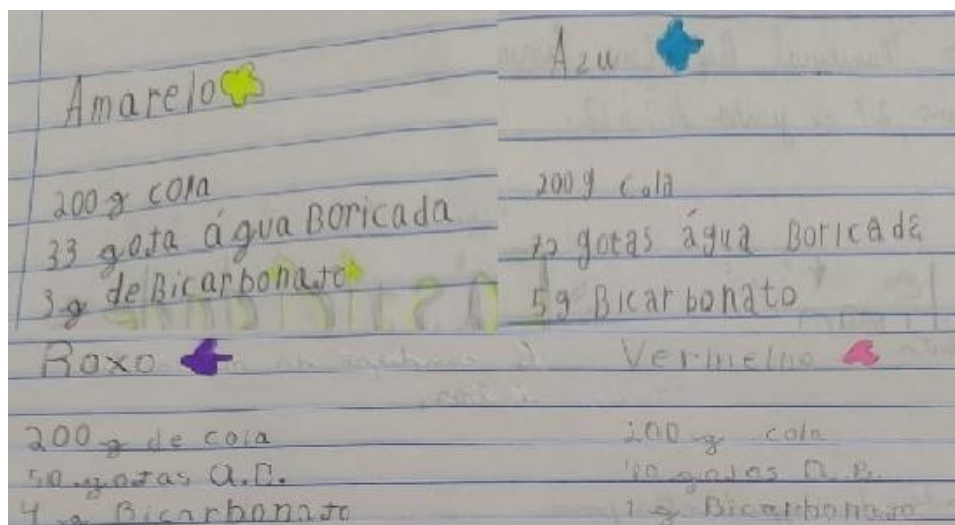
### 2.5.2 Desenvolvimento

A atividade foi desenvolvida em quatro grupos. No Quadro a seguir, apresentamos o planejamento da atividade organizado, fazendo inferências com as fases da modelagem matemática de acordo com Almeida e Vertuan (2014).

Aula	Ações	Fase(s)
1	Os alunos organizados em 4 grupos recebem os ingredientes para fazer seu <i>slime</i> .	Inteiração
2	Os alunos analisam a consistência do <i>slime</i> em relação a elasticidade.	Inteiração
3	Partindo das análises definimos qual a quantidade ideal dos ingredientes responsáveis pela elasticidade ideal do <i>slime</i> .	matematização, resolução e interpretação dos resultados
4	Produção da receita com a quantidade de ingredientes ideal para confirmar se, de fato, os ingredientes nesta proporção nos apresentam um <i>slime</i> com uma boa elasticidade.	Validação

Na aula 1, os alunos iniciaram a atividade com uma conversa geral sobre o *slime*: quem conhecia; se alguém já havia feito em casa; se eles estariam dispostos a produzir o *slime*, durante a aula para poderem brincar. Os alunos ficaram muito entusiasmados e foram organizados para a produção. Com isso, ocorreu a inteiração dos alunos com uma possível situação a ser investigada - produzir *slimes*.

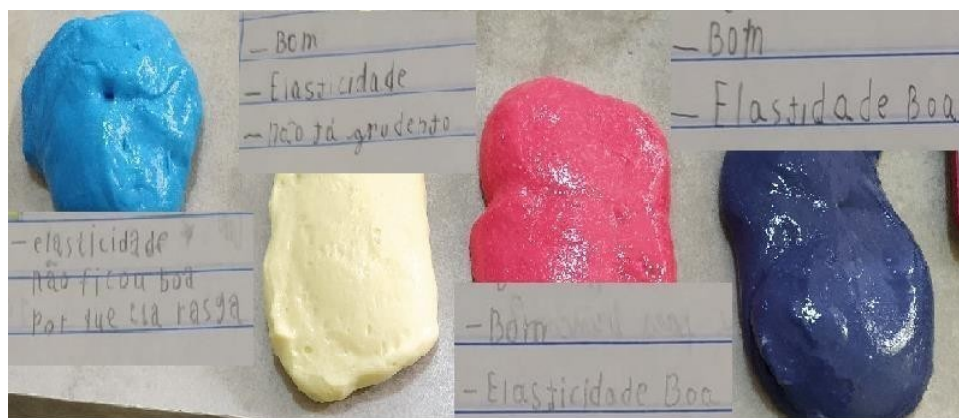
Cada grupo recebeu as quantidades dos ingredientes, conforme mostra a Figura a seguir. A quantidade de cola e corante foi igual para todos os grupos, 200g de cola e um potinhode tinta colorida. O que variou foi a quantidade de água boricada e bicarbonato de sódio. O objetivo da atividade foi analisar qual a quantidade de ingredientes produziria um “um *slime* perfeito”.



As quantidades de ingredientes foram aferidas com o auxílio de uma balança e um conta gotas. A professora adicionou água boricada e bicarbonato seguindo a receita para cada grupo. Ao receber o recipiente com os ingredientes, os alunos de cada grupo realizaram a mistura. Na imagem a seguir são apresentadas as ações realizadas.



Na aula 2, ainda em contato com o *slime* em produção, os alunos mantiveram uma interação com o fenômeno em estudo de modo a verificar a consistência e a elasticidade ideal para poderem manuseá-lo sem arrebentar. Na Figura a seguir são apresentados os registros em que os alunos fizeram uma primeira análise com o manuseio do *slime* em cada grupo e apresentado para os colegas dos outros grupos.



A análise foi realizada depois de os alunos observarem o *slime* ser solto em queda livre com o auxílio de uma fita métrica de 1,5m de comprimento fixada na parede. Os alunos, juntamente com a professora, observaram que o *slime* azul ficou duro e começou a quebrar, ou seja, sem elasticidade, pois ao atingir 97 cm em queda livre no tempo de 5 segundos, arrebitou. Os *slimes* vermelho, amarelo e roxo estavam mais elásticos, atingiram 1,5m em queda livre, nos tempos 4, 6 e 5 segundos respectivamente sem romper. Nestas condições, estes *slimes* estariam bons para manusear e brincar

Na imagem a seguir, é apresentado o comportamento experimentado pelos alunos quando eles deixaram os *slimes* soltos em queda livre. Por meio da força da gravidade, o *slime* azul não esticou tanto quanto os das outras cores, confrontando as hipóteses consideradas visualmente pelos alunos. Neste momento, outro objeto esteve presente na investigação - a força da gravidade - em que os alunos mobilizaram conhecimentos a respeito de conceitos de física.



Nesta aula os alunos estavam na fase de interpretação dos dados, de acordo com Almeida e Vertuan (2014), em que os alunos fazem inferências experimentais na análise, com questionamentos feitos pela professora.

Na aula 3, os alunos após análise e discussões definiram que os *slimes* amarelo, roxo e vermelho apresentaram uma consistência boa e para definir qual seria a quantidade ideal de água boricada e bicarbonato de sódio resolveram, juntamente com a professora, calcular a média utilizada desses ingredientes nos três grupos. O procedimento de considerar a média corresponde a uma simplificação do fenômeno. A **simplificação** é recorrente em atividades de modelagem de modo que seja possível investigar o fenômeno em estudo.

Os registros das operações são apresentados na imagem a seguir, em que os alunos utilizaram o objeto matemático média aritmética para encontrarem a quantidade ideal de bicarbonato de sódio (2,6g) e de água boricada (41 gotas) a serem utilizadas na receita do modelo de “*slime* perfeito”.

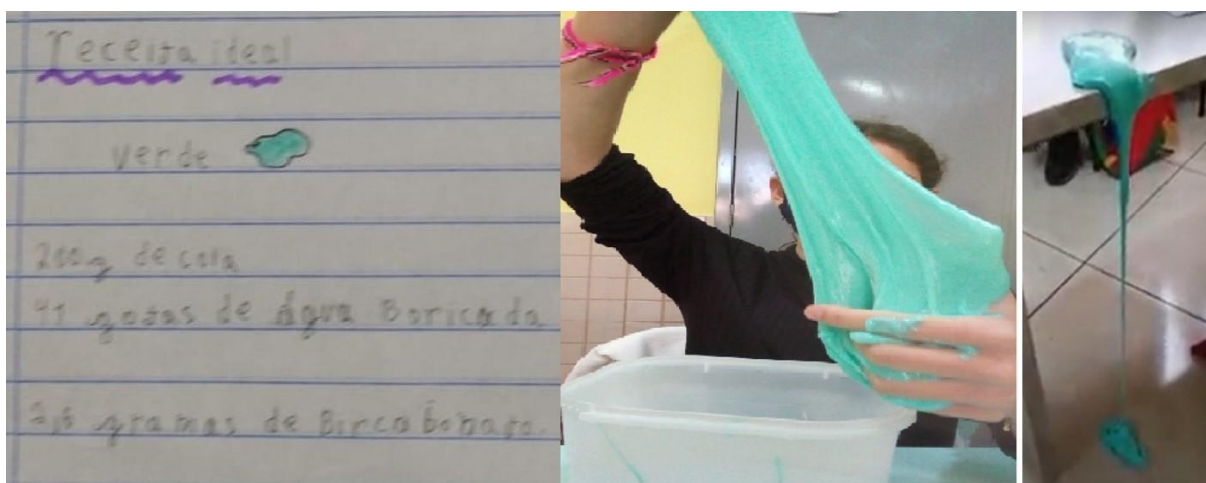
— Calcula a média da quantidade de gramas de bicarbonato de sódio das receitas que deram certo

$$\begin{array}{r} 3 \text{ gramas (amarelo)} \\ + 4 \text{ gramas (roxo)} \\ + 1 \text{ gramas (vermelha)} \\ \hline 8 \text{ L3} \\ - 6 \\ \hline 2,6 \text{ gramas de bicarbonato} \\ - 20 \\ - 10 \end{array}$$

Calcula a média das quantidades das gotas das receitas que eram certo

$$\begin{array}{r} 33 \text{ gotas (Amarelo)} \\ + 50 \text{ gotas (Roxo)} \\ + 40 \text{ gotas (Vermelho)} \\ \hline 123 \text{ L3} \\ - 12 \\ \hline 111 \\ - 70 \\ \hline 41 \text{ gotas de água boricada será ideal} \\ - 3 \\ \hline 38 \end{array}$$

Na aula 4, os alunos fizeram a validação (ALMEIDA; VERTUAN, 2014), em que confirmaram se o que foi analisado constituiu-se na receita ideal (situação real) para um *slime* com boa elasticidade. Para isso, consideraram os valores obtidos na matematização e resolução com as médias dos ingredientes e produziram um novo protótipo - um modelo físico para o *slime*. Apresentamos a receita do “*slime* perfeito” a partir das quantidades de ingredientes - *slime* verde.



Um aluno de cada grupo ajudou na produção do “*slime* perfeito” e, para verificar a elasticidade, utilizaram o mesmo procedimento de queda livre, conforme mostra a terceira foto da imagem acima. Ao observarem o comportamento do *slime* verde em queda livre, os alunos fazem algumas considerações, quando falam: *Aí, agora ele tá começando a engrossar*, fez inferência com os *slimes* anteriores que ao serem lançados em queda livre não se comportaram desta forma. Portanto, a ideia de arrebentar o *slime* fica mais distante, confirmando a elasticidade ideal para poder ser manuseado e brincarem com ele.

## 2.6 ATIVIDADE 6 - AGORA É VEZ DOS ALUNOS

Nesta atividade os alunos foram responsáveis por todas as fases de uma atividade de modelagem matemática. De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2021) esta atividade é classificada como uma atividade de terceiro momento, pois os alunos escolhem a temática, definem a situação problema, levantam as hipóteses, coletam os dados e resolvem a situação em questão. Depois fazem a validação, verificando se os resultados encontrados são coerentes como solução. Ao desenvolver esta atividade os alunos constroem conceitos importantes como responsabilidade, organização, saber falar e ouvir e autonomia, além dos conhecimentos matemáticos utilizados para resolver o problema.

### 2.6.1 Planejamento

<b>Temática:</b>	Atividade de Terceiro Momento
<b>Ano escolar:</b>	5º ano do Ensino Fundamental I (18 alunos)
<b>Tempo estimado para o desenvolvimento:</b>	4 aulas de 1h cada uma
<b>Conteúdo:</b>	quatro operações e medidas. (outros conteúdos que os alunos acharem pertinentes para o desenvolvimento das atividades)
<b>Materiais necessários:</b>	calculadora, fita métrica, caderno, lápis, borracha e folha de sulfite, cola e tesoura e outros materiais que os alunos julgarem necessários.
<b>Objetivo geral:</b>	Desenvolver uma atividade de modelagem matemática de forma responsável e autônoma.
<b>Objetivos específicos:</b>	Escolher uma brincadeira que o grupo de alunos achar mais pertinente. Brincar e a partir da brincadeira, analisar o que de matemática podemos aprender com essa brincadeira; Criar um questionamento e responde-lo utilizando a matemática para isso; Trabalhar em grupo.; Traçar hipóteses do problema;

	Discutir e analisar os resultados, fazendo a validação.
<p><b>Encaminhamento Metodológico</b></p> <p><b>1ª aula:</b></p> <p>Iremos organizar, os alunos em 6 grupos com três alunos em cada grupo. Cada grupo irá escolher uma brincadeira da lista que foi feita por eles no início do ano. Será disponibilizado um tempo para as crianças brincarem. Após isso eles irão criar uma questão, considerar as hipóteses pertinentes e discutir quais os conhecimentos matemáticos serão utilizados para responder esta questão.</p> <p><b>2ª aula e 3ª aula:</b></p> <p>Os alunos irão responder a questão que eles criaram. A professora estará auxiliando os grupos todo o momento, questionando e participando das discussões. Depois de responder a questão irão fazer a validação para ver se de fato o que responderam condiz com a situação inicial.</p> <p><b>4ª aula:</b></p> <p>Os alunos irão apresentar aos colegas o que desenvolveram no grupo.</p>	
<b>Avaliação:</b>	A avaliação será contínua, de caráter formativo no desenvolvimento da proposta, onde os alunos serão avaliados durante todo o desenvolvimento da atividade e também nas gravações, essas darão suporte às informações que acontecerão nas aulas.

## 2.6.2 Encaminhamentos

Os alunos definiram as brincadeiras partindo da lista que eles mesmos sugeriram em uma pesquisa que foi feita com a turma sobre as brincadeiras preferidas deles, conforme quadro a seguir.

ATIVIDADE DE TERCEIRO MOMENTO: Brincadeiras escolhidas pelos grupos de alunos	Questões elaboradas pelos alunos
MÃE DA RUA	Quantos passos temos que dar para atravessar a "rua"? Qual é o espaço que uma pessoa ocupa para brincar?
BAMBOLÊ	Qual é o ângulo que devemos utilizar para colocaro braço dentro do bambolê em movimento?
UNO	Se o baralho tem 52 cartas, quantas cartas 10 jogadores vão receber para iniciar o jogo?
QUEIMADA	Quantas boladas devemos dar para que o grupo adversário ganhe?
PING PONG	Qual a forma geométrica que nos vemos no jogo? Qual ângulo da raquete para bater a bolinha?
PIPA	Leonardo estava soltando pipa quando veio um forte vento e arrebentou a linha. Quais materiais serão necessários para fazer uma nova pipa? A nossa pipa tem uma forma geométrica chamada retângulo. Quantos dobras precisamos fazer para construir a pipa?

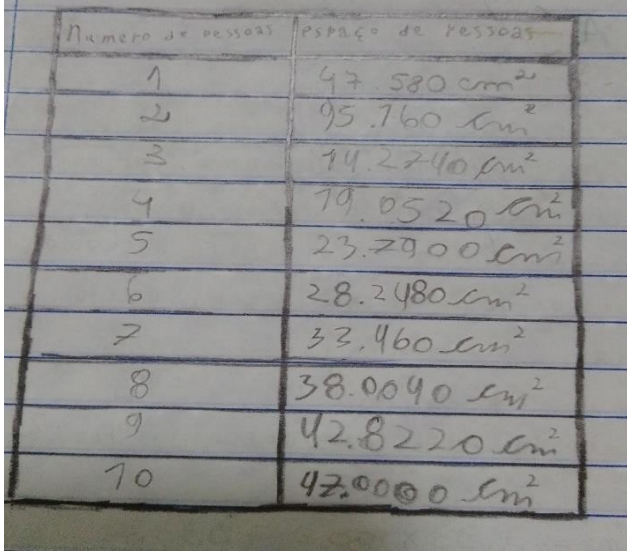
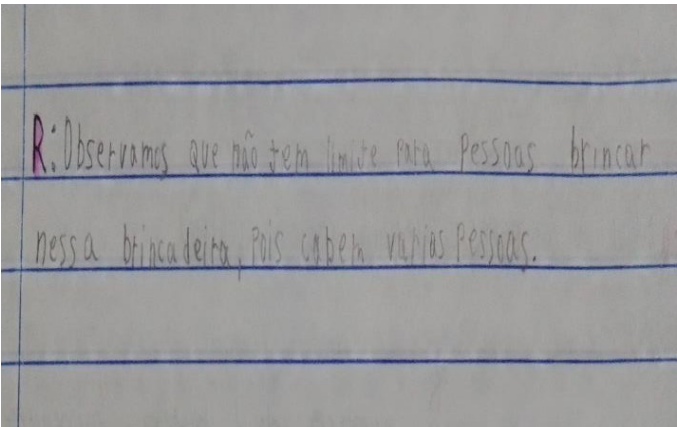
Na primeira aula, os alunos formaram os grupos, que foi de forma livre, foi definido apenas que fossem de três integrantes cada grupo. Neste momento escolheram a brincadeira que iriam utilizar como tema e definiram uma situação problema relacionada com a brincadeira e que iriam usar conteúdos matemáticos para responder. Podemos analisar o que cada grupo definiu no quadro a seguir.

ORGANIZAÇÃO DE CADA GRUPO NA AULA 1	INTEGRANTES
<p><b>MÃE DA RUA:</b> Inicialmente, as alunas vivenciaram a brincadeira para definir a situação-problema, com a mediação da professora. Por meio de questionamentos, definiram a situação-problema: <i>Quantos passos temos que dar para atravessar a “rua”? Qual é o espaço que uma pessoa ocupa para brincar?</i></p>	<p>E11, E12, E17</p>
<p><b>BAMBOLÊ:</b> O grupo da brincadeira <i>Bambolê</i>, solicitou um bambolê para brincar no pátio da escola e definir a situação-problema. A mediação da professora neste grupo foi feita com questionamentos para as alunas definirem a situação-problema: <i>Qual é o ângulo que devemos utilizar para colocar o braço dentro do bambolê em movimento?</i></p>	<p>E2, E3, E20</p>
<p><b>UNO:</b> A brincadeira <i>Uno</i> que solicitou as cartas do jogo, jogaram e leram as informações e regras fornecidas na embalagem para definirem a situação-problema. A mediação da professora levou os alunos a analisar a situação-problema definida: <i>Se o baralho tem 52 cartas, quantas cartas 10 jogadores vão receber para iniciar o jogo?</i></p>	<p>E4, E5, E18</p>
<p><b>QUEIMADA:</b> A brincadeira <i>Queimada</i>, não foi vivenciada de fato, porque não tem como jogar queimada com três jogadores. Porém, os alunos simularam, por meio de registros, o campo e os jogadores, para formular uma situação-problema e resolverem-na: <i>Quantas boladas devemos dar para que o grupo adversário ganhe?</i> A mediação da professora foi importante neste grupo, pois, além de discussões, interveio com algumas sugestões de resolução.</p>	<p>E5, E9, E15</p>
<p><b>PING PONG:</b> O grupo do <i>Ping-Pong</i> necessitou de algumas adaptações para poderem vivenciar a brincadeira. Como na escola não tinham raquetes de ping-pong, utilizaram raquetes de badminton e jogaram para formularem uma situação-problema e resolverem-na: <i>Qual a forma geométrica que vemos no jogo? Qual o ângulo da raquete para bater a bolinha?</i></p>	<p>E13, E1, E7</p>
<p><b>PIPA:</b> A brincadeira <i>Pipa</i>, foi articulada com os materiais que os alunos tinham disponíveis. Como não tinham varetas de bambu para construir a pipa foram orientados pela professora a pesquisarem como poderiam fazer uma pipa sem as varetas. Os alunos, com o auxílio do telefone celular, fizeram a pesquisa e construíram uma pipa para brincar, definindo a situação-problema: <i>Leonardo estava soltando pipa quando veio um forte vento e arrebitou a linha. Quais materiais serão necessários para fazer uma nova pipa? A nossa pipa tem uma forma geométrica chamada retângulo. Quantas dobras precisamos fazer para construir a pipa</i></p>	<p>E10, E16, E8</p>

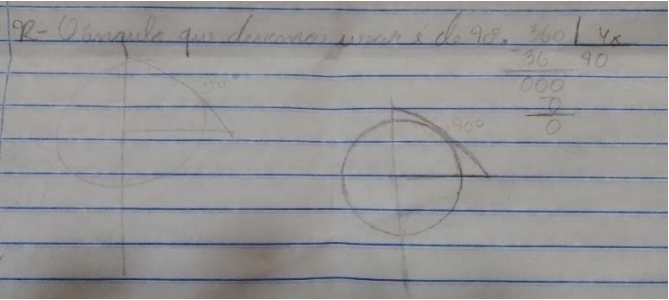
Nas aulas 2 e 3, os grupos se organizaram para responder para responder a questão que eles mesmos fizeram. Neste momento a professora está participando ativamente, passando

nos grupos e questionando como, porquê, estão desenvolvendo esta atividade. Apresentamos um breve relato do desenvolvimento de cada grupo nos quadros a seguir.

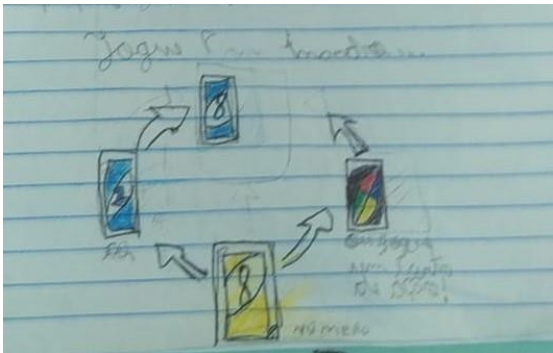

Brincadeira: Mãe da Rua		
Fases	O que fazer	Ações do grupo
Inteiração	Regras da brincadeira definidas pelos integrantes	Uma pessoa vai ser a “mãe”, ela vai falar uma cor e nós temos que olhar a nossa roupa para ver se temos a cor, se nós tivermos a cor atravessamos a rua ou o espaço desejado, se não tivermos, temos que atravessar sem ela nos pegar, se ela nos pegar saímos da brincadeira.
Inteiração	Questão elaborada	Quantos passos temos que dar para atravessar a “rua”? Qual é o espaço que uma pessoa ocupa para brincar?
Matematização e resolução do problema	Ações dos alunos	<p>- Para responder os questionamentos, fomos até a quadra da escola e definimos a distância como se fosse de um lado para o outro da rua;</p> <p>- Medimos a distância de 7,93m de um lado até o outro lado da rua;</p> <p>- Contamos quantos passos damos nesse espaço e concluímos que foram dados 8 passos para percorrer esse espaço, respondendo à primeira questão.</p> <p>- Para responder a segunda questão nós medimos o espaço que uma pessoa ocupa e definimos que ela ocupa 60 cm, assim conseguimos definir qual espaço uma pessoa ocupa</p> <p>- Após isso calculamos qual seria o espaço se mais crianças brincarem:</p>

		 <table border="1" data-bbox="778 197 1406 745"> <thead> <tr> <th>Número de pessoas</th> <th>Espaço de pessoas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>47.580 cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>2</td><td>95.760 cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>3</td><td>14.2740 cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>4</td><td>19.0520 cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>5</td><td>23.7900 cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>6</td><td>28.2480 cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>7</td><td>33.460 cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>8</td><td>38.0040 cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>9</td><td>42.8220 cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>10</td><td>47.0000 cm<sup>2</sup></td></tr> </tbody> </table>	Número de pessoas	Espaço de pessoas	1	47.580 cm <sup>2</sup>	2	95.760 cm <sup>2</sup>	3	14.2740 cm <sup>2</sup>	4	19.0520 cm <sup>2</sup>	5	23.7900 cm <sup>2</sup>	6	28.2480 cm <sup>2</sup>	7	33.460 cm <sup>2</sup>	8	38.0040 cm <sup>2</sup>	9	42.8220 cm <sup>2</sup>	10	47.0000 cm <sup>2</sup>
Número de pessoas	Espaço de pessoas																							
1	47.580 cm <sup>2</sup>																							
2	95.760 cm <sup>2</sup>																							
3	14.2740 cm <sup>2</sup>																							
4	19.0520 cm <sup>2</sup>																							
5	23.7900 cm <sup>2</sup>																							
6	28.2480 cm <sup>2</sup>																							
7	33.460 cm <sup>2</sup>																							
8	38.0040 cm <sup>2</sup>																							
9	42.8220 cm <sup>2</sup>																							
10	47.0000 cm <sup>2</sup>																							
<p>Verificação do resultado e validação</p>	<p>Conclusão do grupo</p>	 <p>R: Observamos que não tem limite para pessoas brincar nessa brincadeira, pois cabem várias pessoas.</p>																						

Os áudios e vídeos foram coletados pelos alunos. Este grupo se organizou e produziram vídeos, áudios e relatório para registrar as ações que desenvolveram na atividade.

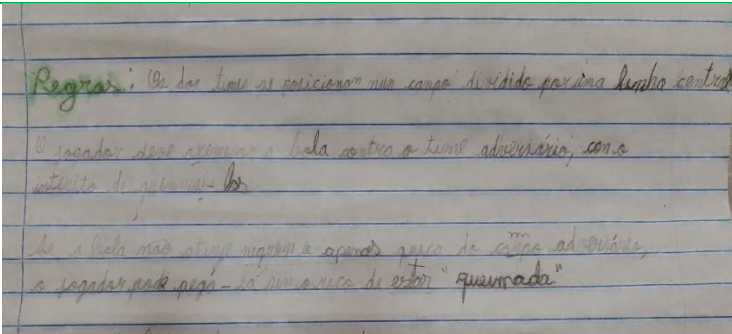
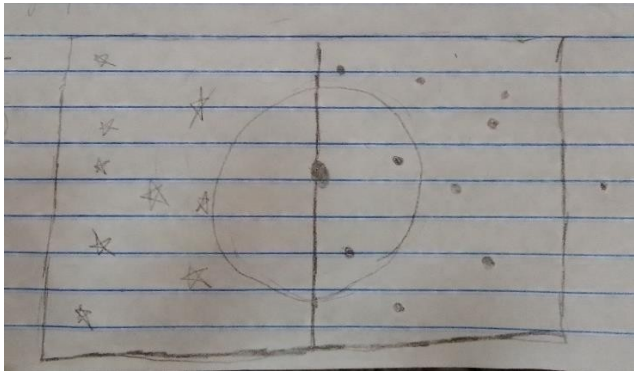
Brincadeira: Bambolê		
Fases	O que fazer	Ações do grupo
Inteiração	Regras da brincadeira definidas pelos integrantes	Para brincar com o bambolê temos algumas regras: - As crianças devem fazer uma roda, depois colocar o bambolê no braço de uma das crianças e ela] começar a rodar o bambolê, sem deixar ele cair e passar de uma criança para a outra pelo braço; - A brincadeira acaba quando o bambolê volta para a pessoa que começou.
Inteiração	Questão elaborada	Qual é o ângulo que devemos utilizar para colocar o braço dentro do bambolê em movimento?
Matematização e resolução do problema	Ações dos alunos	- Inicialmente brincaram com o bambolê na cintura e não conseguiram formular algum problema coerente com estes movimentos; - Com a intervenção da professora, por meio de questionamentos e discussões os alunos decidiram brincar com o bambolê passando de um braço para o outro; - Definiram as regras citadas acima; - Brincaram com o bambolê, girando-o no braço e passando para o outro braço; - Mediram a circunferência do bambolê que é de 2,23m; - Utilizaram o aplicativo PROCTOR (citado na atividade Foguete) para medir o ângulo formado pelo braço para conseguirem passar o bambolê para o outro braço, ou seja, definiram a posição para o braço;
Verificação do resultado e validação	Conclusão do grupo	(o ângulo que devemos usar é de 98.)  Representaram por meio deste desenho suas conclusões. Dividiram a volta completa por 4, mas no aplicativo encontraram o valor de 98°.

Nesta atividade os alunos, fizeram um relatório mais sucinto e as gravações de áudio e vídeo foram escassas, mas por meio de discussões foram expressadas as ideias que este grupo evidenciou no desenvolvimento da atividade.

Brincadeira: Uno		
Fases	O que fazer	Ações do grupo
Inteiração	Regras da brincadeira definidas pelos integrantes	<p>Regras:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Livre-se depressa de todas as suas cartas;</li> <li>- Use as cartas de ação contra seus adversários;</li> <li>- Quando você tiver apenas com uma carta e não se esqueça de gritar UNO;</li> <li>- Quantidade de jogadores: mínimo 2; máximo 10.</li> </ul> 
Inteiração	Questão elaborada	<p>Se o baralho tem 52 cartas, quantas cartas 10 jogadores vão receber para iniciar o jogo?</p> 
Matematização e resolução do problema	Ações dos alunos	<p>Os alunos construíram uma tabela relacionando a quantidade de cartas que cada jogador iria receber inicialmente, de forma que ficasse cartas para dar início ao jogo. Pois de acordo com as regras do jogo os alunos precisam ter cartas para “comprar” em um monte inicial.</p> <p>Distribuição das cartas por quantidade de jogadores</p>

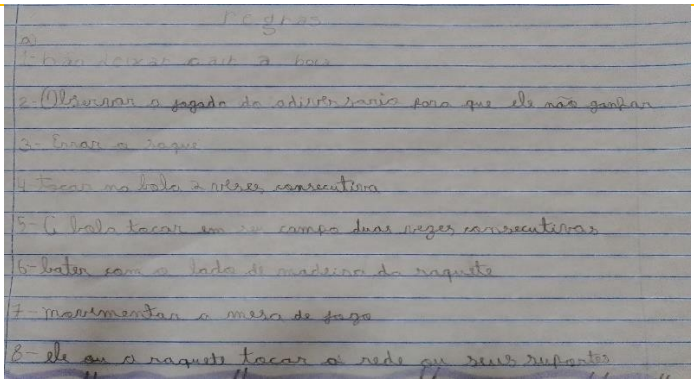
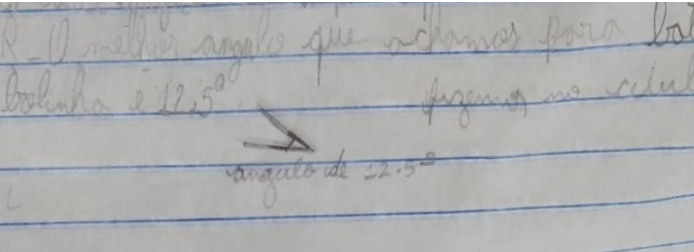
			quantidade de cartas	quantidade de pessoas	total de cartas entregues	
			7	2	14	
			7	3	21	
			7	4	28	
			5	5	30	
			5	6	30	
			4	7	28	
			4	8	32	
			4	9	36	
			4	10	40	
Verificação do resultado e validação	Conclusão do grupo	Chegamos a conclusão que 10 jogadores irão receber 4 cartas cada um para iniciar o jogo, porque se for menos cartas fica ruim para jogar e sobram 12 cartas para virar uma e ficar o monte para comprar.				


Nesta atividade, os alunos leram as informações da caixa do jogo para utilizarem como hipóteses para definir quais regras iriam seguir resolver o problema que fizeram. Jogaram uno seguindo as regras e partindo destas ações, por meio de análises e discussões resolveram o problema.

Brincadeira: Queimada		
Fases	O que fazer	Ações do grupo
Inteiração	Regras da brincadeira definidas pelos integrantes	 <p>Regras: Os dois times se posicionam num campo dividido por uma linha central. O jogador deve arremessar a bola contra o time adversário, com a intenção de queimar o time. Se a bola não atingir ninguém e apenas quicar no chão adversário, o jogador pode pega-la sem o risco de estar queimada.</p>
Inteiração	Questão elaborada	Quantas boladas devemos dar para que o grupo adversário ganhe?
Matematizarão e resolução do problema	Ações dos alunos	<p>Para responder essa questão, vamos levar em consideração os 18 alunos da nossa turma. Serão 9 jogadores para cada time. E cada jogador terá 3 vidas. (hipótese). Os alunos fizeram uma representação do campo, utilizando estrelinhas para definir um time e bolinhas para definir o outro time.</p>  <p>Analizando a situação para responder a questão: - time estrela: 9 jogadores com 3 vidas, totalizando 27 vidas. - time bolinhas: 9 jogadores com 3 vidas, totalizando 27 vidas. Para eliminar um time precisa ser dado no mínimo 27 boladas, mas sabemos que algumas não irão acertar no jogador. Temos</p>

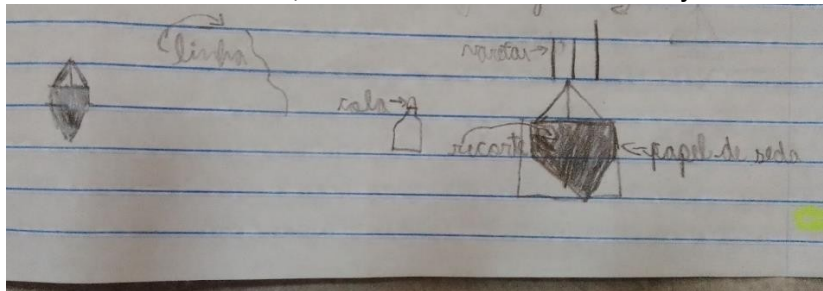

		<p>também a situação de o outro time ficar com a bola, quando um de seus jogadores é eliminado.</p> <p>Assim:</p> <p>1 bolada: jogador eliminado</p> <p>1 bolada: time adversário</p> <p>Por tanto, para eliminar um jogador precisam ser dadas no mínimo duas boladas.</p> <p>Esse processo irá se repetir 27 vezes, para que os 9 jogadores sejam eliminados com três vidas cada um.</p> <p><math>27 \times 2 = 54</math> boladas.</p>
Verificação do resultado e validação	Conclusão do grupo	Concluimos que no mínimo serão necessárias 54 boladas para eliminar um time.


Nesta atividade os alunos necessitaram da mediação do professor, desde o momento de formular a questão até a conclusão. A professora discutiu com os integrantes do grupo, fazendo questionamentos, pedindo que pesquisassem sobre a brincadeira e como poderiam formular uma questão que precisasse de conhecimentos matemáticos para ser respondida. Assim os alunos desenvolveram a atividade conforme o quadro acima.

Brincadeira: Ping-pong		
Fases	O que fazer	Ações do grupo
Inteiração	Regras da brincadeira definidas pelos integrantes	 <p>Regras:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 - Não deixar a bola cair no chão;</li> <li>2 - Observar a jogada do adversário para que ele não ganhe;</li> <li>3 - Errar o saque;</li> <li>4 - Tocar na bola 2 vezes consecutivas;</li> <li>5 - A bola tocar em seu campo duas vezes consecutivas;</li> <li>6 - Bater com o lado de madeira da raquete;</li> <li>7 - Movimentar a mesa do jogo;</li> <li>8 - Ele ou a raquete tocar a rede ou seus suportes.</li> </ol>
Inteiração	Questão elaborada	Qual a forma geométrica que nos vemos no jogo? Qual ângulo da raquete para bater a bolinha?
Matematização e resolução do problema	Ações dos alunos	<p>As formas que podemos observar são: esfera, retângulo, paralelepípedo e quadrados.</p> <p>Fomos lá fora jogar e medimos com o aplicativo do celular a posição angular da raquete, para ver qual ângulo seria perfeito para podermos jogar.</p> 

		 <p>Como na escola não tinha raquete nem a mesa de ping-pong os alunos utilizaram raquetes que estavam disponíveis no material de educação física, para simularem o jogo de ping-pong.</p>
<p><b>Verificação do resultado e validação</b></p>	<p><b>Conclusão do grupo</b></p>	<p>Podemos concluir que aprendemos mais sobre ângulo e reconhecemos as formas geométricas que estavam presentes na raquete e na bolinha.</p>

Nesta atividade os alunos adaptaram a raquete e simularam o jogo de ping-pong sem mesa, evidenciaram as formas geométricas nos materiais para jogar e analisaram o ângulo da raquete durante as jogadas. Os alunos se empenharam muito neste grupo. Tiveram a autonomia de buscar os materiais necessários, de pedir para irem jogar no pátio da sala, além de registrarem por meio de áudio, vídeos e fotos além do relatório os momentos de estudo e análise que fizeram.

Brincadeira: Pipa		
Fases	O que fazer	Ações do grupo
Inteiração	Regras da brincadeira definidas pelos integrantes	Regras para brincar: Soltar a pipa. Não soltar a pipa em dias de chuva ou relâmpagos; não usar linha cortante (cerol); usar luvas ao soltar pipa para não queimar as mãos; se a pipa enroscar não tente tirar.
Inteiração	Questão elaborada	Leonardo estava soltando pipa quando veio um forte vento e arreventou a linha. Quais materiais serão necessários para fazer uma nova pipa? A nossa pipa tem uma forma geométrica chamada retângulo. Quantos dobras precisamos fazer para construir a pipa?
Matematização e resolução do problema	Ações dos alunos	<p>Ele precisa de papel de seda e de três varetas do mesmo tamanho e uma maior, linha e cola e montará deste jeito.</p>  <p>Como na escola não havia o material para construir a pipa tradicional, os alunos pesquisaram na internet como fazer uma pipa com os materiais que dispunham na escola.</p>  <p style="text-align: center;">Pipa aberta                      Pipa fechada</p> <p>Para construir uma pipa do modo que fizemos vamos fazer 5 dobras.</p> <p>Construímos este modelo de pipa porque era o material que tínhamos disponível. Fizemos uma pesquisa na internet sobre como construir uma pipa. Encontramos esta pipa de forma retangular e achamos legal. E também porque a gente não tinha as varetas para montar o outro modelo que colocamos na primeira resposta.</p> <p>Em relação a quantidade de linha necessária os alunos fizeram uma análise medindo o espaço que utilizaram para brincar</p>

		<p>fazendo uma relação do tamanho deste espaço com o comprimento da linha que utilizam para brincar.</p>  <p>Eles mediram o comprimento do espaço e definiram o comprimento de linha necessária.</p> 
<p>Verificação do resultado e validação</p>	<p>Conclusão do grupo</p>	<p>Definiram os materiais necessários (cartolina com 5 dobras e 30 m de barbante) e mediram a quantidade de linha para poderem brincar no espaço apresentado na figura abaixo (pátio da escola).</p>



Nessa atividade os alunos apresentaram responsabilidade e autonomia em relação a organização dos materiais, buscar os materiais, pedir permissão para ir até o pátio da escola para poderem fazer suas análises e na gravação de suas ações no desenvolvimento da atividade. Durante as gravações os alunos prestaram atenção nas palavras que falavam, pois em alguns momentos os alunos falavam um para o outro para não utilizarem palavras inadequadas pois tudo estava sendo gravado.

Na aula 4, os alunos, com auxílio da professora montaram documentos no google apresentação para fazerem um seminário para a comunicação do desenvolvimento de suas atividades, visto que cada grupo escolheu uma brincadeira (tema) diferente.

Os alunos fizeram a comunicação aos colegas, com auxílio do data show, onde a professora ia passando os slides enquanto os alunos apresentavam o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática aos colegas. Este foi o primeiro seminário que os alunos participaram, mas se saíram bem. Neste momento os alunos, além de expressarem o que aprenderam com a atividade, estão vivenciando a oralidade, forma de se expressar, que é muito importante para o desenvolvimento da criança. Podemos observar este momento nas as imagens a seguir.



Ao desenvolver uma atividade de modelagem matemática de terceiro momento, além de possibilitar a construção de conhecimentos matemáticos e não matemáticos, também desenvolve não aluno a responsabilidade, autonomia, senso crítico e oralidade como forma de expressar suas ideias e opiniões.

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta fase dos alunos dos anos iniciais, as brincadeiras, são muito divertidas e atraem a atenção dos alunos. Portanto, brincar torna a atividade interessante! Aliar esse interesse com a construção de conceitos matemáticos, se torna fundamental para que os alunos vivenciem estes conceitos de forma a construir novos conhecimentos que podem ser matemáticos ou não. Vivenciar estas brincadeiras, fez com que nossos alunos vivenciassem os conteúdos que são apresentados no decorrer das atividades de modelagem matemática, tornando as aulas de matemática dinâmicas e interessantes, em que o aluno possa entender e gostar de aprender matemática.

A matemática, apresentada desta forma aos alunos, a torna mais próxima deles, fazendo-os refletir e entender os conteúdos matemáticos que estão presentes em seu cotidiano, que se for trabalhado de forma isolada não terá tanto sentido quanto trocar ideias com os colegas, produzir um brinquedo, brincar na quadra da escola, trazer a bicicleta, manipular o telefone celular, assistir filme comendo uma pipoquinha feita na sala pela professora.

Ao desenvolver uma atividade de modelagem matemática, o aluno, como protagonista no desenvolvimento da atividade, constrói seus conhecimentos com significados para sua vida, torna-se autônomo e responsável pela construção de seus conhecimentos, tendo o professor como mediador deste processo, para orientá-lo e questioná-lo, afim de instigar esse aluno a discutir e pesquisar novos conceitos a serem aprendidos. O professor orienta: AQUI TEM MATEMÁTICA!

A Matemática está em alguns brinquedos que produzimos e em algumas brincadeiras que realizamos, precisamos parar para encontrar essas relações!!! Atentamente, enquanto professores(as), podemos ouvir e olhar para o que os alunos dizem, gesticulam, escrevem, desenhem de modo a buscar analisar semioticamente cada signo que produzem, como fizemos na dissertação.

Assim, convidamos você a uma leitura da dissertação da pesquisa – *Modelagem Matemática Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma interpretação dos diagramas semióticos* – disponível no Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT).

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2021.

D'AMBROSIO, U. **Prefácio**. In: BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. São Paulo: Contexto, 2022. p. 5.

FERNANDES, A.; TORTOLA, E. Ludicidade em Atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental. In: ROSA, M.; NETO, V. F. Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Uberlândia. **Anais eletrônicos...** Brasília: SBEM, 2021. p. 2075-2089.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016

## **SOBRE AS AUTORAS**

Susane Cristina Pasa Pelaquim



Possui graduação em Licenciatura plena em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina –UEL (2003). Especialista em Orientação Supervisão e Gestão Escolar (2004), Educação de Jovens e Adultos (2020). Mestrado pelo Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) Câmpus Londrina/Cornélio Procópio. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias (GEPMIT). Membro da Sociedade Brasileira Educação Matemática – Regional Paraná – SBEM-PR (2022). Têm interesse em estudar assuntos da Educação Matemática e Modelagem Matemática.

[susipasa@gmail.com](mailto:susipasa@gmail.com)

<http://lattes.cnpq.br/7123821282823861>

**Karina Alessandra Pessoa da Silva**



Professora do Magistério Superior, Classe Associado, Nível 1, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina, atuando nos cursos de Engenharia e no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT). Graduada em Matemática (Licenciatura) pela Universidade Estadual de Londrina (2000). Especialista em Educação Matemática pela UEL (2007). Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL (2008). Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (2013). Tem experiência na área de Educação Matemática com ênfase em Ensino e Aprendizagem da Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Semiótica Peirceana, Registros de Representação Semiótica e Livro Didático. Faz parte do GRUPEMMAT - Grupo de Pesquisas sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática da UEL desde 2005. É uma das coordenadoras do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelagem, Investigação e Tecnologia (GEPMIT) / UTFPR. Trabalhou por 10 anos com preparação e elaboração de obras didáticas de Matemática e de Ciências Naturais do Ensino Fundamental. Membro da diretoria regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Paraná) (2013-2019). Coordenadora do GT 10 - Modelagem Matemática - da SBEM (2019-2021).

[karinapessoa@gmail.com](mailto:karinapessoa@gmail.com)

<http://lattes.cnpq.br/4960826662569812>