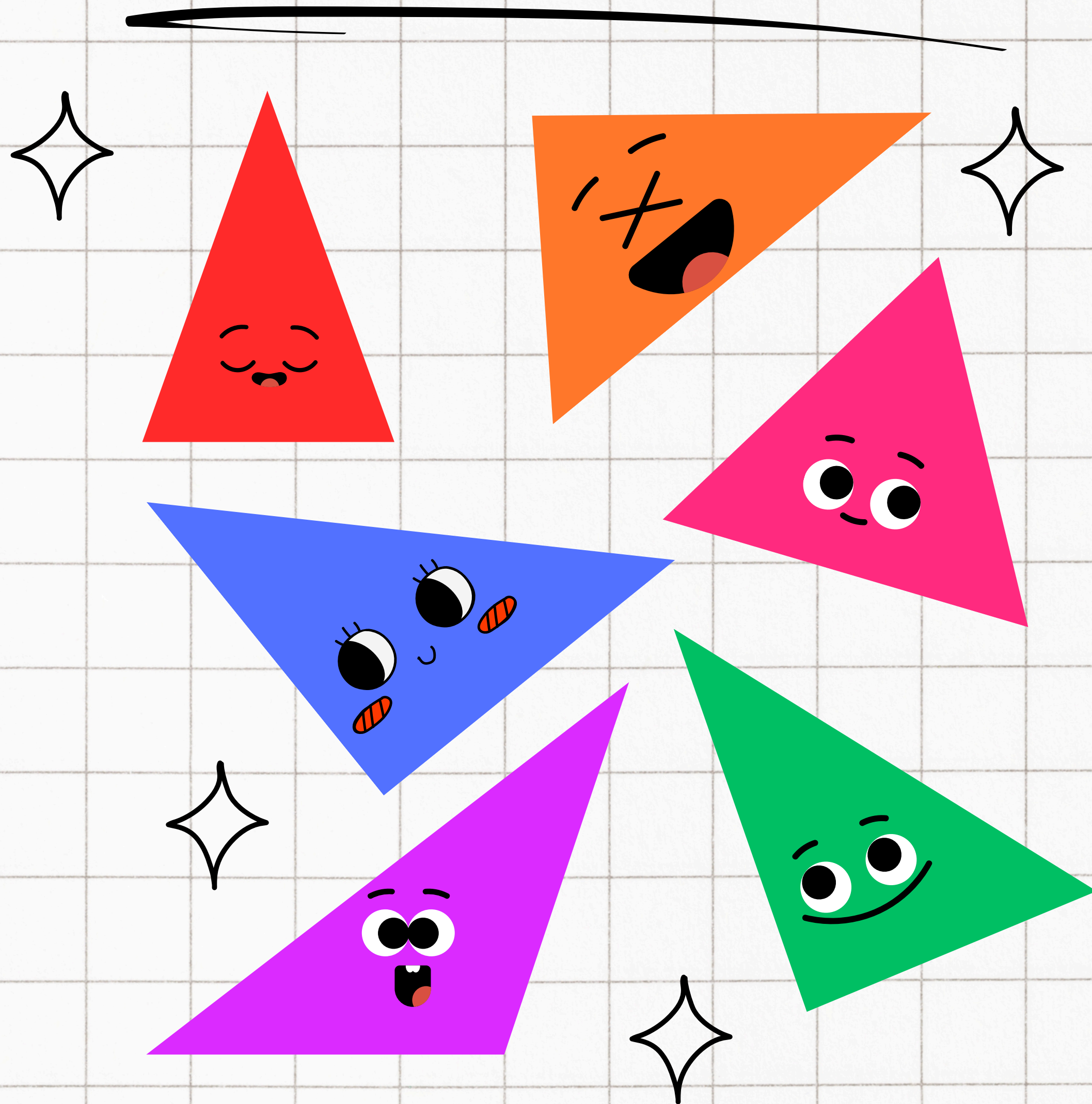


METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM- AVALIAÇÃO DE GEOMETRIA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS



GRAZIELLA FÁTIMA AMORIN NATALI MACHADO
ANDRESA MARIA JUSTULIN

LONDRINA
2025

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

**Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de
Geometria através da Resolução de Problemas**

**Methodology of Geometry Teaching-Learning-Evaluation
through Problem Solving**

GRAZIELLA FÁTIMA AMORIN NATALI MACHADO
ANDRESA MARIA JUSTULIN

LONDRINA
2025



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuem o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina



GRAZIELLA FATIMA AMORIN NATALI MACHADO

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ANÁLISE DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 09 de Maio de 2025

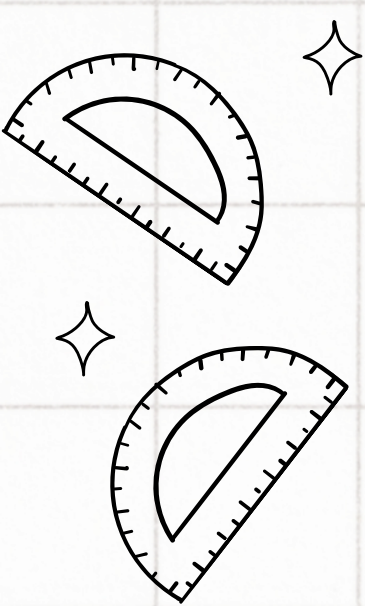
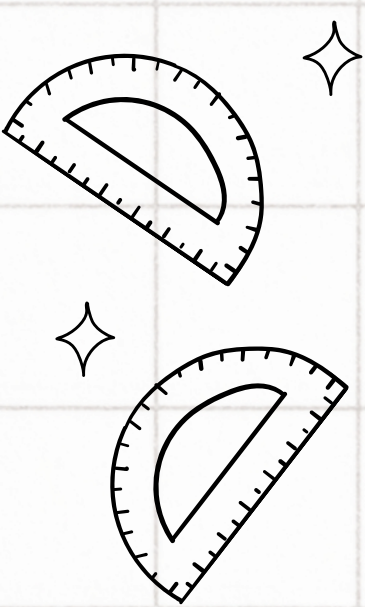
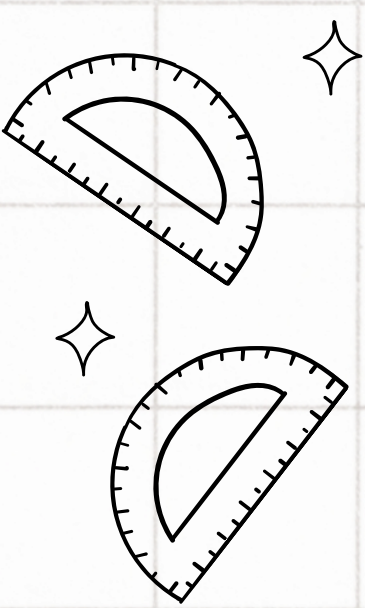
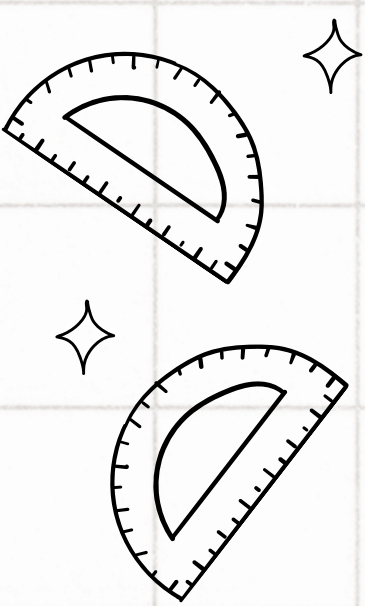
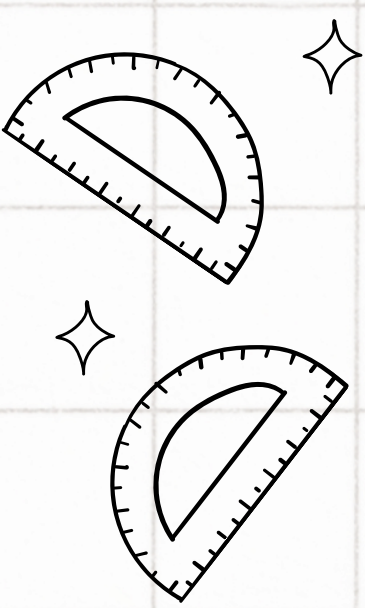
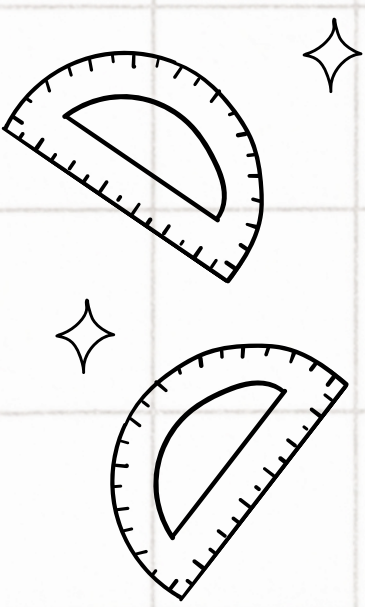
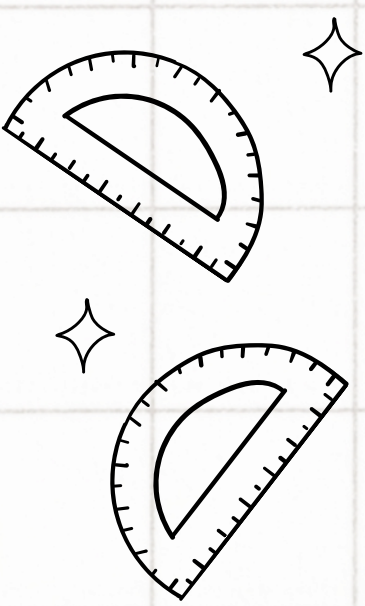

Andresa Maria Justulin, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Helenara Regina Sampaio Figueiredo, Doutorado - Universidade Norte do Paraná (Unopar)

Dra. Norma Suely Gomes Allevato, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 10/05/2025.

SUMÁRIO

	APRESENTAÇÃO	5
	GUIA	6
	GEOMETRIA	7
	PENSAMENTO GEOMÉTRICO	8
	A TEORIA DOS VAN HIELE	9
	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	10
	METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS (MEAAMARP)	11
	PROBLEMAS GERADORES	
	1. PROBLEMA DA MENINA LÔKA	13
	2. PROBLEMA DOS RETÂNGULOS SEMELHANTES E UM ESQUISITO	16
	3. PROBLEMA DA SEMELHANÇA ORGANIZADA	20
	4. UM INTRUSO ENTRE NÓS	24
	5. CONSTRUINDO SEMELHANÇAS	27
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	30
	REFERÊNCIAS	32



APRESENTAÇÃO

Olá, estimados colegas professores. Esperamos encontrar-lhes bem!

Este guia é uma produção de Graziella Fátima Amorin Natali Machado, professora da rede particular de ensino da cidade de Londrina/Pr e mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e Andresa Maria Justulin, professora doutora do Departamento de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Cornélio Procópio e orientadora deste trabalho. Sua elaboração está vinculada à pesquisa de mestrado profissional intitulada “Semelhança de Triângulos através da Resolução de Problemas: uma abordagem com alunos do 9º. ano do Ensino Fundamental”, defendida e aprovada em Abril de 2025.

Estamos felizes e entusiasmadas em partilhar experiências e conhecimentos com vocês!

No decorrer de nossas trajetórias acadêmicas e profissionais, destinamos parte do tempo à pesquisa e ao aprimoramento do ensino de Geometria. Ao longo de nossa vivência em sala de aula, enquanto professoras, experienciamos e constatamos a importância de uma abordagem dinâmica e globalizante no ensino do tema. A integração da Geometria com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas propiciou um aprofundamento na compreensão dos conceitos da Geometria, pelos alunos.

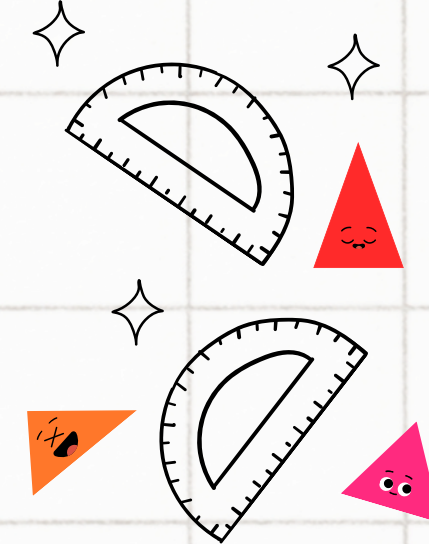
A escolha dos problemas geradores aqui apresentados e sugeridos para sala de aula está alinhada com os objetivos da pesquisa e de construir conhecimentos sobre semelhança de triângulos. Partimos da semelhança de figuras, passando por razão de semelhança e culminando na semelhança de triângulos e seus casos. Os problemas geradores foram pensados numa sequência, considerando os conhecimentos prévios dos alunos e com o intuito de provocar reflexão e cooperação, além do desenvolvimento de estratégias para resoluções e de aprendizagem de conteúdos de Geometria, associados à manipulação de materiais concretos.

É com muito entusiasmo que apresentamos este guia. Os problemas geradores aqui propostos foram pensados e validados considerando as necessidades identificadas na vivência de sala de aula. É nosso desejo que este Produto Educacional seja um material potente e que contribua para um aprendizado significativo dos estudantes.

Com carinho,

Graziella e Andresa

GUIA

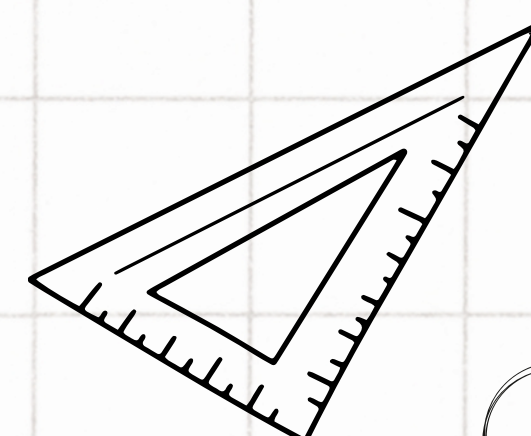


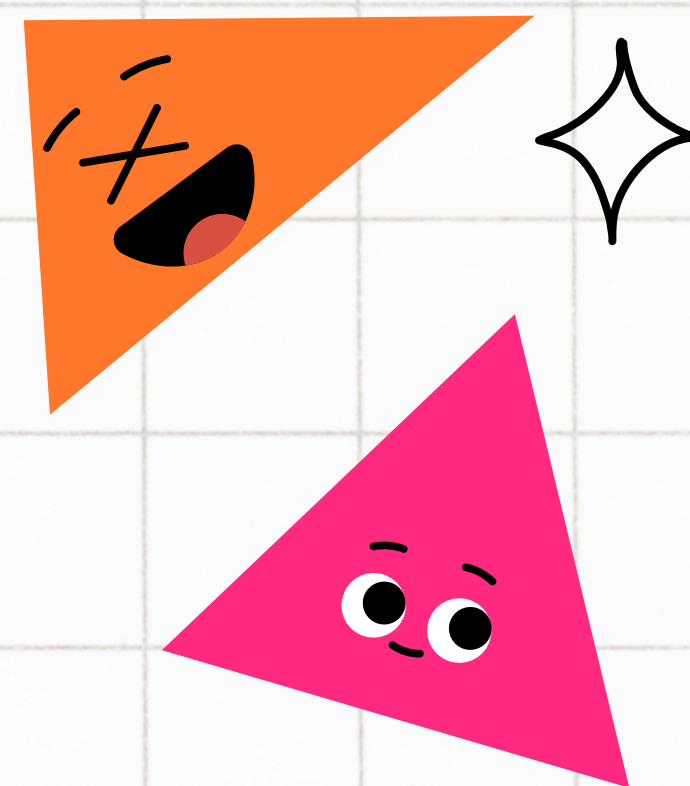
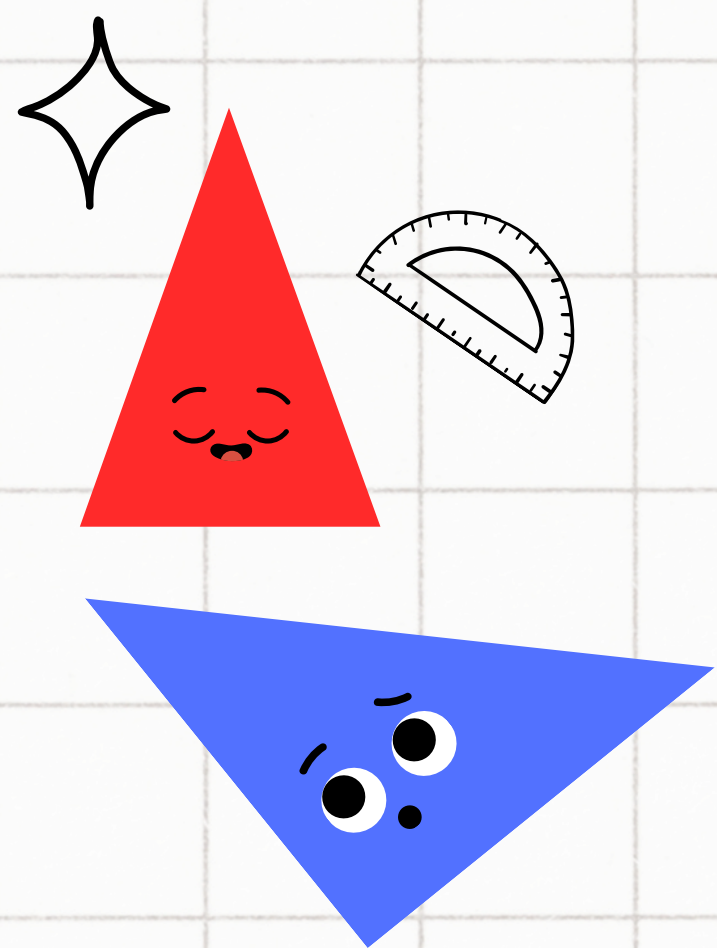
Cuidadosamente elaborado, este guia tem como objetivo proporcionar aos professores uma coletânea de problemas geradores com o intuito de formalizar a temática de Geometria - Semelhança de Triângulos a alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. O guia contém 5 problemas, que foram selecionados e elaborados trazendo conhecimentos sobre semelhança de triângulos, partindo da semelhança de figuras, passando por razão de semelhança e culminando na semelhança de triângulos e seus casos. Os problemas geradores foram pensados numa sequência, considerando os conhecimentos prévios dos alunos e com o intuito de provocar reflexão e cooperação, além do desenvolvimento de estratégias para resoluções e aprendizagem de conteúdos de Geometria, com a manipulação de materiais, tendo como abordagem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP).

É essencial que os professores, durante a aplicação da sequência de problemas, incentivem seus alunos à busca de estratégias e reflexão sobre suas escolhas, indo além de somente encontrar respostas. É importante que os estudantes sejam instigados a fazerem perguntas e a questionarem os resultados encontrados.

A conexão entre a MEAAMaRP e a Geometria emerge como uma alternativa promissora ao combinar a resolução de problemas com conteúdos a serem aprendidos pelos alunos, favorecendo um ambiente cooperativo e colaborativo, além de estimular a confiança, interesse e participação dos estudantes.

Este guia está estruturado de duas partes, sendo a primeira mais teórica, com abordagens sobre Geometria, Pensamento Geométrico, Resolução de Problemas e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. A segunda parte contém os problemas geradores com orientações “Para o Professor” realizar sua implementação em sala de aula. Nas referências há indicações de livros e outros trabalhos interessantes, de que os professores podem se valer para estudos e leituras de aprofundamento.



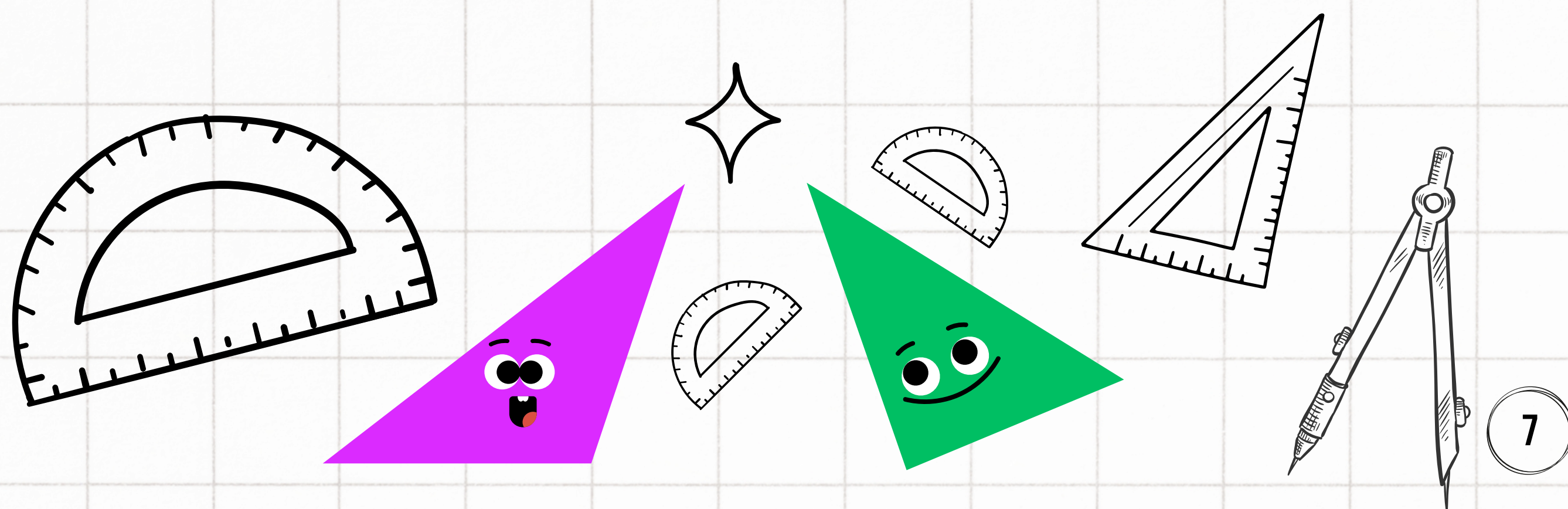


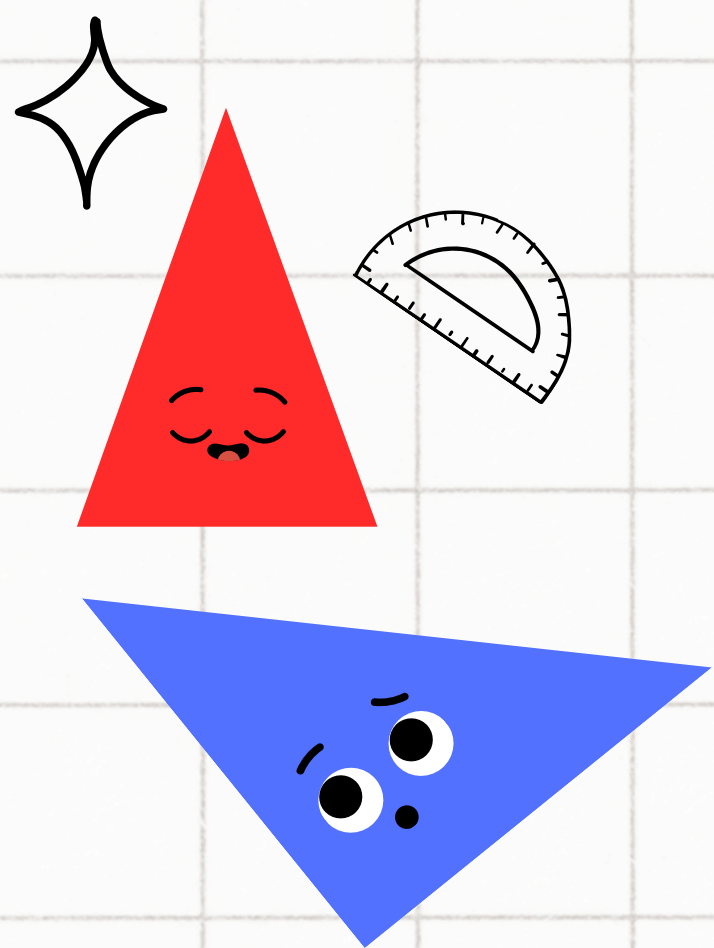
GEOMETRIA

A geometria sempre esteve ligada ao desenvolvimento das civilizações humanas. Povos como os babilônios, egípcios, chineses e árabes, assim como outras culturas antigas, se utilizavam de conceitos geométricos para enfrentar desafios práticos. Medir áreas de plantações, demarcar fronteiras territoriais e atender às demandas de arquitetura e engenharia foram apenas algumas das aplicações fundamentais que impulsionaram o avanço desse campo (Boyer, 1974).

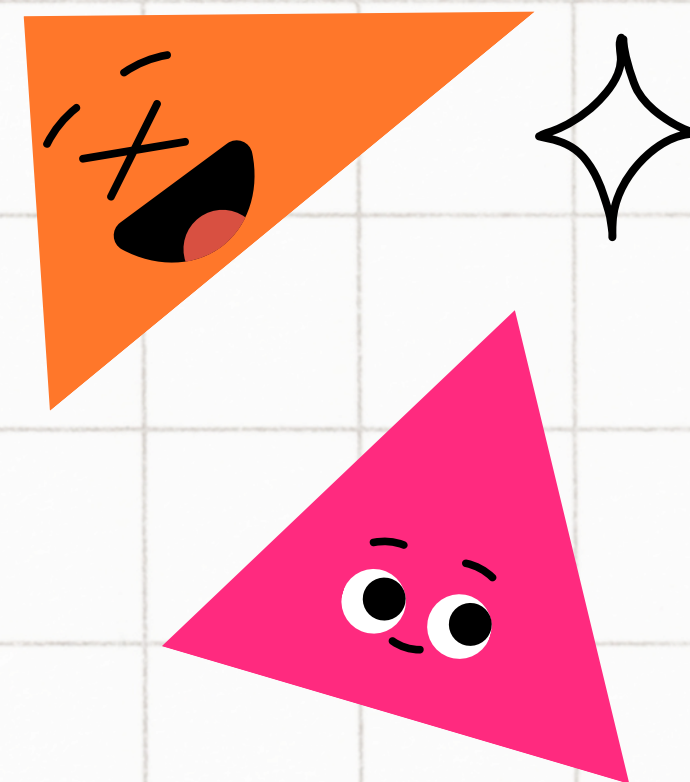
Eves (2011) apresenta a geometria em diversas civilizações como a babilônica, a egípcia, a grega, a chinesa, a hindu e a árabe, destacando seus feitos e contribuições para o desenvolvimento da geometria ao longo dos séculos. Com uma tabela cronológica, (Eves, 2011) indica que o primeiro registro de arte geométrica foi datado de aproximadamente 25000 anos a.C. e traz outras datas e matemáticos importantes como Tales de Mileto e a geometria demonstrativa (600 a.C.), Pitágoras (540 a.C.), Hipócrates e Anaxágoras (440 a.C.), Fibonacci (1202 d.C), Leonardo da Vinci (1500), entre outros.

Em especial, aborda a obra “Os Elementos”, de Euclides e segundo Eves (2011) pouco se sabe sobre a vida daquele que parece ter sido o fundador (e professor) da escola de Matemática de Alexandria. Do mesmo modo, é desconhecida sua origem e a data de nascimento, tendo sua provável formação na escola platônica de Atenas. A fama de Euclides se dá pela obra “Os Elementos”, apesar de ele ter escrito outros trabalhos.





PENSAMENTO GEOMÉTRICO

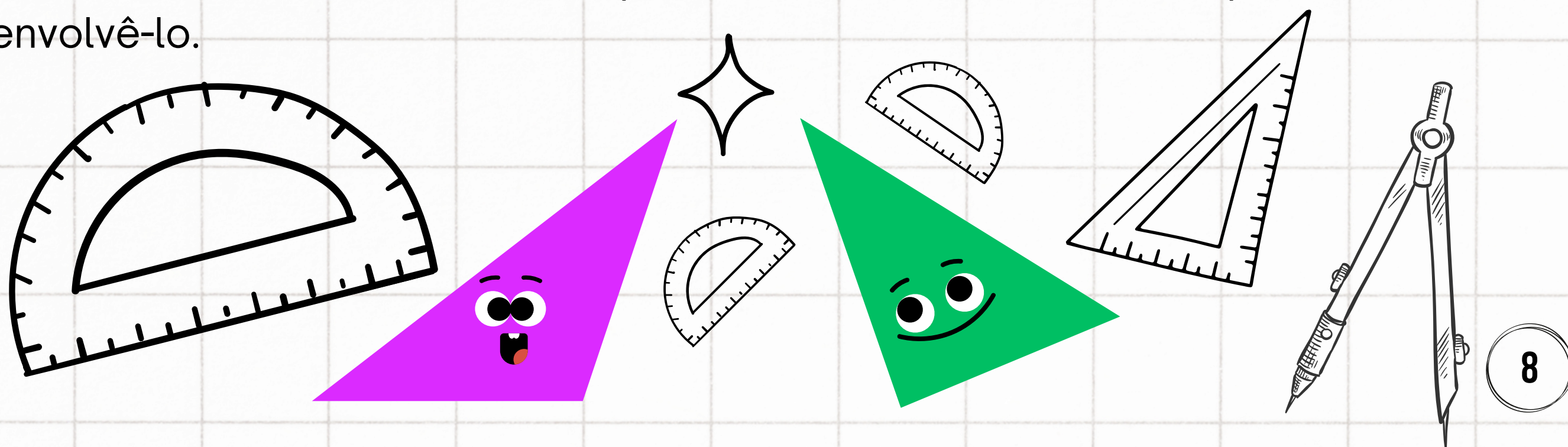


É importante observar os objetivos da geometria a partir de dois referenciais: (1) o raciocínio espacial ou senso espacial, que é forma como o aluno entende as formas e os espaços; e (2) o conteúdo específico, que seriam os tópicos trabalhados nas aulas, como, por exemplo: quadriláteros, triângulos, simetria etc. (Van de Walle, 2009).

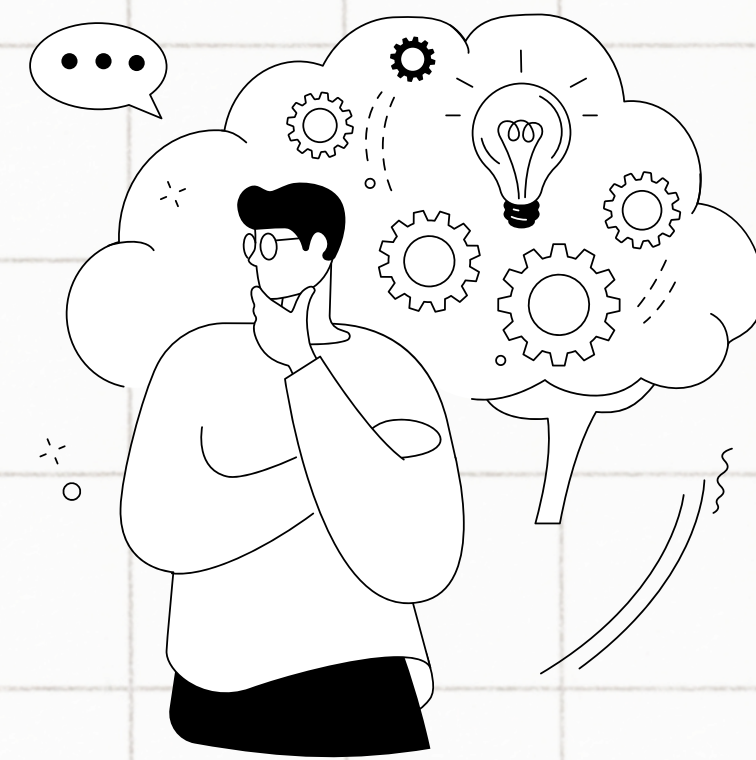
O primeiro referencial mencionado, o senso espacial, “pode ser definido como uma intuição, ou uma sensibilidade, sobre formas e as relações entre formas” (Van de Walle, 2009, p. 439). Assim, o indivíduo que possui senso espacial tem “habilidade para visualizar mentalmente objetos e relações espaciais – para girar e virar as coisas em sua mente” (Van de Walle, 2009, p. 439), percebe as formas geométricas à sua volta e se utiliza de ideias geométricas para discorrer sobre o ambiente em que vive. Para o desenvolvimento do senso espacial ou raciocínio espacial, segundo o autor, são necessárias experiências ricas e interessantes.

Sobre o conteúdo específico (geométrico), o autor traz quatro objetivos que podem ser categorizados com os temas: formas e propriedades (estudo das propriedades das formas), transformação (isometrias e semelhança), localização (coordenadas no plano e no espaço) e visualização (identificação de formas no ambiente e desenhos em diferentes perspectivas). Para ele, esses temas são relevantes pois percorrem “transversalmente as séries de modo que professores e planejadores curriculares possam examinar o seu desenvolvimento anualmente” (Van de Walle, 2009, p. 439).

Em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico, o autor salienta que “nem todas as pessoas pensam sobre as ideias geométricas da mesma maneira” (Van de Walle, 2009, p. 439), mas todos têm capacidade de desenvolvê-lo.



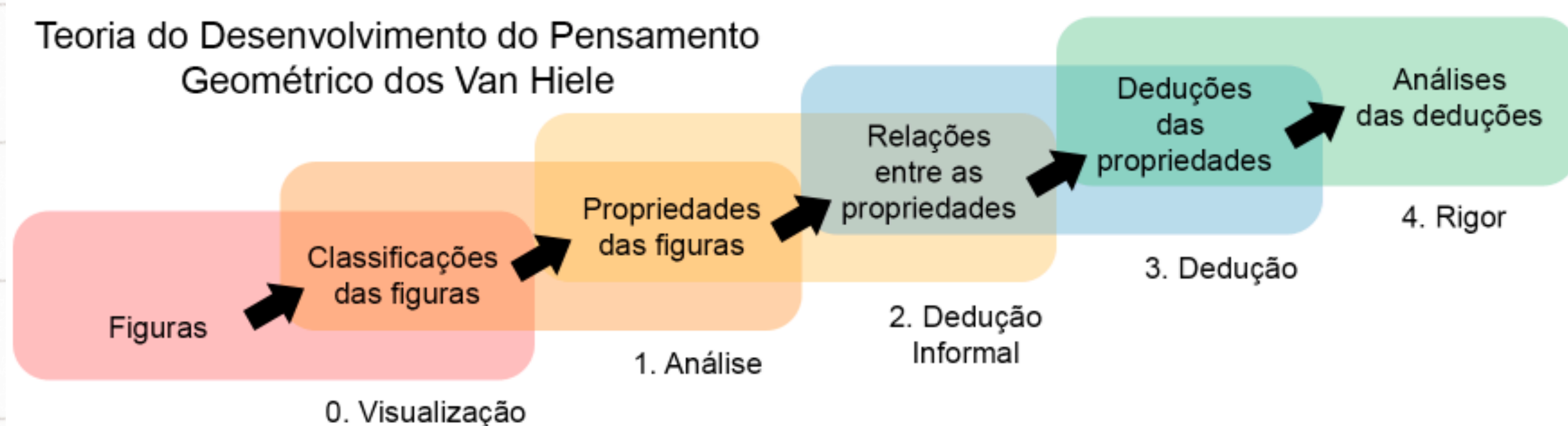
A TEORIA DOS VAN HIELE



A pesquisa do casal holandês Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Gedolf trata das diferenças no Pensamento Geométrico e os classifica em níveis, e constituindo o chamado modelo de Van Hiele do Pensamento Geométrico.

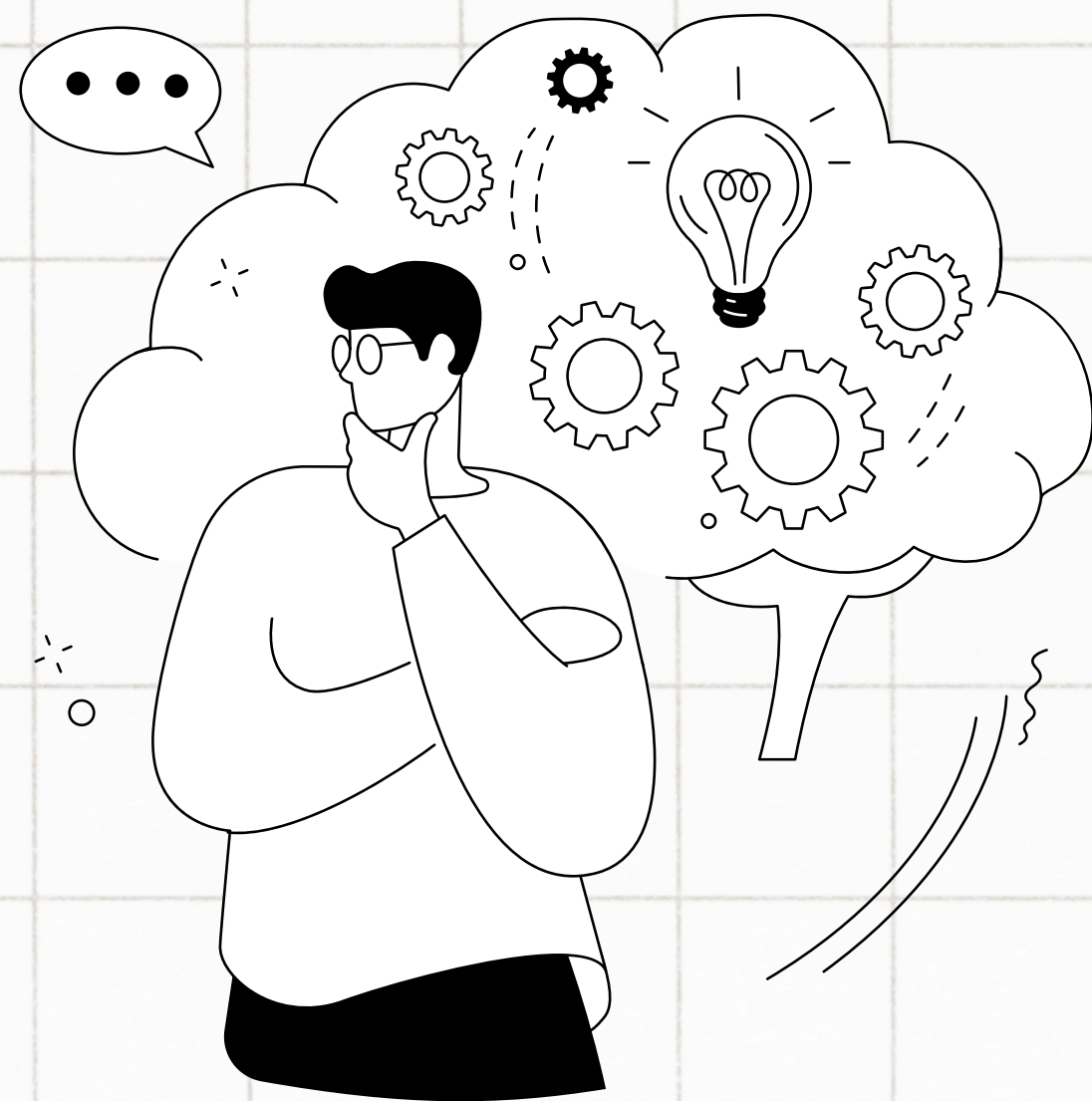
Esse modelo oferece uma estrutura teórica para entender o desenvolvimento do Pensamento Geométrico e possui cinco níveis, que descrevem os “processos de pensamento usados em contextos geométricos” (Van de Walle, 2009, p. 440). São eles: visualização, análise, dedução informal, dedução e rigor.

No nível 0, a visualização, os alunos são capazes de reconhecer e nomear figuras geométricas com base em suas características visuais evidentes. No nível 1, a análise, conseguem identificar e descrever propriedades gerais que definem uma classe de formas, como retângulos, quadrados e paralelogramos. Já no nível 2, a dedução informal, os estudantes desenvolvem a habilidade de pensar sobre essas propriedades em termos de relações e inferências lógicas. Por exemplo, eles podem fazer afirmações como: “Se todos os quatro ângulos são retos, então a forma deve ser um retângulo”. No nível 3, a dedução, os alunos começam a formular e testar conjecturas sobre as relações entre essas propriedades. Eles se perguntam se essas conjecturas são verdadeiras e, ao iniciar a análise de argumentos informais, começam a desenvolver uma estrutura lógica completa que inclui axiomas, definições, teoremas, corolários e postulados. E por fim, no nível, 4, o rigor, os estudantes revelam uma apreciação das distinções entre vários sistemas axiomáticos e suas respectivas relações, onde não apenas compreendem um sistema geométrico isoladamente, mas também comparam e contrastam múltiplos sistemas, reconhecendo suas semelhanças e diferenças (Van de Walle, 2009).



Fonte: Adaptado de Van de Walle (2009).

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS



Ao buscar uma definição para problema, pode-se notar que não há uma única, mas há um consenso sobre envolver um desafio ou algo que o indivíduo não saiba fazer de imediato. Nesta pesquisa será adotada a seguinte definição: “problema é tudo o que não se sabe fazer, mas há o interesse em fazer” (Onuchic, 1999, p. 81).

Um problema é diferente de um exercício pois esse último se caracteriza por possuir mecanismos que nos levam à resolução de forma imediata, automatizada. Partindo disso, o que é um problema para um aluno pode ser, para outro, um exercício. (Echeverría, Pozo, 1998)

Para Polya (1945), um problema é compreendido como uma situação que envolve uma dificuldade a ser superada, um obstáculo a ser enfrentado ou uma pergunta a ser respondida. Ele enfatizou que os problemas não estão apenas presentes na Matemática, mas em muitas áreas da vida e no pensamento. O autor apresenta um método geral para resolver problemas, dividindo-o em quatro etapas principais: compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano e avaliar a solução.

Schroeder e Lester (1989), após análises de pesquisas e práticas docentes, elencaram três formas de utilizar a resolução de problemas: ensinar sobre a resolução de problemas (a forma de Polya), ensinar para a resolução de problemas (ensinar o conteúdo para que se resolvam problemas), e a que será abordada neste Produto Educacional, que é ensinar Matemática através da Resolução de Problemas, em que se lança um problema gerador (problema que “visa a construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento” (Allevato; Onuchic, 2014, p. 45). Onuchic considera essa forma de trabalho com a Resolução de Problemas como uma metodologia ou abordagem de ensino.

METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS (MEAAMARP)



Allevato e Onuchic (2021) entendem a expressão “através” como “ao longo” e “no decurso”, onde a Matemática e a Resolução de Problemas são consideradas de forma igualitária e são construídas ao mesmo tempo e de forma contínua.

Em relação ao uso da Resolução de Problemas no ensino de Matemática, Onuchic e Allevato (2011) afirmam que se pode pensar em ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática como aspectos distintos, que podem ocorrer, ou não, em concomitância e que não são, necessariamente, consequências entre si. Porém, as autoras ressaltam que, no século XX, passou-se a tratar o ensino e a aprendizagem como ações que ocorrem simultaneamente. E a avaliação passou a ter um novo olhar nos ambientes de ensino, em que “passou a ser incorporada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 80). Então, as autoras adotam a palavra ensino-aprendizagem-avaliação, e apresentam uma sugestão de roteiro para colocar em prática a abordagem conhecida por Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, composta por 10 (dez) etapas:



ETAPAS (MEAMARP)

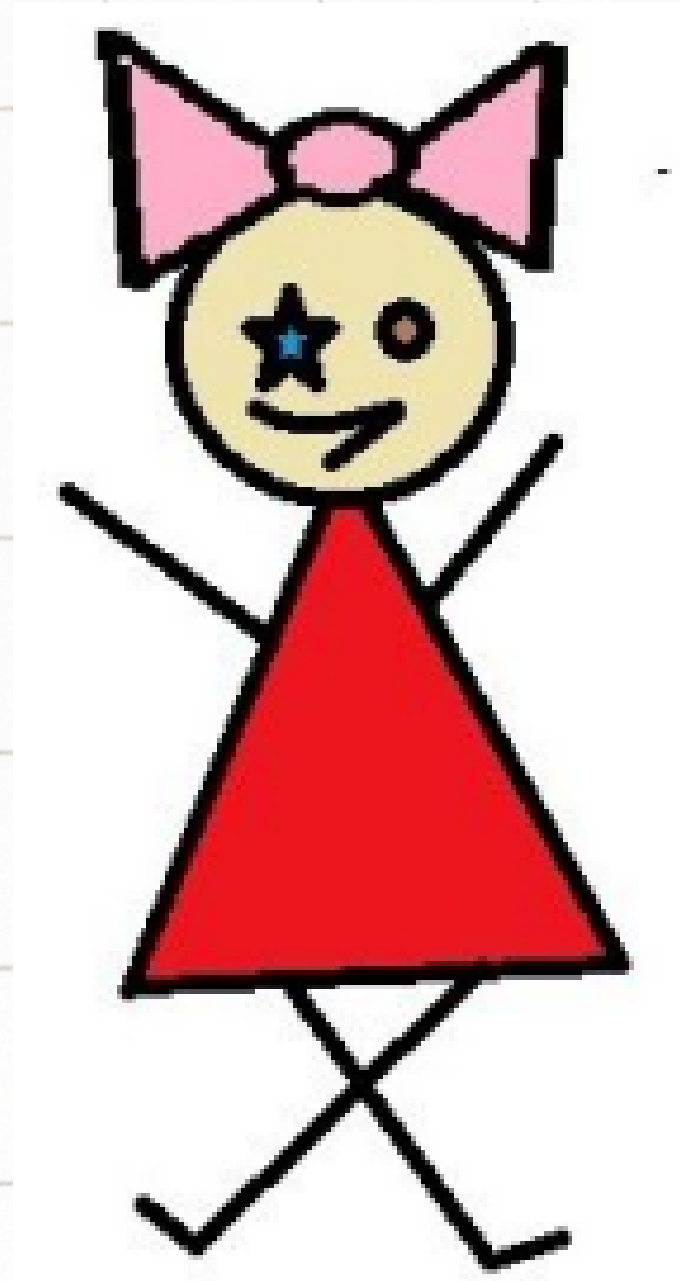
Esclarecemos, brevemente, a seguir, cada uma das etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021) para a implementação da metodologia:

- 1) **Proposição do problema:** o professor elege ou desenvolve um problema e o apresenta aos alunos (também é possível aceitar um problema trazido pelos próprios alunos). Tal problema pode ser definido como problema gerador, pois seu intuito é constituir um novo conteúdo (Allevato; Onuchic, 2021), e, após esse momento, o roteiro é desenvolvido no decorrer da aula;
- 2) **Leitura individual** pelo aluno, que tem a possibilidade de refletir e compreender o problema apresentado. Em seguida, grupos são formados;
- 3) **Leitura em conjunto** é realizada, mas agora, em grupos, e, com a ajuda do professor, compreendem melhor o problema;
- 4) **Resolução do problema** sendo utilizados diferentes caminhos ou estratégias pelos alunos: desenho, escrita, esquema, gráfico, tabela etc.
- 5) O professor tem o papel de **observar e incentivar**, além de auxiliar em possíveis dificuldades que os alunos podem encontrar nesta etapa;
- 6) **Registro das resoluções na lousa:** os alunos são convidados a escrever suas respostas, independente de estarem certas ou erradas, ou do processo utilizado, formando um painel de soluções;
- 7) **Plenária:** os alunos expressam suas ideias e justificam seus resultados;
- 8) **Busca do consenso**, sobre qual é a resposta correta;
- 9) **Formalização do conteúdo**, em que os conceitos são padronizados e estruturados matematicamente;
- 10) **Proposição e resolução de novos problemas**, a partir do mesmo objeto de conhecimento ou conteúdo trabalhado no problema gerador, o professor ou os alunos propõem novos problemas para aprofundar os conhecimentos adquiridos ou para consolidar ou avaliar as aprendizagens.

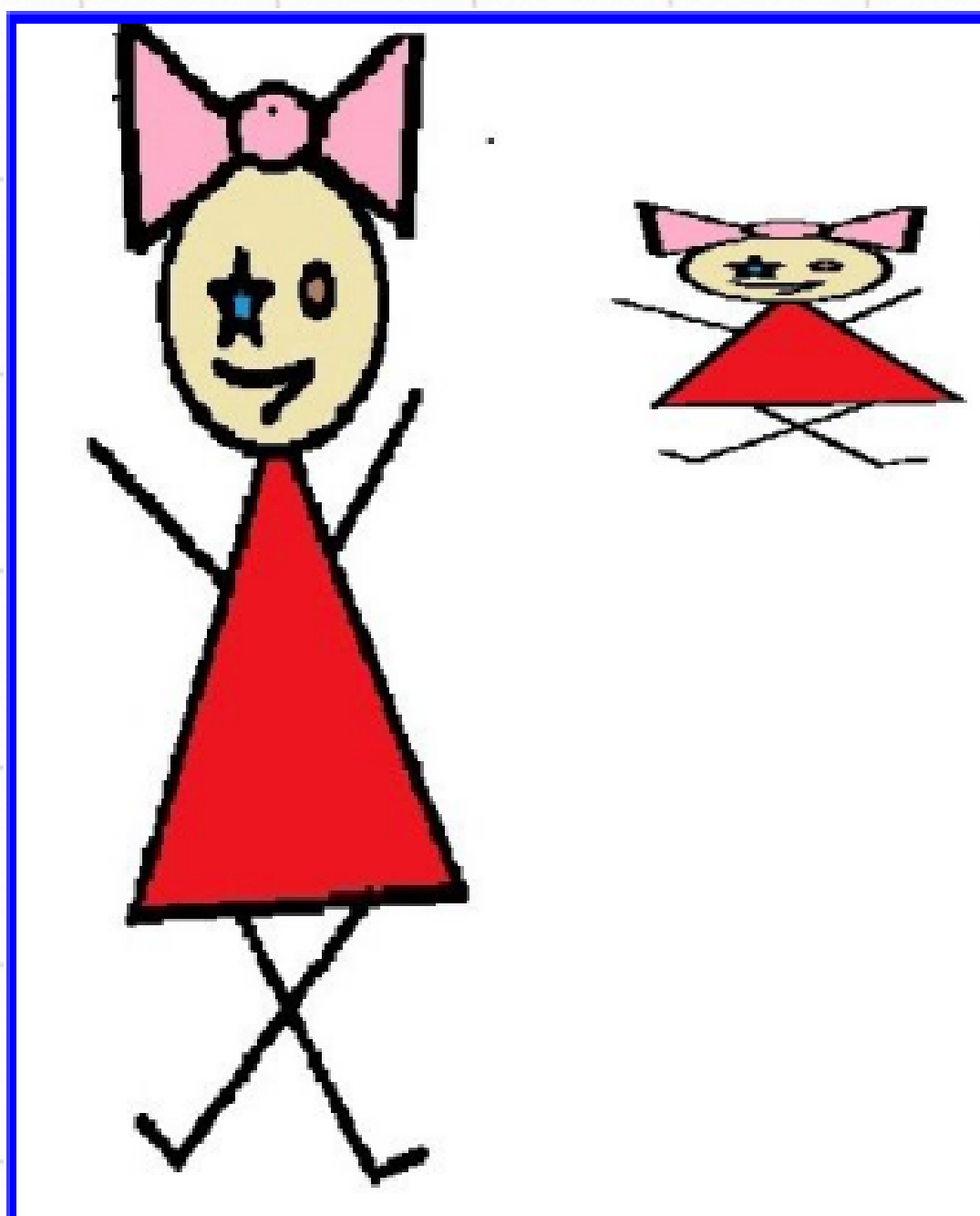
PROBLEMA GERADOR 1:

PROBLEMA DA MENINA LÔKA

SEMELHANÇA DE FIGURAS (EF06MA21)



A Empresa MENINA LÔKA faz roupas e acessórios voltados para adolescentes e pré-adolescentes. Acima podemos ver seu logotipo. Para celebrar 1 ano, a empresa pediu a uma gráfica que produzisse camisetas e bottons com seu logotipo. Para isso a gráfica teve que apresentar uma ampliação e uma redução do logotipo para análise. Veja as alterações apresentadas pela gráfica. Você acha que a ampliação está boa? E a redução? Justifique sua resposta.



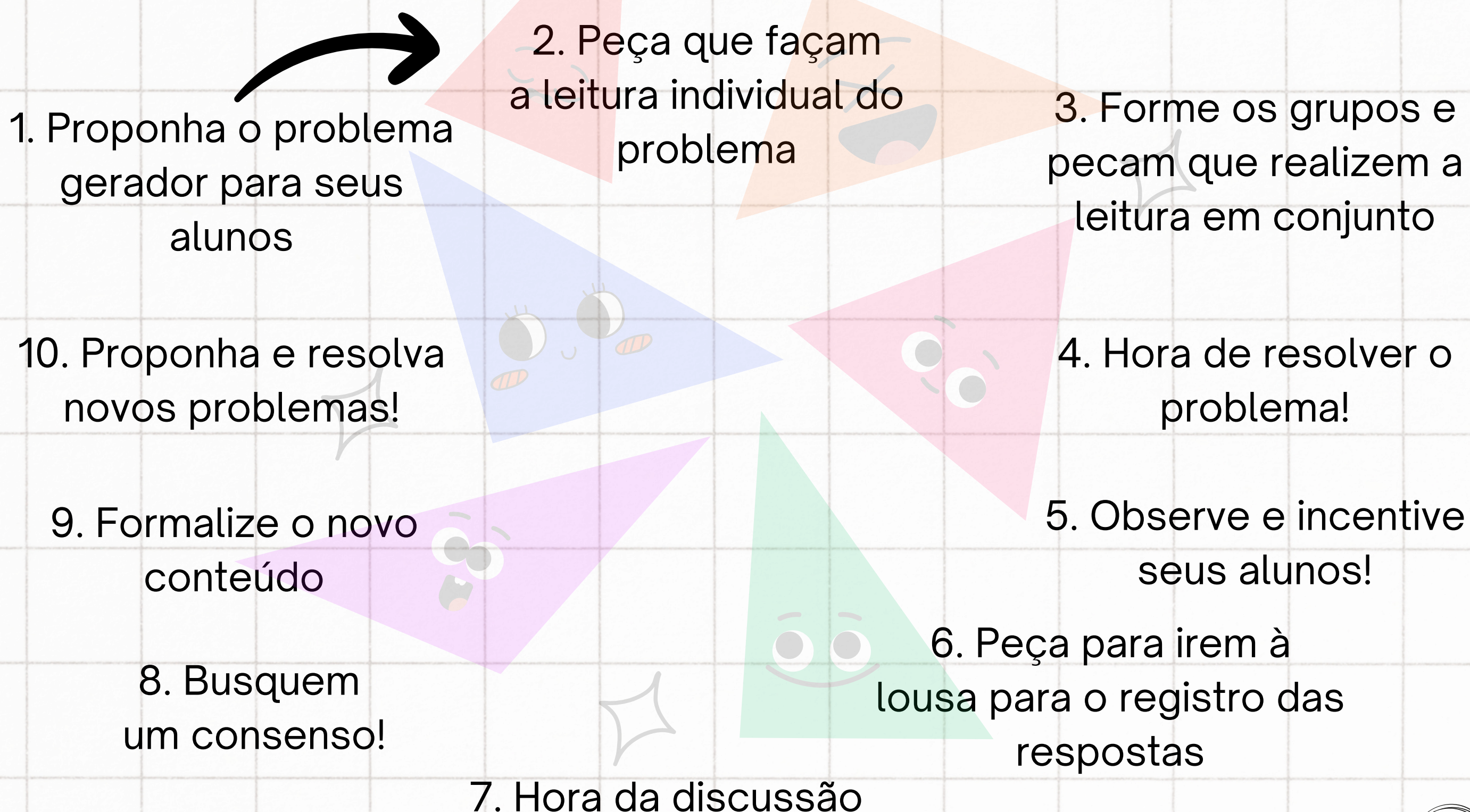
PARA O PROFESSOR

O objetivo do problema 1 é apontar as características que determinam se uma figura é ampliação ou redução proporcional da outra, identificando a proporção ou a falta dela. Aborda a situação da empresa Menina Lôka, que pediu a uma gráfica para confeccionar camisetas e botons com o logotipo da Menina Lôka. A gráfica enviou uma ampliação e uma redução do logotipo da empresa e os estudantes são convidados a refletir se a ampliação e redução apresentadas estão proporcionais e a apresentarem a justificativa para as respostas. A formalização do conteúdo, após o consenso, traz a ideia de ampliação, redução e semelhança, quando existe a proporção no aumento ou diminuição das figuras.

Durante a aplicação do problema, o professor pode incentivar os alunos a refletirem sobre os aspectos da ampliação e redução feitas pela gráfica, promovendo uma discussão colaborativa entre os estudantes. Sugestões de perguntas orientadoras:

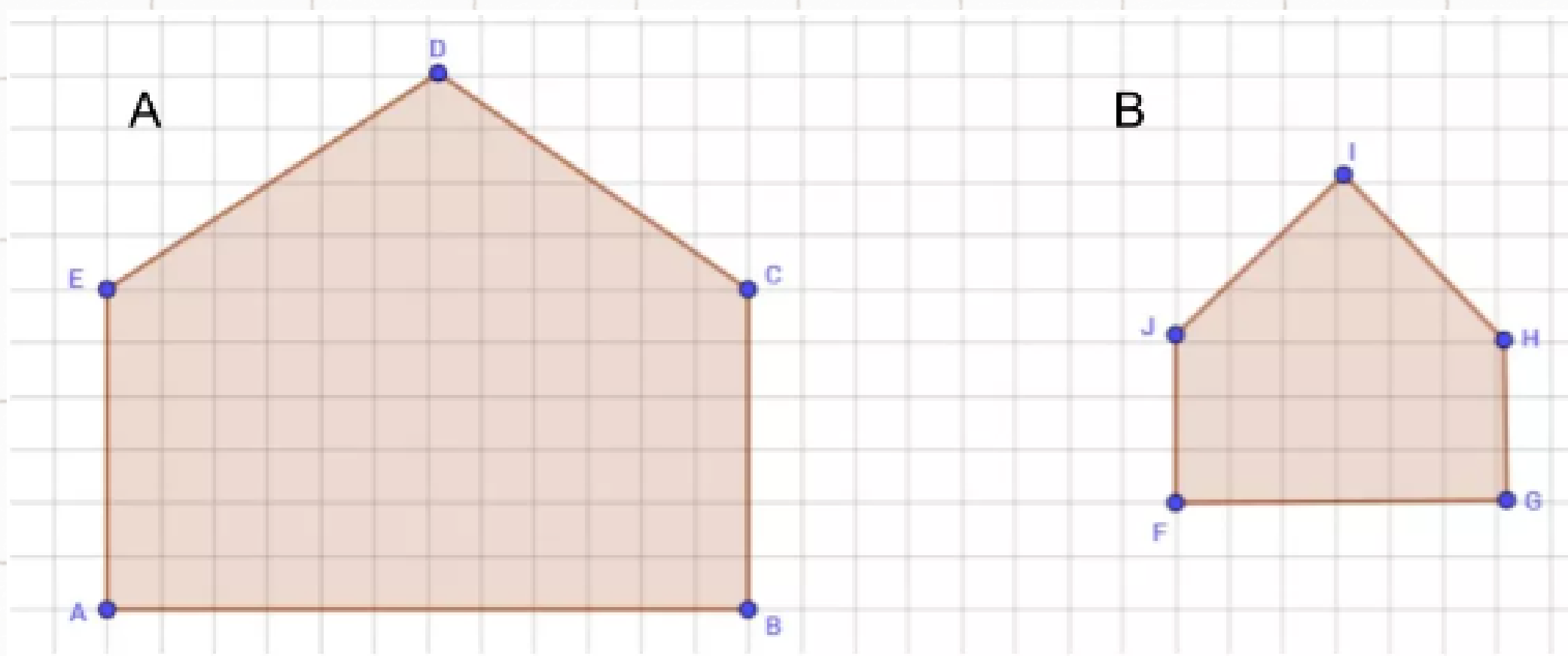
- O que uma figura precisa para ser a ampliação proporcional da outra?
- O que uma figura precisa para ser a redução proporcional de outra?

NÃO ESQUEÇA DAS ETAPAS DE APLICAÇÃO!



PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE NOVOS PROBLEMAS

Observe as duas figuras:



Durante a aula, a professora apresentou aos alunos as figuras A e B. João disse que a figura B era uma redução da figura A. Karine disse que não era uma redução porque a figura B não era proporcional à figura A. E agora? Como saber se a figura B é ou não uma redução proporcional da figura A?

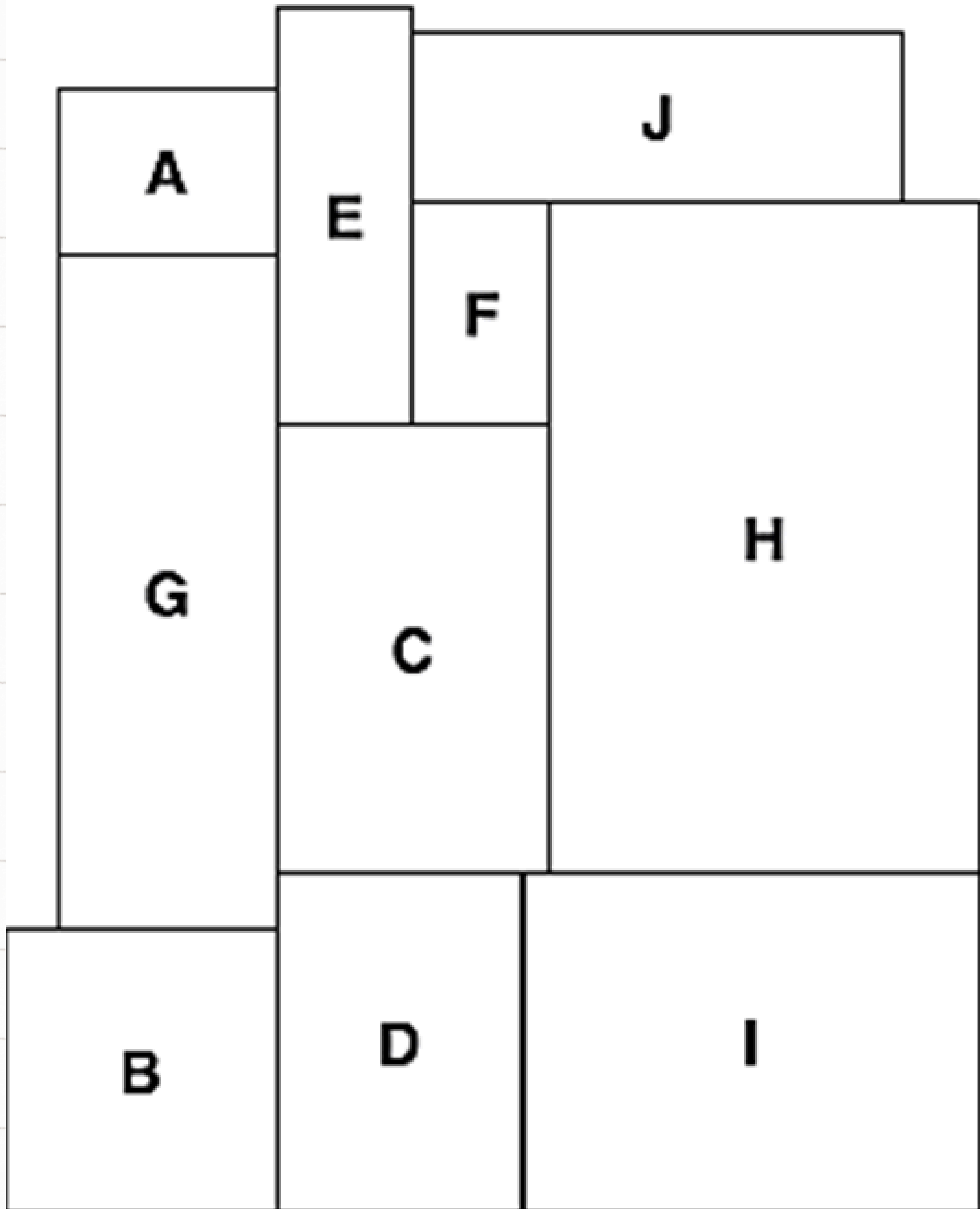
PARA O PROFESSOR

Para esse novo problema, tem-se um novo desafio: uma malha quadriculada. Incentive seus alunos a empregarem diferentes estratégias, como o uso da régua ou mesmo a contagem dos quadradinhos.

PROBLEMA GERADOR 2:

PROBLEMA DOS RETÂNGULOS SEMELHANTES E UM ESQUISITO

SEMELHANÇA DE FIGURAS (EF06MA21)



Fonte: Adaptado de Van De Walle (2009).

PROBLEMA GERADOR 2:

PROBLEMA DOS RETÂNGULOS SEMELHANTES E UM ESQUISITO

SEMELHANÇA DE FIGURAS (EF06MA2 1)

1 Recorte os dez retângulos e agrupe-os em três conjuntos de retângulos semelhantes e um com o “esquisito”. Escreva quais retângulos ficaram em cada grupo e por quê.

Grupo 1: _____ Por quê?

Grupo 2: _____ Por quê?

Grupo 3: _____ Por quê?

Esquisito: _____ Por quê?

2. Preencha a tabela, fazendo as medições solicitadas:

Retângulos Grupo 1 (letra ou nome)	Medida em centímetro		Razão entre os lados
	Comprimento maior	Comprimento menor	Menor/Maior

Retângulos Grupo 2 (letra ou nome)	Medida em centímetro		Razão entre os lados
	Comprimento maior	Comprimento menor	Menor/Maior

Retângulos Grupo 3 (letra ou nome)	Medida em centímetro		Razão entre os lados
	Comprimento maior	Comprimento menor	Menor/Maior

Esquitos (letra ou nome)	Medida em centímetro		Razão entre os lados
	Comprimento maior	Comprimento menor	Menor/Maior

Responda: Escreva tudo o que puderem sobre o que perceberam após as medições e o cálculo da razão de cada um dos grupos.

PARA O PROFESSOR

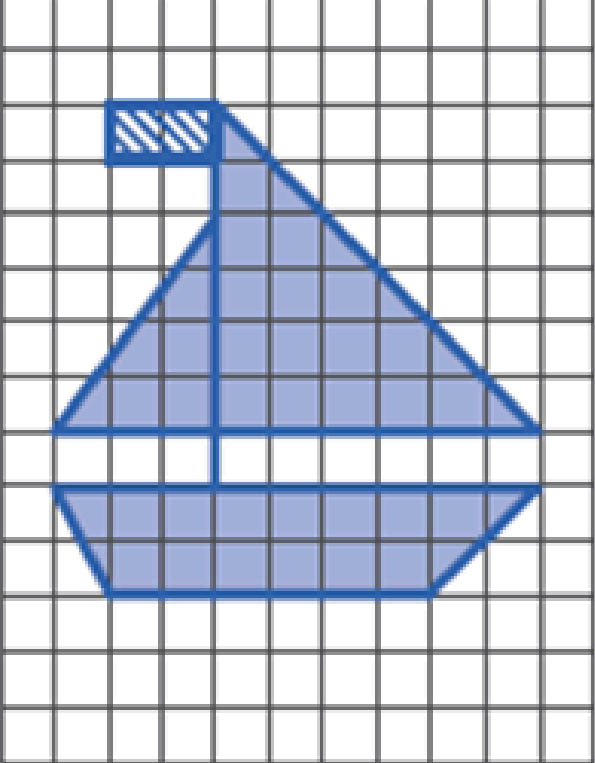
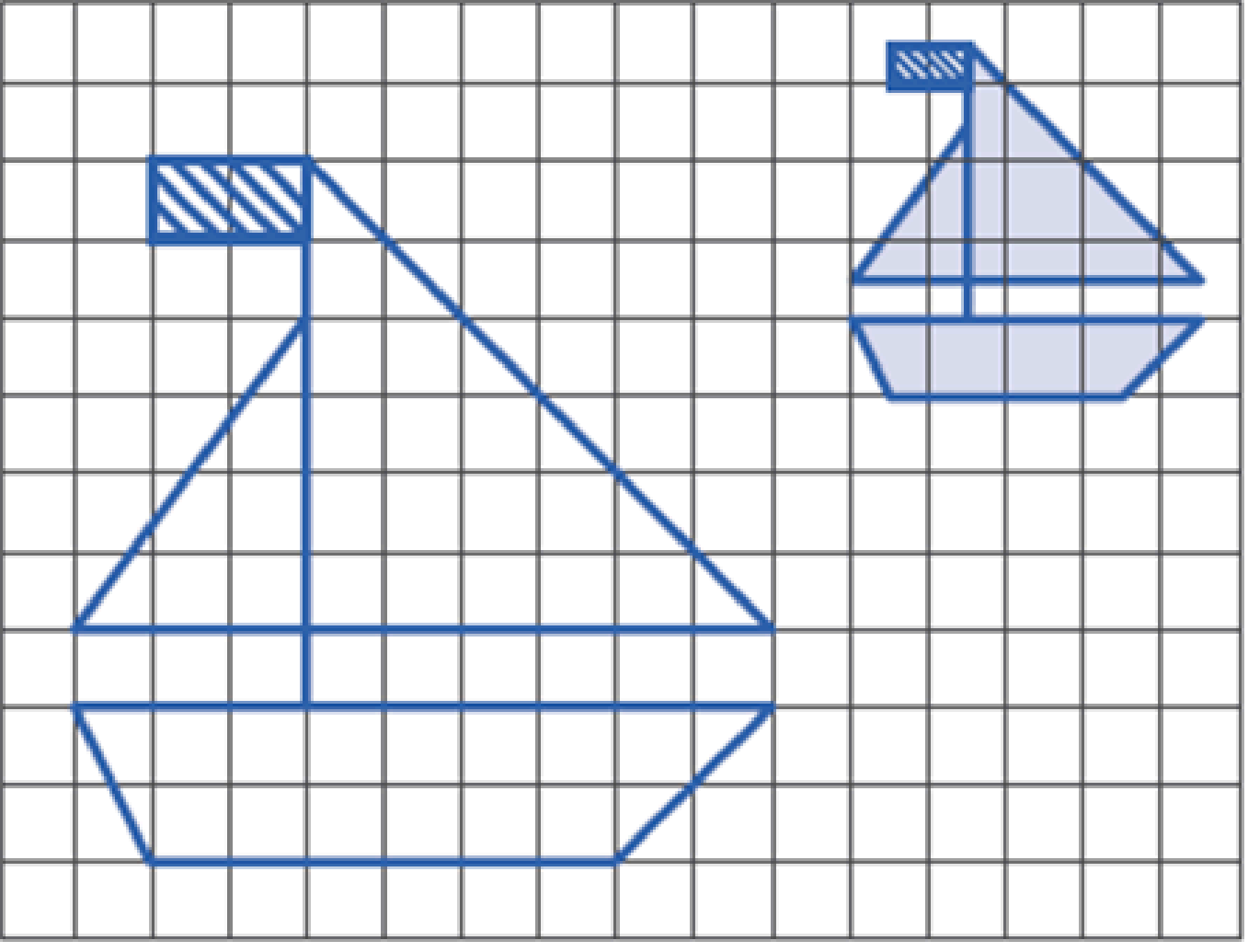
Os objetivos do problema 2 são: (1) reconhecer figuras semelhantes e transformações geométricas e (2) identificar e calcular a razão de semelhança. Neste problema espera-se que os estudantes identifiquem, dentre as 10 figuras apresentadas, os conjuntos de retângulos semelhantes (a partir da proporção) e quem é o esquisito, ou seja, aquele que não possui semelhança com nenhum outro retângulo. Os alunos devem ser incentivados a escreverem acerca da razão das escolhas, bem como as medidas dos retângulos e a razão entre os lados. Após a plenária e o consenso, a formalização do conteúdo se dá com o conceito de razão de semelhança, em que a proporção entre as medidas de suas dimensões é a mesma e todos os seus ângulos correspondentes são congruentes.

Incentive seus alunos a usarem a régua e a calculadora para efetuarem os cálculos das razões.

NÃO ESQUEÇA DAS ETAPAS DE APLICAÇÃO!

-
1. Proponha o problema gerador para seus alunos
 2. Peça que façam a leitura individual do problema
 3. Forme os grupos e peça que realizem a leitura em conjunto
 4. Hora de resolver o problema!
 5. Observe e incentive seus alunos!
 6. Peça para irem à lousa para o registro das respostas
 7. Hora da discussão
 8. Busquem um consenso!
 9. Formalize o novo conteúdo
 10. Proponha e resolva novos problemas!

PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE NOVOS PROBLEMAS



Use uma régua métrica

- Escolha dois comprimentos em um barco e forme uma razão (use uma calculadora). Compare a razão das mesmas partes dos outros barcos.
- Escolha dois barcos. Meça a mesma parte de cada barco e forme uma razão. Compare com as razões de outras partes.
- Compare as áreas das grandes velas com os comprimentos dos lados de parte inferior.

Fonte: Wan De Walle (2009).

Responda: As figuras são semelhantes? Justifique sua resposta.

PARA O PROFESSOR

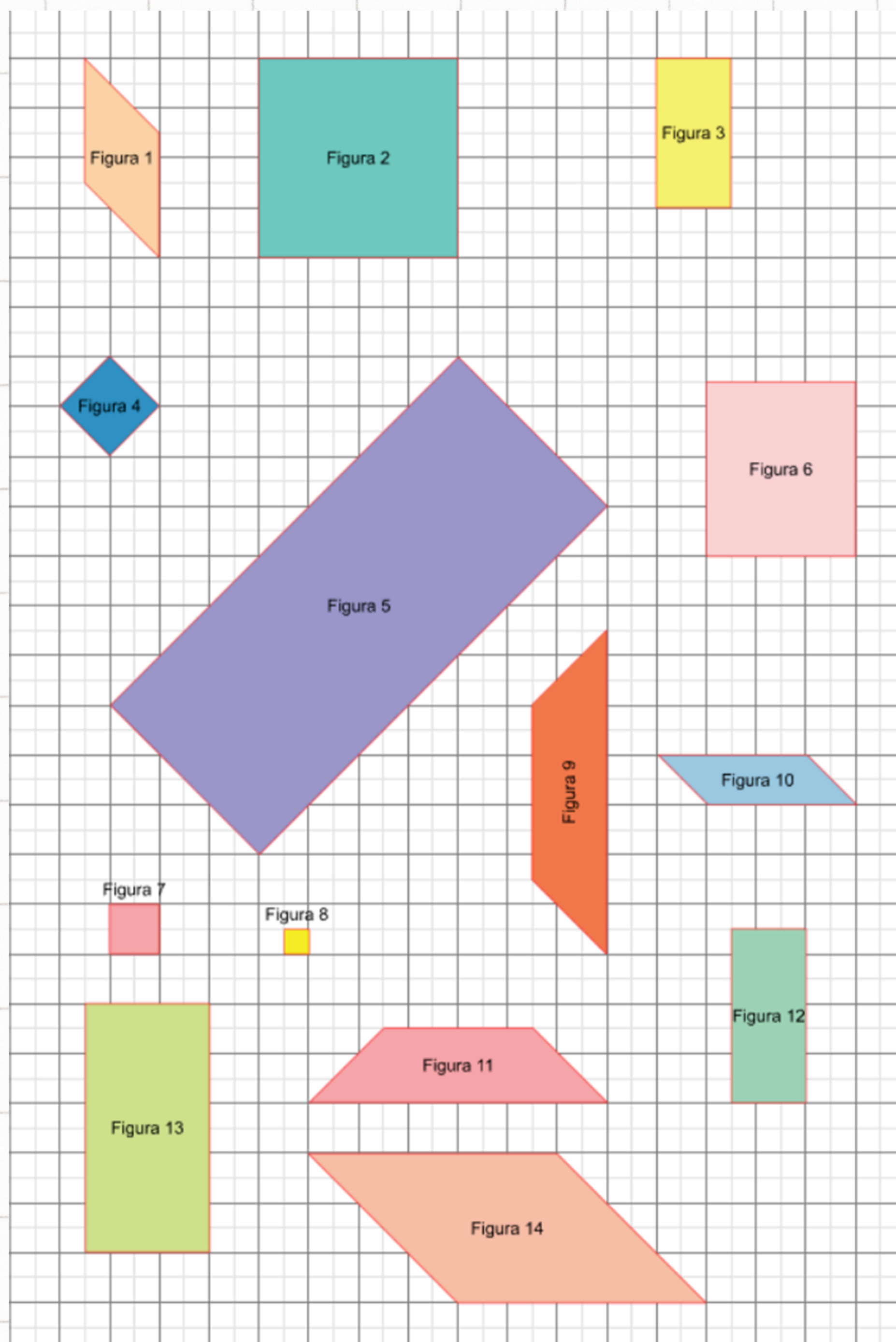
Para esse novo problema, incentive seus alunos a usarem mais medidas para se certificarem da semelhança (ou não).

PROBLEMA GERADOR 3:

PROBLEMA DA SEMELHANÇA ORGANIZADA

SEMELHANÇA DE FIGURAS (EF06MA2 1)

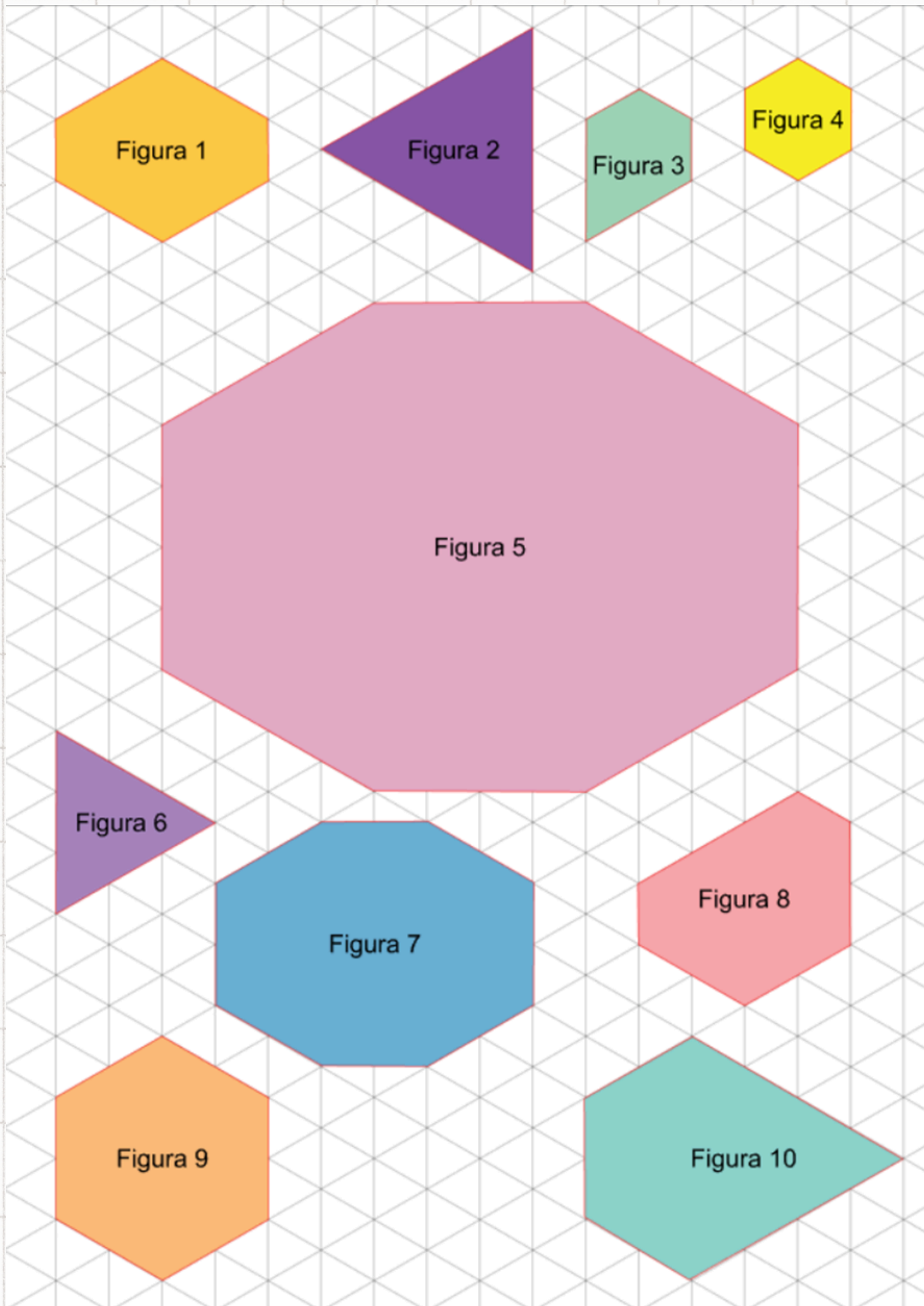
Observe as figuras representadas nas malhas a seguir, agrupe as que você considera semelhantes. Anote, em seu caderno, os grupos de figuras e escreva tudo o que você considerou para caracterizar essas figuras como semelhantes – por que organizou as figuras dessa maneira?



PROBLEMA GERADOR 3 (CONTINUAÇÃO):

PROBLEMA DA SEMELHANÇA ORGANIZADA

SEMELHANÇA DE FIGURAS (EF06MA21)



PARA O PROFESSOR

O objetivo do problema 3 é reconhecer figuras semelhantes e transformações geométricas. Neste problema espera-se que os estudantes identifiquem a partir da proporção, dentre as 14 figuras apresentadas, quais polígonos da malha quadriculada são semelhantes. Também são encorajados a escrever sobre o que os levou a tais escolhas, além do incentivo à exploração das malhas quadriculada e triangular. Após a plenária e o consenso, a formalização do conteúdo se dá com o conceito de semelhança diante da ampliação e redução das figuras, onde a proporção entre as medidas de suas dimensões é a mesma e todos os seus ângulos correspondentes são congruentes.

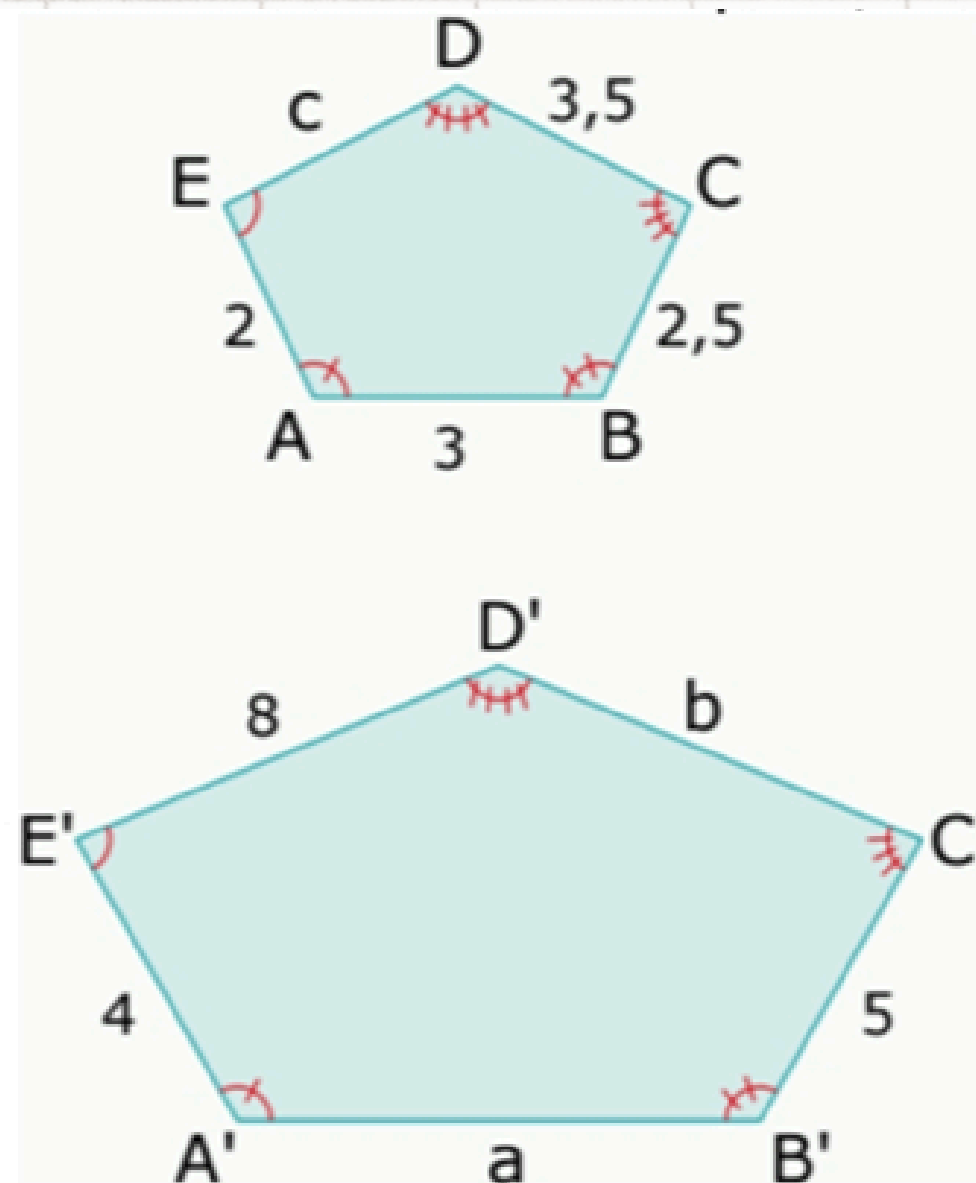
Incentive seus alunos a usarem a régua e a calculadora para efetuarem os cálculos das razões.

NÃO ESQUEÇA DAS ETAPAS DE APLICAÇÃO!

-
1. Proponha o problema gerador para seus alunos
 2. Peça que façam a leitura individual do problema
 3. Forme os grupos e peça que realizem a leitura em conjunto
 4. Hora de resolver o problema!
 5. Observe e incentive seus alunos!
 6. Peça para irem à lousa para o registro das respostas
 7. Hora da discussão
 8. Busquem um consenso!
 9. Formalize o novo conteúdo
 10. Proponha e resolva novos problemas!

PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE NOVOS PROBLEMAS

1. Sabendo que os polígonos a seguir são semelhantes, determine o valor das medidas dos lados a , b e c .



Fonte: Sistema Bernoulli de Ensino (2023).

2. Com uma régua, meça a base e a altura dos retângulos a seguir:



- Qual é a razão entre a medida da base do retângulo vermelho e a medida da base do retângulo verde?
- Qual é a razão entre a medida da altura do retângulo vermelho e a medida da altura do retângulo verde?
- Esses retângulos são semelhantes? Por quê?

Fonte: Matemática Bianchini (2015).

PARA O PROFESSOR

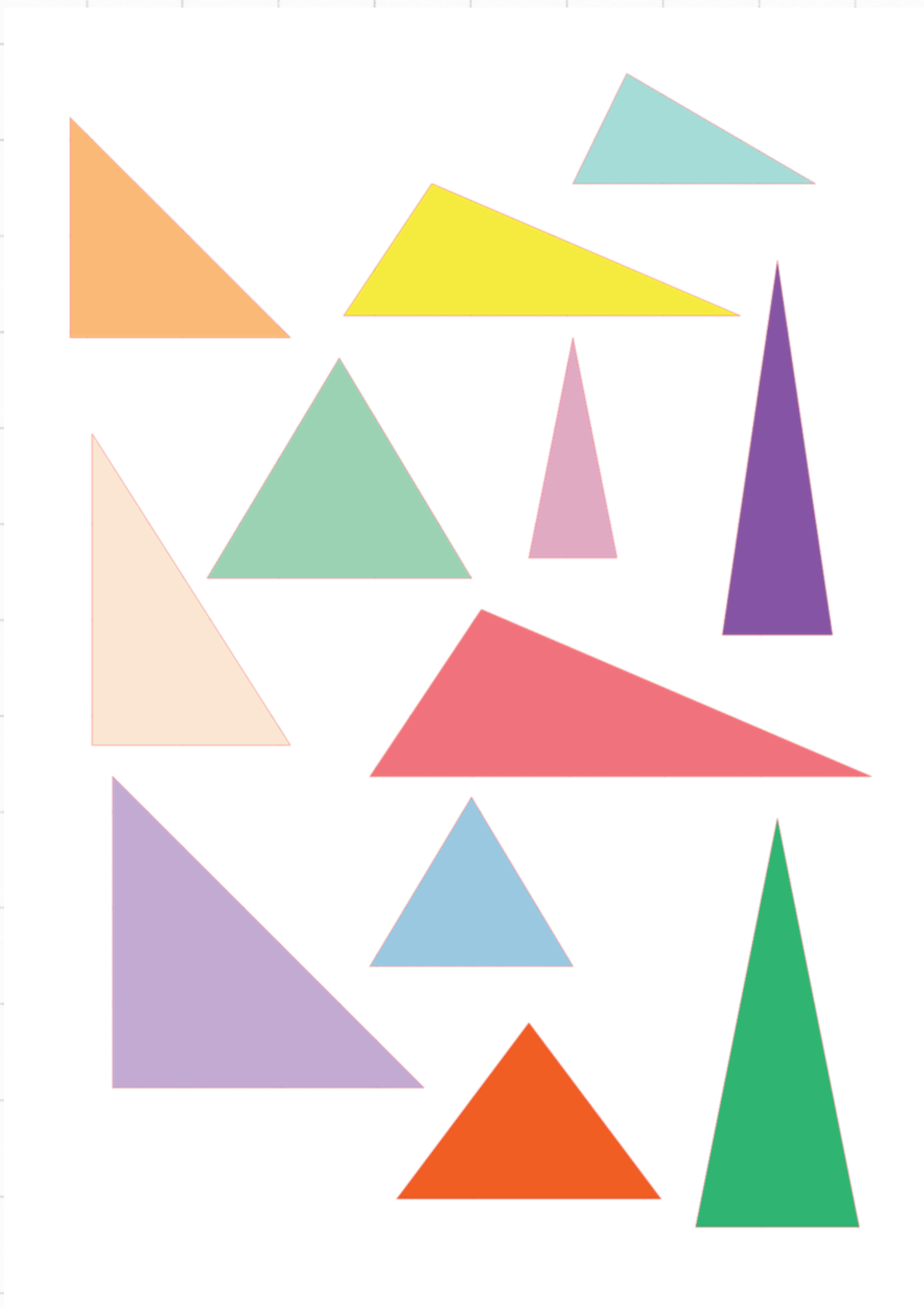
Para esse novo problema, incentive seus alunos a usarem a calculadora.

PROBLEMA GERADOR 4:

UM INTRUSO ENTRE NÓS

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS (EF06MA12)

Recortem os triângulos, encontrem os pares que possuem semelhança e os intrusos, que não possuem semelhança. Apresentem suas razões de escolha e registrem as medidas e razões de semelhança no caderno.



PARA O PROFESSOR

Os objetivos do problema 4 são: (1) reconhecer triângulos semelhantes e transformações geométricas e (2) identificar/calcular a razão de semelhança. Neste problema é esperado que os estudantes identifiquem, dentre os 12 triângulos apresentados, quais são semelhantes, seja a partir da proporção da medida de seus lados ou de seus ângulos. Os alunos também são encorajados a escrever sobre os motivos das escolhas, além do incentivo à manipulação das figuras, por meio de recorte e colagem. Após o consenso, a formalização do conteúdo se dá com o conceito de semelhança de triângulos, em que dois triângulos (assim como quaisquer dois polígonos) são semelhantes quando possuem os ângulos correspondentes congruentes e os lados homólogos (correspondentes) proporcionais.

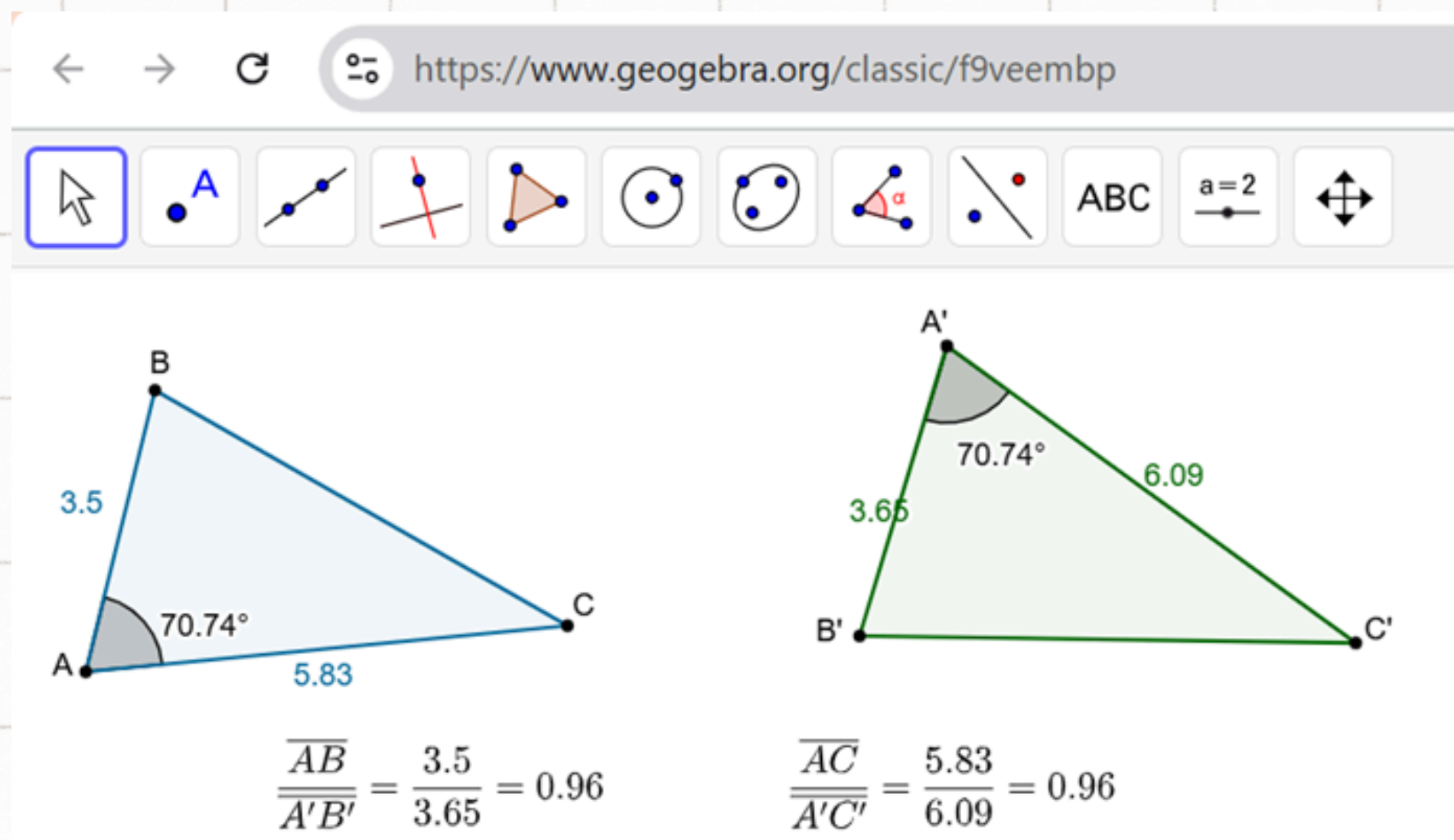
Incentive seus alunos a usarem a régua e a calculadora para efetuarem os cálculos das razões e a colarem numa folha ou no caderno os resultados obtidos. É importante também que desenvolvam estratégias de identificação dos triângulos.

NÃO ESQUEÇA DAS ETAPAS DE APLICAÇÃO!

-
1. Proponha o problema gerador para seus alunos
2. Peça que façam a leitura individual do problema
3. Forme os grupos e peça que realizem a leitura em conjunto
4. Hora de resolver o problema!
5. Observe e incentive seus alunos!
6. Peça para irem à lousa para o registro das respostas
7. Hora da discussão
8. Busquem um consenso!
9. Formalize o novo conteúdo
10. Proponha e resolva novos problemas!

PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE NOVOS PROBLEMAS

Atividade exploratória no Geogebra: Dados dois triângulos semelhantes, arraste um dos pontos e verifique o que acontece com o outro triângulo. O que você pode dizer sobre a proporcionalidade entre eles?



Fonte: Print do site Geogebra.

(Disponível em: <https://www.geogebra.org/classic/f9veembp>. Acesso em: 23 nov. 2024)

PARA O PROFESSOR

Você pode deixar isso ainda mais divertido! Utilize o QRCode:



PROBLEMA GERADOR 5:

CONSTRUINDO SEMELHANÇAS

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS (EF06MA12)

Antes de começar vocês vão construir um triângulo que será usado como molde nas próximas atividades.

Com sua régua,
construa um
triângulo e recorte
com cuidado. Este
será o seu molde.



Pinte os ângulos de seu
molde com cores
diferentes
(verde, laranja e azul)

1. Vocês vão desenhar uma ampliação do seu molde usando apenas os ângulos verde e laranja. Na sua ampliação esses ângulos devem ser iguais aos do molde.

O que você pode dizer sobre esses dois triângulos? Explique como pensou. Diga tudo o que puder sobre esses triângulos.

2. Agora vamos fazer outra ampliação do molde usando três varetas de madeira. Essas varetas serão as medidas dos lados de sua ampliação. As medidas de cada vareta devem ser proporcionais a cada lado correspondente do triângulo molde.

O que você pode dizer sobre esses dois triângulos? Explique como pensou. Diga tudo o que puder sobre esses triângulos.

3. Você vai usar as varetas para as medidas de dois lados e vai usar um dos ângulos do molde para fazer a abertura entre as duas varetas. O ângulo deve ser o que está entre os dois lados proporcionais às suas duas varetas.

O que você pode dizer sobre esses dois triângulos? Explique como pensou. Diga tudo o que puder sobre esses triângulos.

PARA O PROFESSOR

O objetivo do problema 5 é tratar dos casos de semelhança de triângulos, por meio do estudo de ampliações e reduções. Neste problema é esperado que os estudantes construam livremente triângulos e os ampliem e/ou reduzam, de modo a perceberem que a nova figura é semelhante à primeira. Um recurso utilizado é a manipulação de palitos de churrasco e seu uso para construção de novas figuras e resolução do problema. Após o consenso, a formalização do conteúdo acontece com a discussão dos casos de semelhança de triângulos: ângulo, ângulo (AA); lado, lado, lado (LLL) e lado, ângulo, lado (LAL).

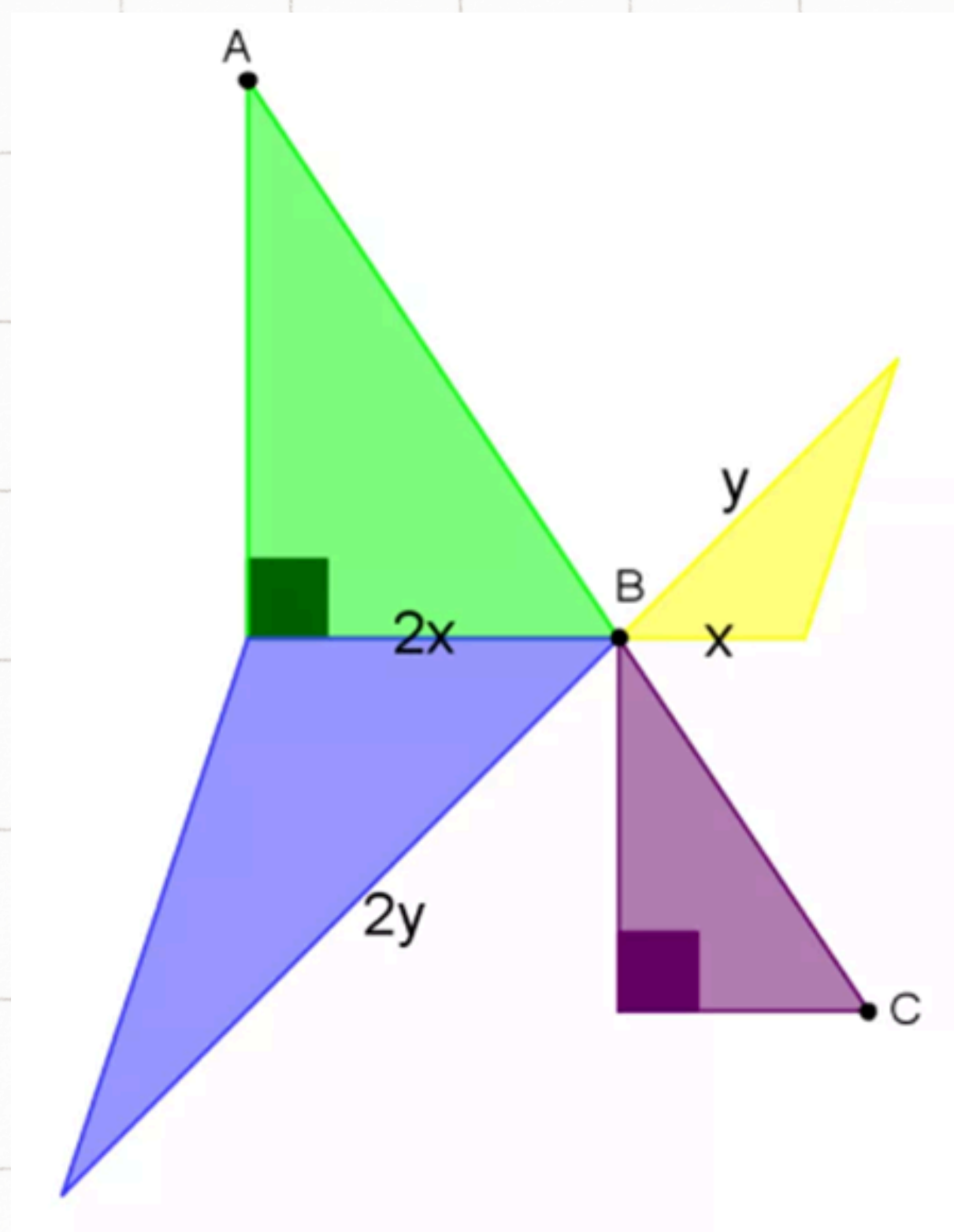
Incentive seus alunos a usarem a régua e a calculadora para efetuarem os cálculos das razões e a colarem numa folha ou no caderno os resultados obtidos.

NÃO ESQUEÇA DAS ETAPAS DE APLICAÇÃO!

-
1. Proponha o problema gerador para seus alunos
 2. Peça que façam a leitura individual do problema
 3. Forme os grupos e peça que realizem a leitura em conjunto
 4. Hora de resolver o problema!
 5. Observe e incentive seus alunos!
 6. Peça para irem à lousa para o registro das respostas
 7. Hora da discussão
 8. Busquem um consenso!
 9. Formalize o novo conteúdo
 10. Proponha e resolva novos problemas!

PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE NOVOS PROBLEMAS

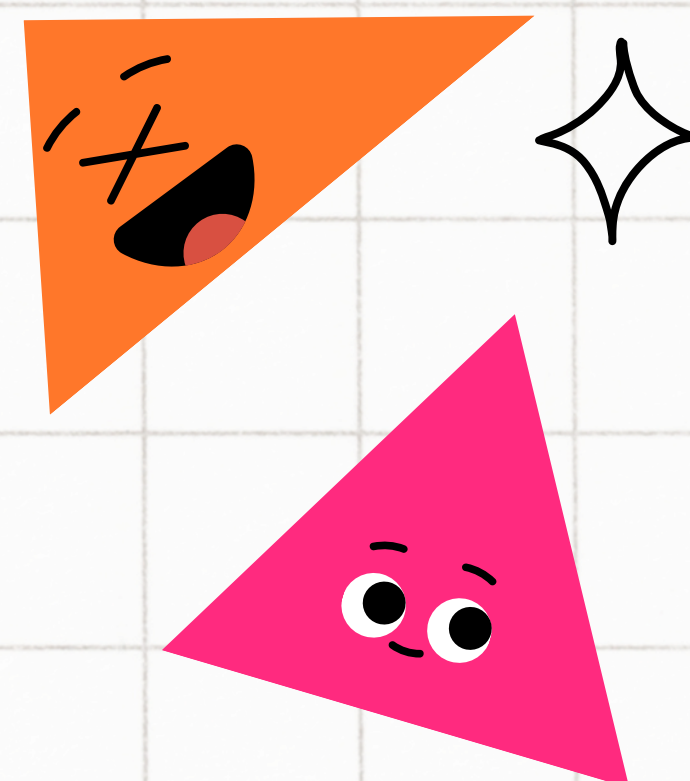
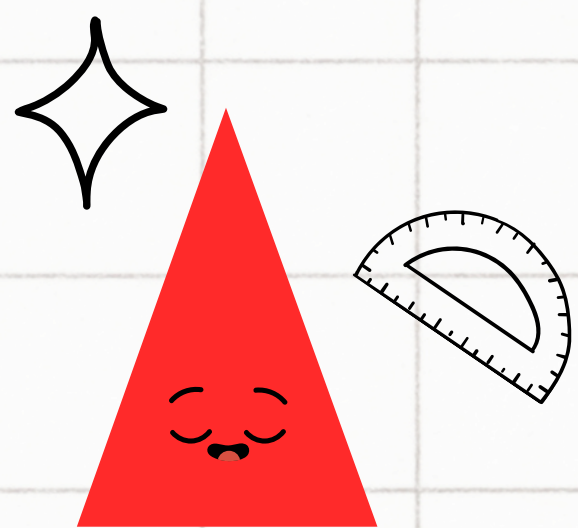
Na figura abaixo, os pontos A, B e C estão alinhados. Quais são os pares de triângulos semelhantes? Justifique:



Fonte: Nova Escola (2018).

PARA O PROFESSOR

Incentive os alunos a usarem os conceitos que acabaram de aprender e a escreverem em seus cadernos tudo o que puderem.



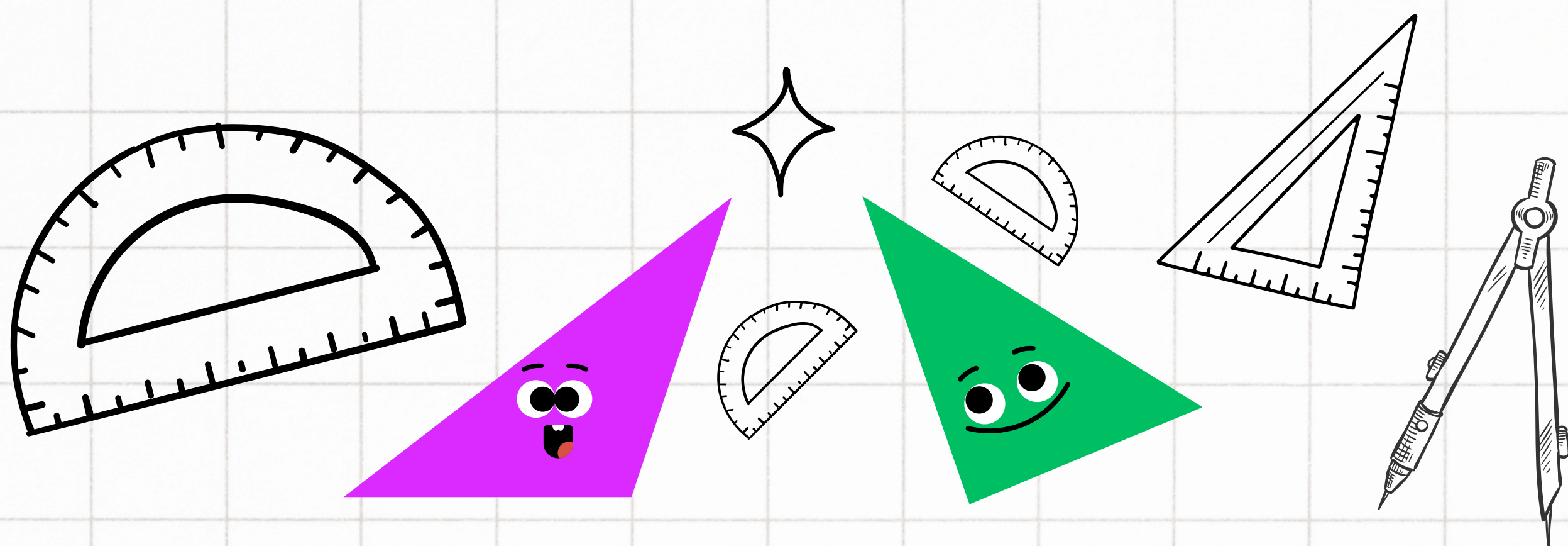
CONSIDERAÇÕES FINAIS

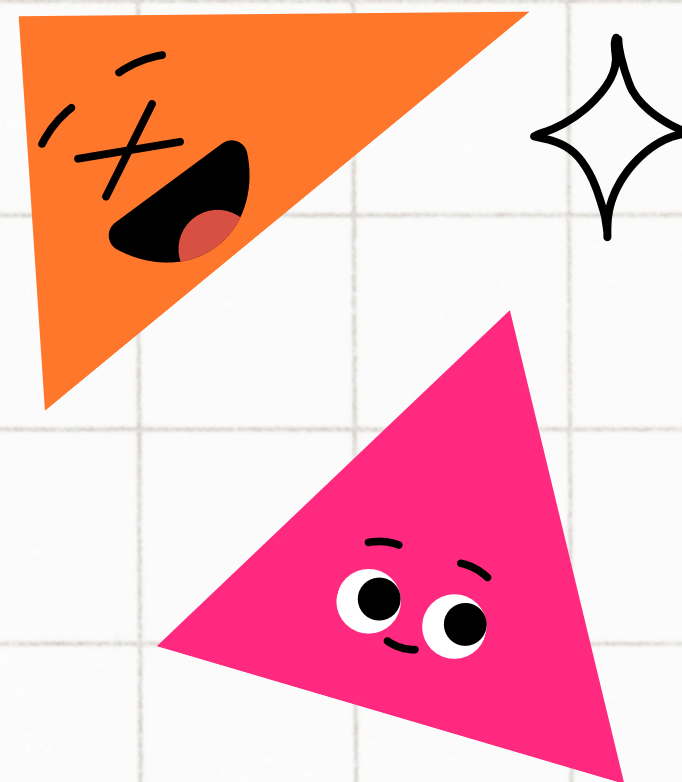
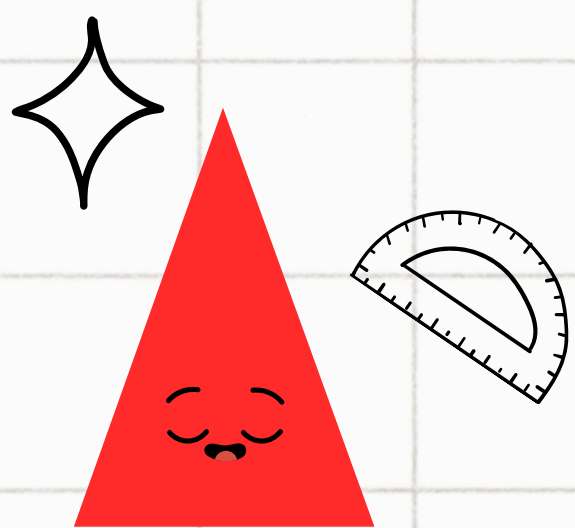
Com este produto educacional, esperamos que o professor ministre de forma assertiva e diferenciada o conteúdo de Semelhança de Triângulos, através da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Este tema é de grande relevância, uma vez que é base para outros conteúdos com que os estudantes terão contato ainda no Ensino Fundamental Anos Finais e também no Ensino médio.

Os problemas aqui apresentados foram validados em sala de aula, e percebeu-se que o engajamento e a curiosidade foram visíveis desde o primeiro problema.

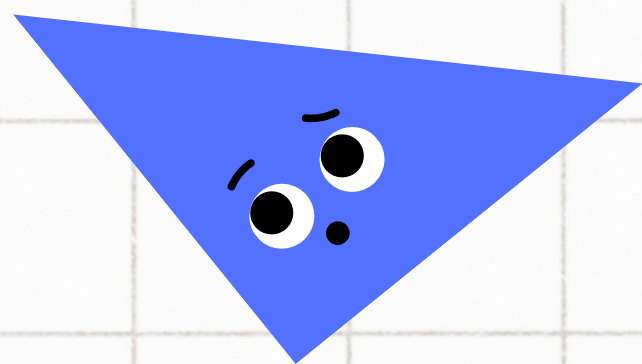
Os 5 problemas deste guia contemplam os elementos do pensamento geométrico, conforme Pais (1996): objeto, conceito, desenho e imagem mental, que estão atrelados aos aspectos intuitivo, experimental e teórico.

É importante que cada professor situe seus alunos nos níveis do Pensamento Geométrico de Van Hiele e faça as adaptações dos problemas se julgar necessário, a fim de obter êxito na aplicação da sequência.

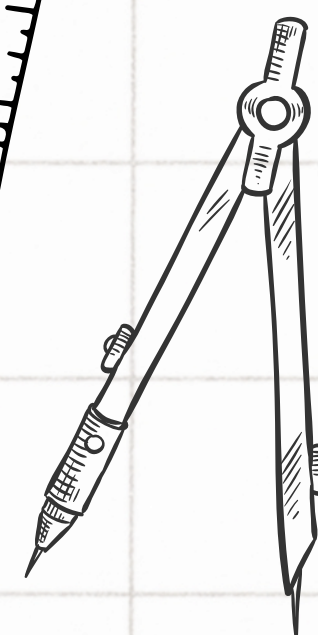
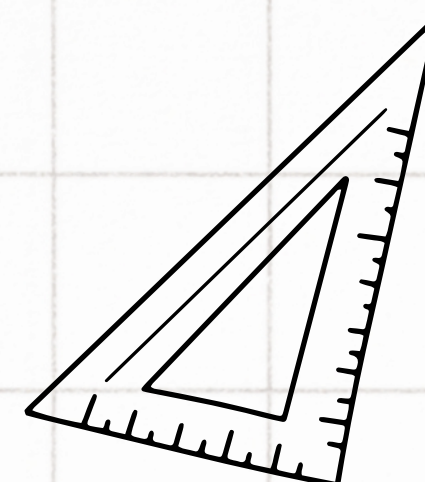
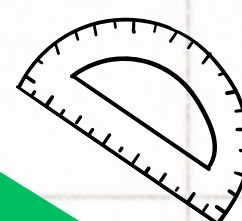
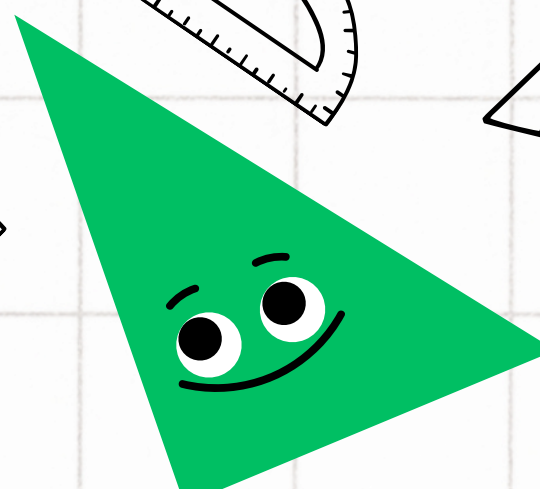
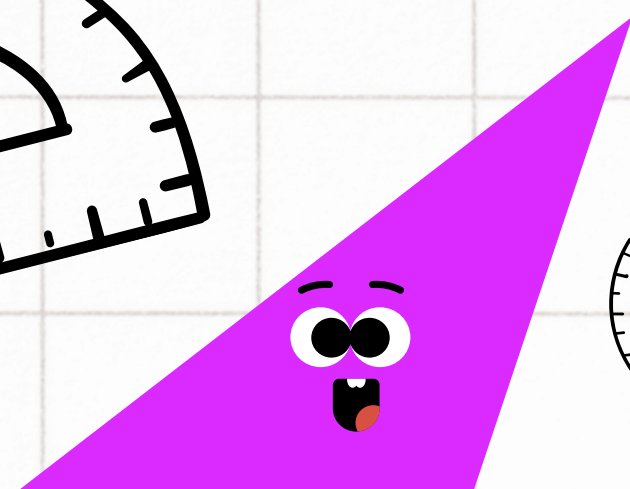
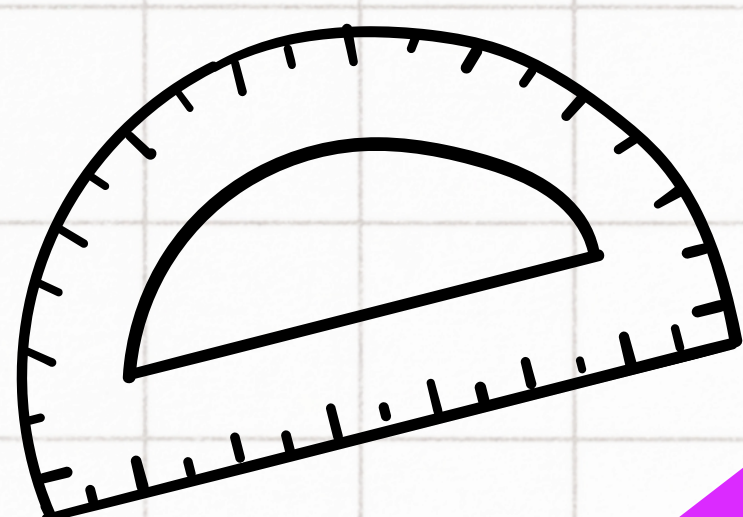




CONHEÇA A DISSERTAÇÃO



Você está convidado a consultar a dissertação intitulada: **“Semelhança de Triângulos através da Resolução de Problemas: uma abordagem com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental”**, vinculada a este Produto Educacional. Esta pesquisa está disponível no Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT) e pode ser acessada através do QR code abaixo.



REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas?** In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (org). Resolução de Problemas: Teoria e Prática. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas?** In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (org). Resolução de Problemas: Teoria e Prática. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2021.

BERNOULLI. **Coleção Ensino Fundamental 9º ano: Matemática Volume 1.** Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2023.

BIANCHINI, E. R. **Matemática.** 9º ano. 7a. Ed. Editora Moderna, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, DF, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_ELEF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 14 nov. 2024.

ECHEVERRÍA, María del Puy Pérez; POZO, Juan Ignacio. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender.** A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, p. 13-42, 1998.

ESCOLA, Nova. Plano de aula: Ampliação e Redução. 2018. Disponível em: <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/ampliacao-e-reducao/431#section-sobreOPlano-4>. Acesso em: 05 jun. 2024.

ESCOLA, Nova. Plano de aula: Semelhança de Triângulos. 2018. Disponível em: <https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/semelhanca-de-triangulos/432>. Acesso em: 05 jun. 2024.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática;** tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Mathematics Education Bulletin**, p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Andresa Maria (org). Resolução de Problemas: Teoria e Prática. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014.

PAIS, Luis Carlos. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetiké**, v. 4, n. 2, p. 65-74, 1996.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro, 1945.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula.** Penso Editora, 2009.