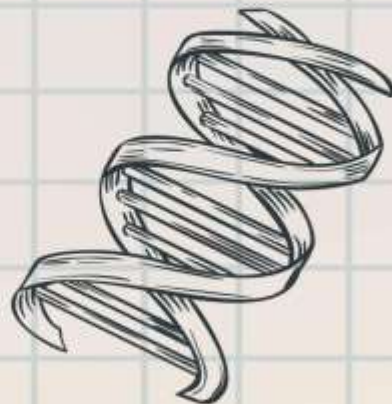
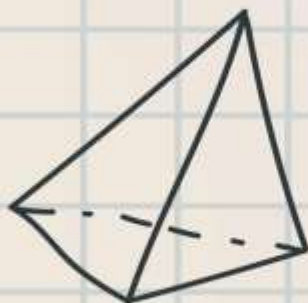
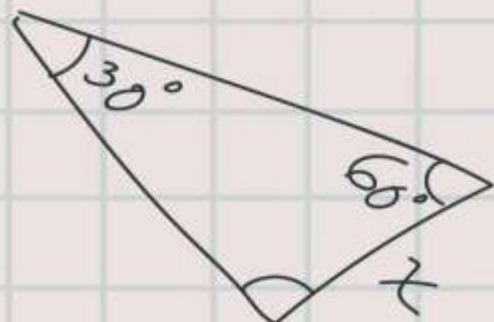
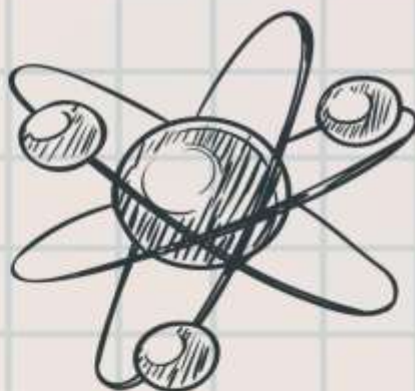


EXPERIMENTAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

PAULO HENRIQUE HIDEKI ARAKI E
KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE MATEMÁTICA (PPGMAT)

123...



TERMO DE LICENCIAMENTO

Esta Dissertação e o seu respectivo Produto Educacional estão licenciados sob uma Licença Creative Commons *atribuição uso não-comercial/compartilhamento sob a mesma licença 4.0 Brasil*. Para ver uma cópia desta licença, visite o endereço <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> ou envie uma carta para Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, Califórnia 94105, USA.



REDAÇÃO

Paulo Henrique Hideki Araki
Karina Alessandra Pessoa da Silva

CAPA

Carol Palomo

Parte integrante da pesquisa de mestrado "*Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática: uma análise semiótica*" para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procopio e Londrina.

SUMÁRIO

CARACTERIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	4
“Mas, onde vou usar isso?”	5
 PARTE I - A TEORIA.....	 7
“Experimentando” a Matemática	8
 PARTE II - A PRÁTICA.....	 13
Colocando as mãos na massa	14
Calculando o valor energético de alimentos	15
Como acelerar uma reação?	22
Determinando a velocidade do ar	32
O slime perfeito	40
Como resfriar água mais rapidamente?	46
Plano inclinado	52
A energia do limão	59
 Palavras “finais”?	 65
Referências	66

CARACTERIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Como se chama?

Experimentação nas aulas de Matemática

O que é?

Trata-se de um material que permite ao usuário contemplar sugestões de atividades experimentais investigativas no contexto de aulas de Matemática, utilizando como plano de fundo a realização de atividades de modelagem matemática.

Por que foi produzido?

O desenvolvimento de um produto educacional é um dos requerimentos em mestrados profissionais da área de ensino. O produto educacional deve ser voltado para a utilização no campo de atuação do curso, em nosso caso, no ensino de Matemática. Assim, este material foi desenvolvido no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procópio e Londrina.

Como está dividido?

O presente produto educacional encontra-se dividido em duas partes. Na primeira, refletimos acerca do aporte teórico que se fez presente, com base nas discussões acerca da Modelagem Matemática e da experimentação investigativa. Na segunda parte, apresentamos os desdobramentos de sete propostas de atividades experimentais investigativas desenvolvidas em contexto de aulas com Modelagem, bem como algumas propostas de resolução evidenciadas no desenvolvimento dessas atividades por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

A quem se destina?

Aos professores de Matemática que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, bem como os futuros profissionais e pesquisadores da área.

“Mas, onde vou usar isso?”

Essa é uma pergunta que todo professor de Matemática já ouviu ou ainda irá ouvir no decorrer de sua trajetória profissional. Enquanto escrevo este convite, eu me recordo da minha *“primeira vez”* com a temida questão: o assunto era “conjunto dos números complexos” e havíamos começado a introdução do conceito de “número imaginário”.

Definições a parte, um aluno questiona em alto e bom tom: *“Mas, onde vou usar isso?”*. Apesar das tentativas (frustradas) de apresentar as possíveis utilizações, a única resposta que o aluno pareceu aceitar foi: *“Esse conteúdo é cobrado no vestibular”*. Logo, aquela indiferença inicial tomou novos rumos, se transformando em receio de que algo tão difícil de visualizar possa ser determinante no sucesso (ou fracasso) de seu desempenho em um exame vestibular.

Não é o nosso intuito discutir sobre os processos de seleção em vigor atualmente, mas aquele simples questionamento feito pelo aluno pode se tornar uma porta de entrada para outras discussões: Será que este questionamento é motivado pelo simples desinteresse do aluno para com a Matemática? No que está fundamentada a dúvida do aluno? Afinal, o que podemos fazer para que os alunos sejam capazes de visualizar a Matemática com outros olhos, sem recorrer à barganha?

A resposta para esse tipo de indagação pode ser simples e complexa. É simples, pois a Matemática está literalmente difundida em inúmeros ramos da atividade humana. Ao mesmo tempo, é complicado identificar uma verdade absoluta para o que motivou o questionamento, uma vez que demanda uma análise minuciosa do contexto histórico e social, no qual o aluno se encontra inserido.

“Então quer dizer que existe uma aplicação prática para os números complexos?”

Sem sombra de dúvidas! Afinal, sem as contribuições de Girolamo Cardano, alguns ramos como a Engenharia Elétrica (em seus circuitos elétricos) e a Física (no âmbito do eletromagnetismo e da aerodinâmica) certamente não seriam os mesmos

atualmente. O que podemos destacar, no entanto, é que a ausência de um convívio direto com tais tópicos torna a sua visualização mais dificultada.

Mas, e quando o aluno não consegue visualizar a aplicação de determinado conceito matemático, mesmo que esteja presente em seu cotidiano? Uma das formas de se atribuir significados à Matemática vem a ser por meio de estratégias que mobilizam a Modelagem Matemática no âmbito da sala de aula.

Neste sentido, a Modelagem contribui para que o aluno consiga enxergar com outros olhos os conteúdos trabalhados em sala de aula, permitindo ao mesmo realizar analogias com situações e fenômenos diversos. Tanto os evidenciados em sua vida *“fora da escola”*, como também aqueles presentes no próprio contexto educacional, de outras disciplinas escolares, como as Ciências Naturais.

A Modelagem é uma ponte capaz de estabelecer uma ligação entre os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos científicos. Por meio de suas fases, a Modelagem possibilita que fenômenos de ordem natural possam ser compreendidos a partir de um tratamento matemático. E a recíproca também é verdadeira! Alguns conceitos matemáticos encontram no conhecimento científico uma forma de visualização.

Com base nestas e outras considerações, na urgência de se estabelecer uma resposta para aquela pergunta que vem se perpetuando nas salas de aulas, pensamos na elaboração deste material. Os encaminhamentos aqui apresentados foram pensados de modo a possibilitar que você (professor, pesquisador, aluno...) se sinta motivado a utilizar a Modelagem.

Este material constitui um produto educacional decorrente de uma pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. A sua estruturação foi pensada de maneira a retratar a Modelagem Matemática por meio da utilização de atividades experimentais investigativas.

PARTE I
A TEORIA

“Experimentando” a Matemática

Vivemos em uma era na qual a palavra de ordem é “*avanço*”. A sociedade e tecnologia caminham de mãos dadas e as inovações tecnológicas anunciadas hoje logo mais se tornarão obsoletas. A pesquisa médica avança a passos largos, à procura de novos procedimentos para o tratamento de doenças. Empresas de todos os ramos vivem uma constante busca em aprimorar o seu processo, visando melhores resultados. Mas como essa realidade se aplica ao cenário escolar?

Mais do que avanços físicos e estruturais, ao olharmos para a trajetória da educação ao longo das últimas décadas podemos evidenciar a presença de um constante movimento de reflexão e reestruturação das práticas pedagógicas. Observamos a queda da figura do professor enquanto elemento central no ensino e aprendizagem e a ascensão de um aluno enquanto agente ativo em sua aprendizagem. A ideia de um professor transmissor de conhecimentos desejados vem sendo deixada de lado, em prol de um ensino que considere aspectos sociais, culturais e humanos de cada aluno. E isso se reflete, também, no que diz respeito ao ensino de Matemática.

Um dos principais elementos de discussão da Educação Matemática é o debate sobre o ensino e a aprendizagem. Diversos educadores e pesquisadores têm voltado os seus esforços na busca por respostas aceitáveis para questões como: “*o que ensinar?*”; “*como ensinar?*”; “*quando ensinar?*”; e “*que tipo de aluno se quer formar?*”.

É evidente que a Matemática desempenha um importante papel na sociedade, de modo que ensiná-la é imprescindível para a formação de cidadãos comprometidos e participativos. Segundo o professor e pesquisador Ubiratan D’Ambrósio (1990, p. 16), “isso significa desenvolver a capacidade do aluno para manejar situações reais, que se apresentem a cada momento, de maneira distinta”.

Neste aspecto, existe uma busca por caminhos metodológicos capazes de realizar a integração entre realidade e o “fazer matemático”, utilizando a estrutura lógica e formal da disciplina para a compreensão de aspectos da realidade. Sobre esta associação, a Modelagem Matemática encontra-se inserida.

A Modelagem Matemática, ou simplesmente Modelagem, é uma tendência que vem sendo amplamente difundida na Educação Matemática. Segundo Burghes (1980), a Modelagem consiste na busca por soluções de problemas do mundo real, a partir da tradução de suas características para uma linguagem matemática. Para tanto, é preciso considerar as variáveis que estão relacionadas à situação que se pretende analisar e mobilizar ferramentas matemáticas pertinentes para solucionar o problema definido inicialmente, por intermédio de um modelo matemático.

Nesse contexto, um modelo matemático:

[...] é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema. Um modelo matemático é, portanto, uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

Assim, um modelo matemático pode ser descrito utilizando diferentes sistemas de representação, seja uma tabela, um gráfico ou uma equação, desde que sejam suficientes para solucionar um problema real. Graças a essa característica, de oferecer formas de descrever e prever o comportamento de um fenômeno real, a Modelagem Matemática pode ser utilizada em diversas áreas.

De modo a contextualizar essa aplicação, apresentamos como exemplo o caso do derramamento de petróleo que assolou a costa litorânea brasileira em 2019. Considerado o maior desastre ambiental da história do litoral brasileiro, diversos pesquisadores encontraram na Modelagem uma forma de identificar a possível origem desse óleo. Ao considerar os locais afetados, a data de aparecimento das primeiras manchas, as características do óleo e a atuação das correntes marinhas no Oceano Atlântico, as pesquisas conseguiram estimar que o ponto de origem desse óleo ocorresse a cerca de 700 km do litoral de Sergipe e Alagoas.

Ao se considerar as potencialidades apresentadas pela Modelagem, tornam-se natural que a sua aplicação também fosse justificada em ambiente escolar. As atividades de modelagem, neste sentido, contribuem na promoção de sua integração no contexto de sala de aula.

Na literatura, convencionou-se caracterizar o encaminhamento de uma atividade de modelagem matemática seguindo fases. Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizam cinco fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação, conforme apresentado na Figura 1.



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15).

A *inteiração* consiste no primeiro contato com a situação que se pretende investigar, caracterizada pela definição de um problema e das estratégias de solução, pela busca de informações e coleta de dados quantitativos e qualitativos. A *matematização* é marcada pela transição da linguagem natural para a linguagem matemática. A *resolução* é caracterizada pelo uso de procedimentos matemáticos, culminando na construção de um modelo matemático capaz de descrever a situação analisada inicialmente. Por fim, a análise do modelo matemático obtido é feita durante a fase de *interpretação de resultados*, seguida pela avaliação (*validação*) da representação matemática obtida, de acordo com a sua adequação (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Sobre essas fases, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 16-17) explicam que “ainda que essas fases constituam procedimentos necessários para a realização de uma atividade de Modelagem Matemática, elas podem não decorrer de forma linear”, denotando o aspecto de dinamicidade desse tipo de atividade.

Levando em consideração a sua natureza pedagógica implícita, uma atividade de modelagem matemática pode ser percebida enquanto alternativa pedagógica, capaz de relacionar fatos oriundos do mundo real à luz da Matemática. Segundo Vertuan (2007, p. 15), tais atividades podem “oportunizar a aprendizagem de conceitos

matemáticos, explicitando alguns dos propósitos de se estudar os objetos matemáticos, adequados para a interpretação e análise de situações-problema”.

De acordo com Barbosa (2004), a Modelagem envolve dados empíricos reais, decorrentes de fenômenos, cuja temática extrapola o conhecimento puramente matemático. Assim, uma atividade de modelagem não se limita apenas à disciplina de Matemática, podendo suscitar ligações com outras áreas do conhecimento, tais como a Física e a Química.

Ao se analisar a forma como a Matemática encontra-se difundida em situações do mundo real, é possível observar uma relação entre os conceitos matemáticos e conhecimentos advindos da Ciência, de simples observação das atividades humanas até as especificidades de fenômenos de ordem natural. Tal aspecto interdisciplinar decorrente de situações mundanas também pode ser transferido para o contexto da sala de aula, contribuindo na redução da separação histórica imposta sobre os currículos escolares (BARBOZA et al., 2015).

Assim, uma alternativa para se conferir uma abordagem interdisciplinar à Modelagem vem a ser a realização de atividades experimentais de cunho investigativo, de modo a conciliar os conhecimentos matemáticos com outras áreas do conhecimento, objeto de pesquisa de alguns autores do ramo (CARREIRA; BAIOA, 2011, 2018, CARREJO; MARSHALL, 2007).

A realização de atividades experimentais contribui para a construção do conhecimento, por parte do aluno, acerca de determinado assunto. Assim, pode ser considerada enquanto uma alternativa pedagogicamente válida (GASPAR; MONTEIRO, 2005) Ainda, segundo Bassoli (2014), o desenvolvimento de uma atividade experimental demanda de grande participação por parte do aluno, promovendo a discussão de ideias.

Neste sentido, Sandri (2018) afirma que a condução de uma atividade experimental pode ocorrer em três momentos distintos: (1) *momento pré-laboratório*, focado nos aspectos teóricos acerca do fenômeno a ser investigado, consiste no primeiro contato a ser estabelecido entre os alunos e aspectos do experimento, buscando confrontar concepções prévias; (2) *momento laboratório*, a partir da efetiva realização do

experimento, ancorado em um protocolo que serve de apoio para a organização do processo laboratorial; e (3) *momento pós-laboratório*, com base na análise dos resultados obtidos no decorrer do procedimento, bem como a compreensão acerca do fenômeno observado.

Deste modo, ao pensarmos na associação entre a Modelagem Matemática e a experimentação investigativa, a manipulação de objetos reais por meio da experimentação demonstra ser uma ferramenta poderosa para se encontrar uma resposta para a situação-problema a ser analisada. Segundo Carreira e Baioa (2011), a utilização de experimentos na Modelagem Matemática auxilia no desenvolvimento de atitudes investigativas, bem como na visualização da Matemática enquanto parte constituinte das atividades desenvolvidas na sociedade.

Assim, uma atividade experimental investigativa pode explicar particularidades observadas em objetos reais e comuns, utilizando como embasamento a Matemática, permitindo que os estudantes participem ativamente na exploração das potencialidades e limitações de aspectos tangíveis de um experimento (CARREIRA; BAIOA, 2011).

Ao se observar as suas contribuições para o ramo da Ciência, Carreira e Baioa (2018) explicam que é possível verificar que a Modelagem é uma prática relativamente comum entre os cientistas, considerando os pressupostos da investigação científica. Tal prática pode ser contextualizada e adaptada para o ambiente de sala de aula, considerando as suas potencialidades e limitações.

PARTE II
A PRÁTICA

Colocando as mãos na massa

Nesta seção, apresentaremos sete propostas de atividades de modelagem desenvolvidas em contexto da experimentação investigativa. Todas as atividades apresentadas foram previamente desenvolvidas com uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental.

No que se referem às temáticas das atividades, é possível observar a mobilização de conceitos da Matemática, da Química e da Física. Porém, o principal enfoque das atividades vem a ser a abordagem dos conceitos matemáticos dos fenômenos observados por meio dos experimentos.

Para cada atividade, apontamos os conceitos matemáticos evidenciados pelos alunos, o conhecimento científico que originou o experimento e sugestões quanto ao tempo necessário para a realização de cada etapa da atividade.

Além disso, as propostas aqui apresentadas encontram-se fundamentadas nos momentos de uma atividade experimental estabelecidos por Sandri (2018) e estão divididas em três momentos distintos, aos quais chamaremos de *momento pré-laboratório*, *momento laboratório* e *momento pós-laboratório*. Essa segmentação permite ao professor o melhor direcionamento da atividade, possibilitando adaptações e refinamentos que melhor atendam à realidade de sua sala de aula.

Ainda, para cada atividade, disponibilizamos um código QR que redireciona para os textos e orientações que podem ser utilizados no desenvolvimento de cada atividade. Para acessar, basta ter um *smartphone* com acesso à Internet e um aplicativo que seja capaz de fazer a sua leitura. Existem opções gratuitas desses aplicativos e podem ser encontrados na loja de aplicativos de seu *smartphone*.

**Conceitos matemáticos envolvidos:**

- Proporcionalidade;
- Função afim.

Conceitos científicos envolvidos:

- Calorimetria;
- Composição dos alimentos.

Tempo de realização:

- 1 aula para o momento pré-laboratório;
- 2 aulas para o momento laboratório;
- 2 aulas para o momento pós-laboratório.



Segundo o velho ditado popular: “Você é o que você come”. Mas, afinal, você sabe exatamente o que está ingerindo quando come determinado alimento? É cada vez mais frequente o uso de termos relacionados à alimentação em nosso cotidiano. Sobretudo quando o assunto é a alimentação saudável.

Um olhar mais atento para as embalagens dos alimentos nos revelam informações essenciais sobre o que você ingere. E, diante deste cenário, a tabela de informações nutricionais surge enquanto um importante elemento de comunicação entre os produtos e os consumidores. Uma das informações presentes nessa tabela é o valor energético do alimento.

Trata-se da energia que é liberada pelo alimento quando submetido a testes laboratoriais de combustão. Em outras palavras, podemos associar o valor energético de um alimento com a quantidade de energia recebida pelo organismo a partir de sua digestão.

Este valor é comumente expresso nos rótulos dos alimentos na forma de quilocalorias (kcal), ou seja, 10^3 cal. Do ponto de vista científico, 1 caloria equivale à energia necessária para elevar em $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ a temperatura de 1 grama de água. Assim sendo, 10 calorias correspondem à energia necessária para elevar a temperatura de 1 grama de água em $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, e assim por diante...

Perceba que existe uma relação matemática por trás deste conceito. E mais, podemos evidenciar este fenômeno mesmo sem a utilização daqueles equipamentos utilizados em laboratórios específicos para tal tipo de análise. Para tanto, recorreremos a um equipamento relativamente mais simples: um calorímetro construído a partir de uma embalagem de leite longa vida.

O calorímetro auxilia na determinação do valor energético de pequenas amostras de alimentos e pode servir para a realização de investigações no contexto de sala de aula. Assim, emerge uma possível abordagem a ser realizada com os alunos no decorrer das aulas de Matemática: *“Qual é o valor energético presente em determinado alimento?”*.

Inicialmente, durante o *momento pré-laboratório*, o professor propõe o primeiro contato entre os alunos e a situação-problema a ser investigada. Como sugestão, apresentamos a seguinte situação, a ser discutida com os alunos:

Alguns alimentos são utilizados pelo homem como fonte de matéria e energia para poder realizar suas funções vitais, incluindo o crescimento, a movimentação, a reprodução etc. A produção de energia pelo corpo humano ocorre a partir da digestão dos alimentos, em que acontece uma série de transformações químicas que convertem moléculas complexas em moléculas mais simples. Nas células do organismo ocorrem, com essas moléculas, transformações químicas que são responsáveis pelo fornecimento de energia.

Em sua opinião, qual alimento fornece a maior quantidade de energia?

Esta investigação inicial fornece informações acerca do conhecimento prévio dos alunos acerca da temática “alimentação”, auxiliando o professor na condução das próximas etapas da atividade. Ainda, permite ao professor identificar a ausência de competências necessárias para o entendimento e prosseguimento da atividade, tornando necessária a formalização de alguns conceitos.

No *momento laboratório*, professor e alunos realizam a construção de um calorímetro, com base em algumas instruções, como apresentadas a seguir:

Materiais e reagentes necessários:

- Embalagem de leite longa vida;
- Pinça ou prendedor de madeira;
- Tubos de ensaio de vidro;
- Termômetro;
- Água para preencher o tubo de ensaio;

Orientações:

- Realizar um corte na parte inferior da embalagem de leite, dividindo-a, aproximadamente, na metade de sua altura;
- Em uma das faces laterais da embalagem, realizar um corte, de modo a permitir o acesso à parte interna da embalagem;
- Na parte superior, caso não possua um furo, realizar um corte por onde será inserido um tubo de ensaio;
- Afixar o tubo de ensaio a uma pinça ou prendedor de madeira e inserir no furo feito na parte superior da embalagem. O tubo de ensaio deve ficar a uma altura de aproximadamente 5 cm da bancada, permitindo introduzir a amostra de alimento;
- Aferir um volume de 5 mL de água, de modo a ser disposto no tubo de ensaio;
- Juntamente da água, dispor um termômetro no interior do tubo de ensaio, de modo a acompanhar a sua temperatura no decorrer do experimento;

Após a construção, devem-se selecionar alguns alimentos a serem analisados utilizando o calorímetro. Em nosso trabalho, elegemos amendoim, biscoito doce, salgadinho e torrada.

Separados em grupos, os alunos iniciam os experimentos aferindo a massa das amostras de alimentos utilizadas, bem como a temperatura da água presente no tubo de ensaio. Essas informações foram anotadas em uma tabela. O alimento, então, é afixado a um clipe de metal e colocado em contato com uma chama, proveniente de uma vela acesa. Ao entrar em contato com a chama, a amostra de alimento entra em combustão e, imediatamente após, disposta sob o tubo de ensaio, no interior da câmara do calorímetro, como mostra a Figura 1.

Figura 2 – Manuseio do calorímetro



Fonte: Autores, 2019.

O alimento permanece no interior do calorímetro até a chama se extinguir, indicando o fim da reação. Ao término dessa reação, a temperatura da água é novamente aferida e anotada, encontrando a diferença entre as temperaturas no início e no término do experimento. No Quadro 1 são apresentados os dados coletados em experimento realizado pelos alunos do 9º ano.

Quadro 1 – Dados coletados pelos alunos durante o experimento

Alimento	Massa do alimento (g)	Temperatura inicial (°C)	Temperatura final (°C)	ΔT (°C)	Massa de água (g)
Alimento 1	0,87	26	55	29	5
Alimento 2	0,87	26	91	65	5
Alimento 3	0,42	26	98	72	5
Alimento 4	0,39	27	62	35	5

Fonte: Autores, 2019.

A coleta de dados permite aos alunos inferir sobre o fenômeno observado. Alimentos ricos em gorduras e açúcares apresentam maior tempo de combustão, resultando em uma maior variação de temperatura. Isso estaria relacionado com o maior valor energético destes alimentos.

Assim, no *momento pós-laboratório*, os alunos devem escolher os dados de um determinado alimento. No caso dos alunos do 9º ano, os dados escolhidos foram do amendoim e o problema definido para o estudo foi: “*Quantas calorias existem em 15 g de amendoim?*”.

Expressamos que a escolha por este problema ocorreu de modo a possibilitar comparações futuras entre o resultado obtido por meio de um modelo matemático e o valor expresso na tabela de informações nutricionais apresentada na embalagem do amendoim, cuja porção equivalia a 15 g.

De modo a solucionar o problema, foram consideradas, enquanto variáveis de interesse, a massa de amendoim e a quantidade de calorias. A massa de amendoim seria a variável independente e a quantidade de calorias, a variável dependente.

Assim, tomando como hipótese uma possível relação de proporcionalidade entre as variáveis, um dos modelos matemáticos deduzidos pelos alunos encontra-se disposto no Quadro 2.

Quadro 2 – Dedução de um modelo matemático para o problema

- Para elevar a temperatura em 1 °C:

$$1 \text{ mL} = 1 \text{ cal}$$

$$5 \text{ mL} = 5 \text{ cal}$$

- Para elevar a temperatura em 72 °C:

$$72 \cdot 5 = 360 \text{ cal em } 0,42 \text{ g de amendoim}$$

- Para uma massa m qualquer de amendoim:

$$0,42 \text{ g} = 360 \text{ cal}$$

$$m = c$$

$$0,42 \cdot c = 360 \cdot m$$

$$c = \frac{360 \cdot m}{0,42}$$

Sendo:

c : valor energético (em cal)

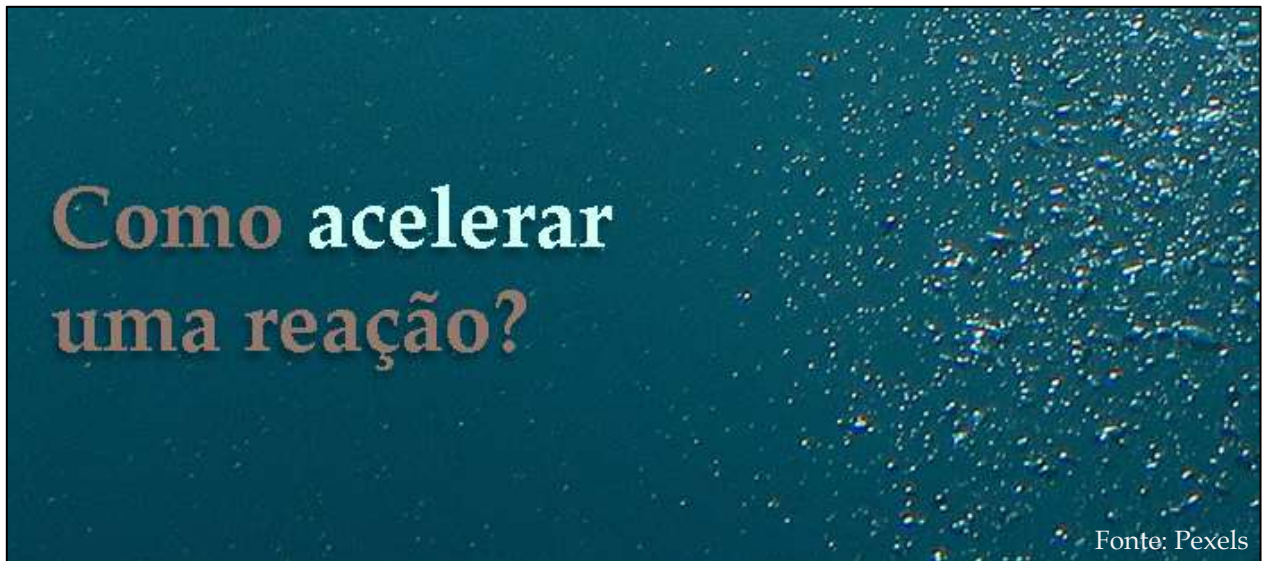
m : massa de amendoim (em g)

Fonte: Autores, 2019.

Com base no modelo matemático encontrado $\left(c = \frac{360 \cdot m}{0,42}\right)$, os alunos determinaram que, para uma amostra de 15 g de amendoim, o valor energético correspondente seria de aproximadamente 12.857 calorias (ou 12,8 kcal). Ao comparar esse resultado com o valor disposto na tabela de informações nutricionais, os alunos perceberam que o valor calculado foi menor que o valor informado (63 kcal).

Essa diferença possibilitou uma discussão entre a turma, acerca dos aspectos do experimento que influenciaram na divergência dos valores energéticos. Dentre as justificativas apresentadas pelos alunos, destacam-se: o calorímetro não permitiu o isolamento térmico necessário, de modo que o calor escapou do sistema; a amostra de alimento não terminou de queimar por completo.

Contudo, destacamos que essa atividade se constituiu enquanto uma ótima alternativa para a introdução dos alunos aos preceitos da Modelagem Matemática e da experimentação investigativa, por se tratar de um assunto amplamente difundido na sociedade.



Conceitos matemáticos envolvidos:

- Média aritmética;
- Taxa de variação de uma função;
- Tratamento da informação.

Conceitos científicos envolvidos:

- Cinética química.

Tempo de realização:

- 1 aula para o momento pré-laboratório;
- 2 aulas para o momento laboratório;
- 2 aulas para o momento pós-laboratório.



Uma boa refeição é algo para se encher os olhos. Porém, nem sempre a sensação seguinte é tão boa. Sintomas como azia e má digestão podem estar relacionados com a alimentação, principalmente em dietas ricas em gorduras e açúcares.

Para este e outros casos, a indústria farmacêutica investe na criação de medicamentos capazes de fornecer um alívio rápido para os sintomas. Dentre uma diversidade de formas, esses medicamentos podem ser adquiridos em farmácias na forma de pó e comprimido efervescente (Figura 3).

Figura 3 – Reação de um comprimido efervescente



Fonte: Freepix, (2020).

O modo de consumo é bem intuitivo: acrescentar o medicamento em um copo com água, esperar reagir por completo e ingerir. E pronto, dentro de algum tempo, espera-se que o desconforto ao menos diminua.

A fabricação de um fármaco provém de diferentes reações químicas, controladas de modo a se obter exatamente o produto que se deseja. No caso do comprimido e do pó efervescente, a presença de ácidos orgânicos e bases carbonadas faz com que haja a liberação de gás carbônico (CO_2) na forma de pequenas bolhas. A liberação de gás faz com que o líquido se agite, permitindo a dissolução mais rápida do medicamento.

Mas, afinal, existe alguma maneira de tornar a reação mais rápida? A presente atividade foi proposta de modo a se investigar as relações existentes entre algumas variáveis e o tempo de reação de efervescência.

No *momento pré-laboratório*, uma das formas de inteirar os alunos com o tema da atividade vem a ser por meio da análise da bula de um medicamento na forma de comprimido efervescente.

Analgésico / Antitérmico efervescente

Composição: Cada comprimido efervescente contém: Paracetamol 500mg; sorbitol em pó 50mg; sacarina sódica 10mg; bicarbonato de sódio 1342mg; povidona 1mg; lauril sulfato de sódio 0,1mg; dimeticona 1mg; ácido cítrico 925mg; carbonato de sódio 134,2mg; água purificada qs.

Modo de usar: Adultos e crianças com 12 anos ou mais: um a dois comprimidos dissolvidos em pelo menos meio copo de água (100 mL) a cada 4 ou 6 horas, conforme necessário. A dose máxima recomendada de Paracetamol para adultos é de 4g ao dia. Crianças entre 6 e 11 anos devem usar formulações pediátricas. Crianças abaixo de 6 anos não devem usar a medicação. Não há restrição de uso em idosos por motivos decorrentes da faixa etária. Informe ao médico ou cirurgião dentista o aparecimento de reações indesejáveis. Informe ao seu médico ou cirurgião dentista se você está fazendo uso de algum outro medicamento. Siga corretamente o modo de usar. Não desaparecendo os sintomas, procure orientação médica ou de seu cirurgião dentista. Não use o medicamento com o prazo de validade vencido.

Contraindicações: Contraindicado em pacientes com história prévia de hipersensibilidade ao Paracetamol ou a qualquer outro componente da fórmula.

Advertências e Precauções de uso: Manter fora do alcance de crianças. Não exceder a dose especificada. Na presença de doença renal ou hepática, consulte seu médico antes de tomar o medicamento. Se os sintomas persistirem, consulte o médico. Cada comprimido tem 1342mg de bicarbonato de sódio, ou seja, 427mg de sódio por comprimido e deve ser considerado por pacientes em dieta pobre em sódio. Não use outro produto que contenha paracetamol.

Após a leitura e análise da bula, o professor apresenta o medicamento, colocando-o em um copo de água e pedindo para que os alunos discutam sobre o

fenômeno observado: *Por que há a liberação de bolhas? Como uma pessoa sabe o momento certo de ingerir o medicamento? Que fatores podem acelerar a reação observada?*

Dentre as sugestões feitas pelos alunos para os fatores que influenciam na velocidade da reação de efervescência, destacamos: o volume de água; a massa do comprimido; a temperatura da água e as dimensões do recipiente.

Assim, no *momento laboratório*, cada grupo ficou encarregado em investigar a influência de uma dessas variáveis no tempo de reação, conforme as seguintes orientações:

Materiais e reagentes necessários:

- Comprimidos efervescentes;
- Água;
- Béqueres ou copos transparentes;
- Proveta graduada ou copo medidor;
- Termômetro;
- Balança;
- Régua;
- Cronômetro;

Orientações:**GRUPO 1:** volume de água

- Em uma balança, determinar a massa de três comprimidos, buscando utilizar aqueles que possuem a mesma massa.
- Com o auxílio de uma proveta graduada (ou um copo medidor), aferir um volume de água correspondente a 200 mL e acrescentar ao béquer.
- Adicionar o comprimido no béquer contendo a água e determinar o tempo de

reação, do instante que o comprimido entra em contato com a água até a sua completa dissolução.

- Repetir os mesmos procedimentos outras duas vezes para o volume de 200 mL, de modo a se obter um tempo médio de reação para este volume.
- Realizar os mesmos experimentos para volumes de 400 mL e 600 mL.

GRUPO 2: Massa do comprimido

- Com o auxílio de uma proveta graduada (ou um copo medidor), aferir um volume de água correspondente a 200 mL e acrescentar ao béquer.
- Utilizando uma balança, determinar a massa equivalente a um comprimido;
- Adicionar o comprimido no béquer contendo a água e determinar o tempo de reação, do instante que o comprimido entra em contato com a água até a sua completa dissolução.
- Repetir os mesmos procedimentos outras duas vezes utilizando apenas um comprimido, de modo a se obter um tempo médio de reação para esta massa.
- Realizar os mesmos procedimentos considerando a massa de dois comprimidos e de três comprimidos.

GRUPO 3: Temperatura do solvente

- Com o auxílio de uma proveta graduada (ou um copo medidor), aferir um volume de água, em temperatura ambiente, correspondente a 200 mL e acrescentar ao béquer.
- Aferir a temperatura da água utilizando um termômetro.
- Adicionar o comprimido no béquer contendo a água e determinar o tempo de reação, do instante que o comprimido entra em contato com a água até a sua completa dissolução.
- Repetir os mesmos procedimentos outras duas vezes utilizando a água em temperatura ambiente, de modo a se obter um tempo médio de reação para esta

temperatura.

- Realizar os mesmos procedimentos considerando água gelada e água quente.

GRUPO 4: Dimensões do recipiente

- Com o auxílio de uma proveta graduada (ou um copo medidor), aferir um volume de água correspondente a 200 mL e acrescentar a um béquer.
- Utilizando uma régua, medir o tamanho do diâmetro do béquer e da altura atingida pela coluna de água.
- Adicionar o comprimido no béquer contendo a água e determinar o tempo de reação, do instante que o comprimido entra em contato com a água até a sua completa dissolução.
- Repetir os mesmos procedimentos outras duas vezes utilizando o mesmo béquer, de modo a se obter um tempo médio de reação para esta temperatura.
- Realizar os mesmos procedimentos considerando outros dois béqueres com dimensões diferentes.

Desta forma, o Grupo 1 ficou encarregado pela investigação da influência do volume de água (Figura 4); o Grupo 2 realizou os experimentos considerando diferentes massas de comprimido (Figura 5); o Grupo 3 realizou experimentos considerando diferentes temperaturas (Figura 6) e o Grupo 4 ficou encarregado pelos experimentos com diferentes recipientes (Figura 7).

Figura 4 – Grupo 1 realizando o experimento com 200 mL de água



Fonte: Autores, 2019.

Figura 5 –Grupo 2 realizando o experimento com 12,0 g de comprimido



Fonte: Autores, 2019.

Figura 6 – Grupo 3 realizando o experimento com água em temperatura ambiente



Fonte: Autores, 2019.

Figura 7 – Grupo 4 aferindo a coluna de água de um dos experimentos



Fonte: Autores, 2019.

Com base nesses experimentos, cada grupo determina o tempo médio de reação ao considerarem diferentes valores para as variáveis independentes. Apresentaremos as estratégias adotadas pelo Grupo 1, responsável pela investigação da influência do volume de água no tempo de reação (Quadro 3)

Quadro 3 – Dados coletados pelo Grupo 1 para diferentes volumes de água

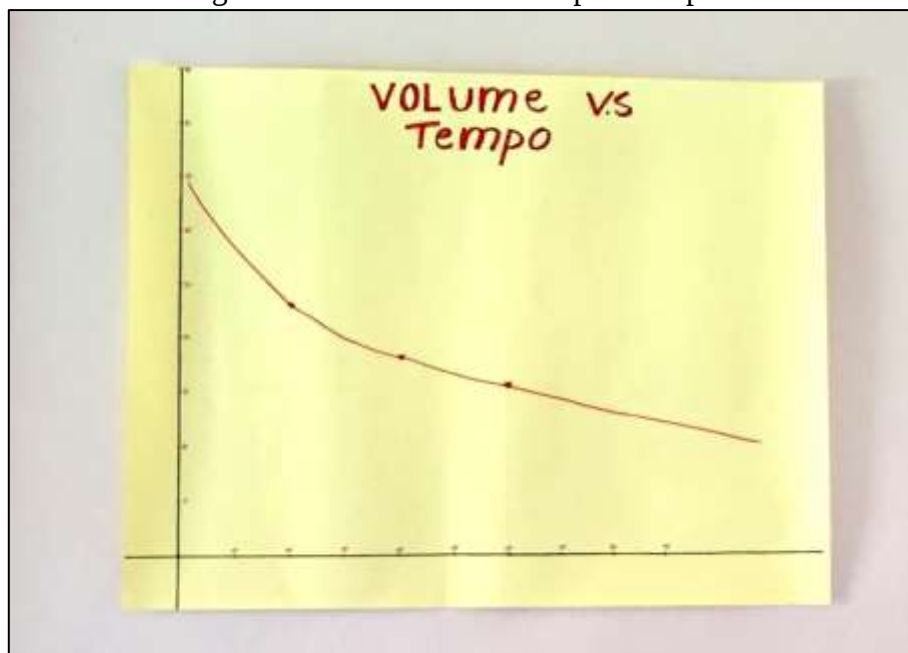
Volume utilizado (mL)	Massa do comprimido (g)	Tempo de reação (s)	Tempo médio (s)
200 mL	4,1	48,90	46,81
	4,0	45,83	
	4,0	45,69	
400 mL	4,1	37,80	36,83
	4,0	35,90	
	4,0	36,78	
600 mL	4,0	28,71	30,96
	4,0	30,78	
	4,1	33,38	

Fonte: Autores, 2019.

No *momento pós-laboratório*, o grupo ficou encarregado em determinar o tempo de reação de efervescência para volumes de água de 100 mL e de 800 mL. Para isso, deveriam elaborar um modelo matemático que fosse capaz de solucionar esta situação-problema.

Com base nos tempos médios obtidos, o grupo optou em construir manualmente um gráfico, relacionando o volume de água (variável independente) e o tempo de reação (variável dependente), conforme Figura 8.

Figura 8 – Gráfico construído pelo Grupo 1



Fonte: Autores, 2019.

Após a localização dos pares ordenados, os alunos perceberam que essa situação não poderia corresponder a uma função linear, de modo que a taxa de variação não era constante para todo valor de x . Desta forma, os alunos consideraram um gráfico arbitrário, no qual a variação do tempo era reduzida pela metade em cada intervalo de volume de 200 mL. Assim, utilizando uma régua para determinar o ponto exato no gráfico, para volumes de 100 mL e 800 mL de água o tempo de reação seria de 55 s e 28 s, respectivamente.

De modo a validar o modelo matemático, realizou-se um novo experimento, utilizando os volumes de água investigados e seguindo as mesmas orientações da etapa anterior, conforme evidenciado na Figura 9.

Figura 9 – Grupo 1 validando o resultado obtido



Fonte: Autores, 2019.

Assim, o Grupo 1 determinou experimentalmente um tempo de 53 s e 26 s, para aqueles volumes de água. Logo, por não haver grande divergência entre os valores obtidos, o modelo foi validado.



Conceitos matemáticos envolvidos:

- Razões;
- Função quadrática;
- Ponto de máximo de uma função quadrática.

Conceitos científicos envolvidos:

- Cinemática.

Tempo de realização:

- 1 aula para o momento pré-laboratório;
- 2 aulas para o momento laboratório;
- 3 aulas para o momento pós-laboratório.



Os olhos são as portas de entrada de um ser humano para o mundo ao seu redor. Por meio da visão podemos interagir com pessoas, animais, objetos, textos, informações. A visão é um sentido que auxilia a dar sentido às coisas, afinal significados podem ser atribuídos com base naquilo que vemos...

Mas e aquilo que não vemos? Como fazer o cérebro registrar aquilo que não enxergamos? Uma alternativa lógica para isso é a utilização dos outros sentidos, que fornecem algumas informações, mas não a toda extensão.

Tomamos como exemplo o ar. Você não consegue enxergar o ar por si só, mas os outros sentidos contribuem para a sua percepção: pelo tato, é possível identificar a presença de brisas, ventos; a audição só é possível pelo fato das ondas sonoras se propagarem no ar; o olfato está relacionado com a volatilidade de determinada substância em se espalhar pelo ar; e até mesmo o paladar é afetado pelas partículas presentes no ar.

Pela visão, a única forma que podemos perceber o ar é por meio de vestígios de sua existência: ao se encher um balão, pelas bolhas formadas em líquidos, pela fumaça emitida pelas chaminés das indústrias ou pelos escapamentos de carros...

Desta forma, a presente atividade busca relacionar o estudo da velocidade do ar, por meio de uma evidência visual. A velocidade é um conceito físico evidenciado na Cinemática, ou seja, no estudo do movimento de corpos, obtida a partir da relação entre a variação da posição de um corpo em função do tempo.

Para estudarmos a velocidade do ar, utilizamos um instrumento denominado “canhão de vórtex”, construído a partir de baldes. Assim, durante o *momento pré-laboratório*, a inteiração com o tema pode ser feita a partir da apresentação da seguinte situação:

Tempestade com ventos de 140 km/h atinge a Europa

O norte da Europa está sendo atingido por uma forte tempestade neste domingo (09), com ventos com intensidade de furacão e chuvas pesadas.

Em amplas áreas da Alemanha foi acionado o segundo nível mais alto de alerta de tempestade. Em partes da Floresta Negra vigora o alerta máximo, grau 4. Ao longo da noite está previsto que a intempérie se deslocará em direção ao sul. Foram registrados ventos de até 140 km/h no centro do país. Há quedas de árvores e impedimentos de trânsito.

Fonte: <https://g1.globo.com/mundo/noticia/2020/02/09/tempestade-com-ventos-de-140-kmh-atinge-a-europa.ghtml>.

De que forma é possível determinar a velocidade do ar, sabendo que se trata de algo invisível ao olho humano?

Assim como nas atividades anteriores, a investigação inicial permite ao professor identificar o conhecimento prévio que os alunos possuem sobre o tema, neste caso, a velocidade. Após essa discussão, sugerimos a apresentação de um vídeo¹ demonstrando a construção e manuseio de um canhão de vórtex.

Assim, no *momento laboratório*, professor e alunos realizam a construção de canhões de vórtex, como apresentado nas seguintes orientações:

¹ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=Qp7UgQ4TBkg>>. Acesso em: 01 mar. 2020.

Materiais e reagentes necessários:

- Baldes de plástico idênticos;
- Folhas de acetato;
- Fita adesiva;
- Papel cartão;
- Compasso;
- Régua;
- Pincel atômico;
- Tesoura;
- Faca;

Orientações:

- Remover as alças de quatro baldes.
- Com o auxílio de um compasso e uma tesoura, fazer e recortar moldes circulares no papel cartão, com diferentes diâmetros – 3 cm, 6 cm, 9 cm e 12 cm.
- Utilizando um pincel atômico, utilizar os moldes feitos para delimitar uma circunferência no centro da parte de baixo de cada balde.
- Cortar o fundo do balde utilizando uma faca aquecida.
- Sobre a parte superior do balde, afixar uma folha de acetato de modo a formar uma membrana, utilizando fita adesiva para isolar completamente a parte superior do balde.

A Figura 10 apresenta um dos canhões construídos durante esse momento.

Figura 10 – Canhão de vórtex finalizado



Fonte: Autores, 2019.

Em seguida, utilizamos um bastão de fumaça colorida para evidenciar a trajetória do ar. Assim, ao se aplicar uma força sobre a membrana formada pela folha de acetato, a fumaça é expelida do canhão pelo orifício localizado na parte de baixo do balde (Figura 11)

Figura 11 – Alunos manuseando os canhões



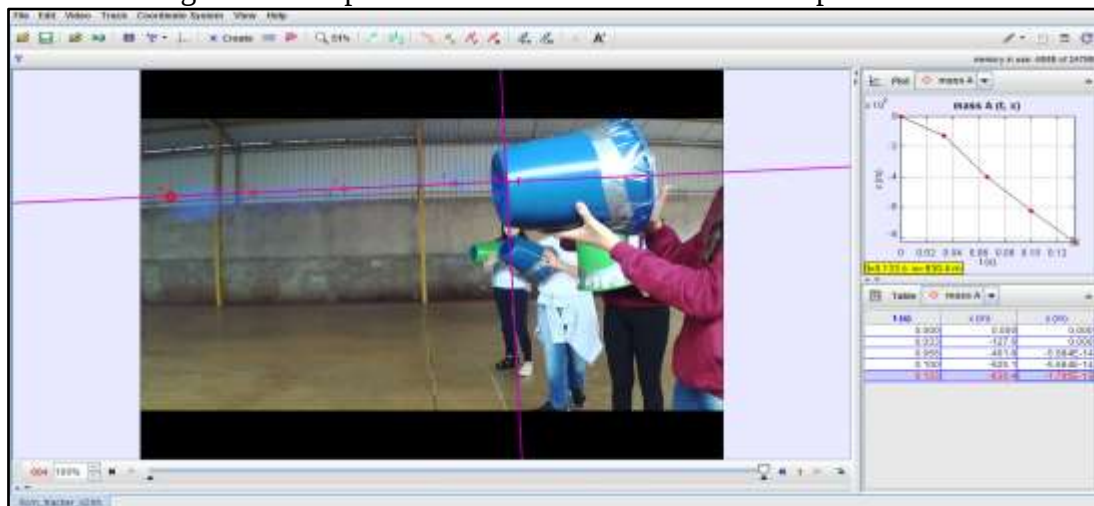
Fonte: Autores, 2019.

De modo a determinar a velocidade do ar, são feitas gravações em vídeo dos experimentos. Para isso, estabelecemos um ponto fixo de onde seriam feitas as gravações, bem como um ponto fixo no qual os alunos iriam manusear os canhões, permitindo uma padronização para a coleta de dados.

Assim, no *momento pós-laboratório*, em posse das gravações em vídeo, a análise da distância percorrida pelo ar é feito utilizando o *software* Tracker². Este *software* de código aberto permite analisar o deslocamento de objetos capturados em vídeo em um espaço de tempo.

Para isso, o Tracker separa um vídeo em diferentes quadros, permitindo acompanhar a localização do objeto (em nosso caso, o ar) ao longo dos diferentes quadros. Para cada segundo de vídeo são formados 30 quadros (Figura 12)

Figura 12 – Captura de tela da análise de um dos experimentos



Fonte: Autores, 2019.

Assim, pelo Tracker, torna-se possível obter a distância percorrida pelo ar em determinado intervalo de tempo. No caso da atividade conduzida pelos alunos do 9º ano, foi definido um intervalo de 0,1 segundo.

² Disponível em: <<https://physlets.org/tracker/>>. Acesso em: 01 mar. 2020.

Logo, com a razão formada entre a distância percorrida e o tempo, foi possível obter a velocidade do ar para cada canhão, como apresentado no Quadro 4.

Quadro 4 – Dados encontrados para cada experimento

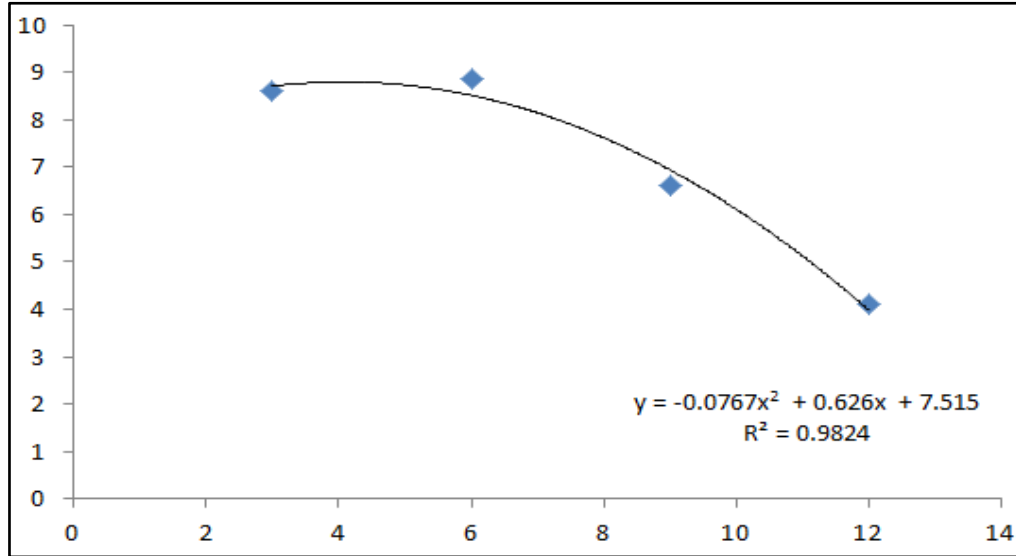
Diâmetro do orifício (cm)	Tempo (s)	Distância (m)	Velocidade média (m/s)
3	0	0	8,59
	0,033	0,344	
	0,066	0,624	
	0,1	0,859	
6	0	0	8,85
	0,033	0,138	
	0,066	0,541	
	0,1	0,885	
9	0	0	6,6
	0,033	0,166	
	0,066	0,403	
	0,1	0,66	
12	0	0	4,1
	0,033	0,118	
	0,066	0,224	
	0,1	0,41	

Fonte: Autores, 2019.

Para a obtenção de um modelo matemático que relacionasse o diâmetro do orifício do canhão de vórtex e a velocidade de saída do ar, foi utilizado o *software* Microsoft Excel. Este *software* possibilita a construção de tabelas e gráficos, evidenciando suas leis de formação.

Assim, com base nos dados obtidos experimentalmente, os alunos optaram por uma função quadrática para representá-los (Figura 13).

Figura 13 – Modelo matemático encontrado



Fonte: Autores, 2019.

A partir do modelo obtido ($y = -0,0767x^2 + 0,626x + 7,515$), os alunos puderam fazer algumas observações: o coeficiente a é negativo, logo a concavidade da curva é voltada para baixo; existe um ponto entre 3 cm e 6 cm no qual a função atinge o valor máximo;

De modo a se descobrir para qual diâmetro a velocidade atingida pelo canhão é a máxima, os alunos utilizaram as noções de vértice de uma função quadrática. Logo, a maior velocidade é observada em um canhão de vórtex com diâmetro de 4,08 cm.

Ao refazer o experimento com um canhão de 4,08 cm de diâmetro, a velocidade obtida era, de fato, maior que a dos canhões de 3 cm e 6 cm, validando o modelo deduzido, conforme apresentado no Quadro 5.

Quadro 5 – Dados encontrados experimentalmente para o novo canhão

Tempo (s)	Distância (m)
0	0
0,033	0,226
0,066	0,592
0,1	0,941

Fonte: Autores, 2019.

**Conceitos matemáticos envolvidos:**

- Função afim;
- Função quadrática.

Conceitos científicos envolvidos:

- Polímeros.

Tempo de realização:

- 1 aula para o momento pré-laboratório;
- 2 aulas para o momento laboratório;
- 2 aulas para o momento pós-laboratório.



Uma das maiores “febres” entre as crianças nos tempos recentes, o *slime* dominou a Internet. Em uma rápida pesquisa, é possível encontrar vários vídeos na casa dos milhões de visualizações, ensinando a fazer *slimes* de diferentes cores, ingredientes e texturas.

Com uma diversidade de possibilidades, as crianças encontram na confecção dos *slimes* uma ótima oportunidade para se “colocar a mão na massa”. Literalmente.

O manuseio deste material também pode estar relacionado aos fins terapêuticos, estimulando a imaginação e a criatividade, além de contribuir para o desenvolvimento motor, do raciocínio e da sensorialidade.

Por se tratar de algo tão proeminente na vida de muitos estudantes, a proposta dessa atividade visa possibilitar que os mesmos vejam no *slime* uma oportunidade de se evidenciar conteúdos estudados nas aulas de Matemática.

Assim, a presente atividade propõe a confecção de um “*slime* perfeito”. No *momento pré-laboratório* o professor apresenta aos alunos um *slime* que pode ser encontrado em supermercados, papelarias e outros estabelecimentos. Depois de manusearem o *slime*, sugerimos a apresentação de um vídeo da Internet³, demonstrando a sua confecção a partir de cola branca, água boricada e bicarbonato de sódio. Ainda, no decorrer desta etapa, o professor pode perguntar aos alunos sobre as propriedades desejadas ao se confeccionar um *slime*.

No *momento laboratório*, os alunos devem realizar a confecção de *slimes* com diferentes quantidades de ingredientes, buscando investigar como diferentes proporções afetam no resultado final.

³ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=qWp-1WBd3Vk>>. Acesso em: 01 mar. 2020.

Materiais necessários:

- Cola branca;
- Água boricada;
- Bicarbonato de sódio;
- Balão volumétrico;
- Proveta graduada ou copo medidor;
- Prato;
- Colher;
- Balança ou medidor;

Procedimentos para a construção do calorímetro:

- Em um balão volumétrico, acrescentar 500 mL de água boricada e 15 g de bicarbonato de sódio, agitando vigorosamente até dissolver todo o bicarbonato.
- Em cada prato, acrescentar a mesma quantidade de cola branca. No caso dos experimentos apresentados foram utilizados 250 g de cola, medidos com o auxílio de uma balança.
- Utilizando uma proveta graduada ou um copo medidor, medir diferentes volumes da solução preparada com água boricada e bicarbonato de sódio. Para os experimentos, foram utilizados os volumes 5 mL, 10 mL, 15 mL, 20 mL, 25 mL, 30 mL e 35 mL.
- Misturar os ingredientes utilizando uma colher, até que a solução de água boricada e bicarbonato de sódio seja incorporada em sua totalidade.

Com base nos sete *slimes* confeccionados, os alunos conseguem observar aqueles que possuem menor quantidade de solução de água boricada e bicarbonato de sódio

estão muito viscosos, ou seja, grudam com facilidade nas mãos. Por outro lado, os slimes que apresentam maior volume de solução incorporado apresentam uma rigidez que não é esperada para este tipo de material (Figura 14).

Figura 14 – *Slimes* construídos pelos alunos



Fonte: Autores, 2019.

Assim, de modo a investigar a relação entre a elasticidade e o volume de solução adicionado, os alunos realizaram um teste no qual o *slime* era segurado e, pela ação da gravidade, buscaram observar a distância percorrida pelo *slime* em um intervalo de tempo de cinco segundos (Figura 15). Estes testes foram gravados em vídeo para que pudessem ser analisados futuramente.

Figura 15 – Teste realizado pelos alunos



Fonte: Autores, 2019.

Assim, no *momento pós-laboratório*, os alunos recorreram novamente ao *software Tracker*, para a realização da videoanálise. Por meio dessa análise, os alunos observaram que os slimes que possuíam 5,0 mL e 10,0 mL de solução se romperam antes do tempo imposto, sendo desconsiderados para a dedução do modelo matemático. Os dados coletados pelos alunos são apresentados no Quadro 6.

Quadro 6 – Dados coletados experimentalmente para a distância percorrida pelo *slime*

Volume de solução (mL)	Distância percorrida (cm)
5,0	-
10,0	-
15,0	47,8
20,0	7,5
25,0	3,0
30,0	0
35,0	0

Fonte: Autores, 2019.

Com base nos dados obtidos, a dedução do modelo matemático ocorreu utilizando o *software* Curve Expert⁴ que permite a obtenção de uma função capaz de relacionar as duas variáveis de estudo, dentre uma seleção mais abrangente de opções, caso comparado com o Microsoft Excel. Assim, o modelo que melhor representava os dados era a função $y = \frac{1,347 \cdot 10^{10} - 3,939 \cdot 10^8 x}{1 - 6,708 \cdot 10^7 x + 5,175 \cdot 10^6 x^2}$.

Apesar de ser uma função racional, optamos em dar um enfoque individual em cada uma das partes da razão formada, demonstrando se tratar de um polinômio de grau 1 e um polinômio de grau 2.

Assim, com base no modelo obtido, foi proposta a determinação da distância percorrida pelo *slime* ao se acrescentar um volume de 17,5 mL de solução de água boricada e bicarbonato de sódio, obtendo como resultado uma distância de 16 cm. De modo a validar o resultado, um *slime* com 17,5 mL de solução foi confeccionado, ao passo que a distância obtida para este novo *slime* foi de 17,1 cm.

⁴ Disponível em: <<https://www.curveexpert.net/>>. Acesso em: 01 mar. 2020.



Conceitos matemáticos envolvidos:

- Função quadrática.

Conceitos científicos envolvidos:

- Propriedades coligativas das soluções.

Tempo de realização:

- 1 aula para o momento pré-laboratório;
- 2 aulas para o momento laboratório;
- 2 aulas para o momento pós-laboratório.



Pense na seguinte situação. O dia está quente e você quer tomar uma bebida bem gelada. Você abre a geladeira na esperança de encontrar alguma coisa, mas não encontra nada. Existe a opção de colocar as latas no congelador, mas a vontade de matar a sede é maior que a paciência para esperar que a bebida fique gelada. O que fazer?

Uma alternativa comum para contornar essa situação é a combinação de três ingredientes comuns em qualquer cozinha: água, gelo e sal. Quando entra em contato com o sal, a temperatura de fusão de gelo, ou seja, a temperatura para que o gelo derreta, diminui consideravelmente. Com isso, o gelo derrete mais rápido, fazendo com que a temperatura da água diminua mais rapidamente e, por consequência, diminui também a temperatura das latas de alumínio.

Buscando evidenciar uma possível relação matemática existente nessa situação, a presente atividade busca analisar relação entre a temperatura desse sistema, composto por água, gelo e sal, com a quantidade de sal que é acrescentada.

No *momento pré-laboratório*, apresentamos um texto para a inteiração dos alunos com o fenômeno a ser estudado.

Contra gelo na pista, policiais jogam sal em estradas de SC

A Polícia Rodoviária de Santa Catarina montou uma operação especial em estradas da serra devido à onda de frio e trabalha para evitar acidentes em trechos com possibilidade de acúmulo de gelo.

Na rodovia SC-112, entre os municípios de Urupema e Rio Rufino, a neve que caiu desde a madrugada se acumulou sobre a pista e policiais precisaram jogar sal para provocar o descongelamento.

De acordo com o Inmet (Instituto Nacional de Meteorologia), a temperatura mínima do país no dia ocorreu em São Joaquim, com $-1,8^{\circ}\text{C}$.

Fonte: <https://www1.folha.uol.com.br/cotidiano/2013/07/1314782-contragelo-na-pista-policiais-jogam-sal-em-estradas-de-sc.shtml>

Com base neste texto, o professor pode iniciar as discussões acerca do fenômeno de diminuição do ponto de fusão da água ao se utilizar o sal, evidenciando a utilização dessa prática em regiões nas quais as temperaturas negativas são mais presentes. Nesta etapa, também é possível exemplificar a utilização do sal para a refrigeração de latas de alumínio, permitindo que os alunos visualizem uma utilização mais prática deste fenômeno.

Assim, no *momento laboratório*, os alunos realizam experimentos para determinar a temperatura atingida pela água ao se adicionar diferentes quantidades de sal. Para tanto, seguem as orientações:

Materiais e reagentes necessários:

- Água;
- Sal;
- Cubos de gelo;
- Bastão de vidro;
- Proveta graduada ou copo medidor;
- Béqueres ou copos transparentes;
- Balança;
- Termômetro;
- Cronômetro;

Orientações:

- Em um béquer são acrescentados 200 mL de água, medido com o auxílio de uma proveta graduada ou copo medidor;
- Ao todo são realizados cinco testes, usando diferentes quantidades de sal, cujas massas devem ser medidas em uma balança: 0 g, 4 g, 6 g, 8 g e 10 g;

- Ao acrescentar o sal, misturar a solução com um bastão de vidro ou uma colher, até que todo o sal dissolva.
- Medir a temperatura do sistema utilizando um termômetro. A temperatura obtida deve ser anotada para a análise.
- Acrescentar um cubo de gelo no béquer e esperar por um minuto antes de realizar uma nova medição de temperatura. Em caso de termômetro analógico de mercúrio, sugerimos que mantenha o termômetro no béquer, obtendo a temperatura de forma mais rápida.
- Determinar a diferença da temperatura observada em cada teste, subtraindo a temperatura encontrada no início (antes de acrescentar o gelo) pela temperatura final (um minuto após acrescentar o gelo).

Com base nos experimentos, os alunos encontraram as seguintes variações de temperatura (Quadro 7).

Quadro 7 – Dados coletados experimentalmente para a variação da temperatura

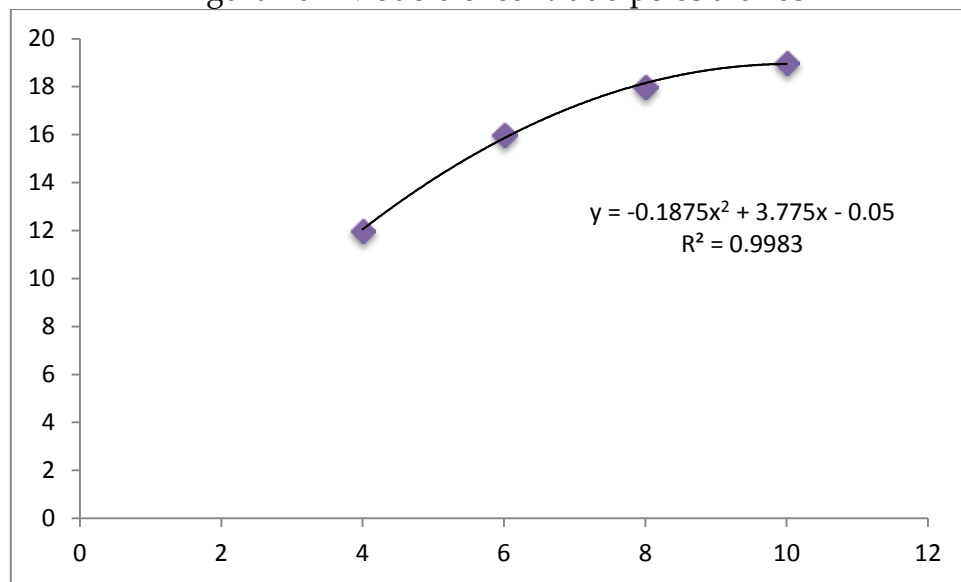
Quantidade de sal (g)	Temperatura inicial (°C)	Temperatura final (°C)	Variação de temperatura (°C)
0	27	18	9
4	27	15	12
6	28	12	16
8	28	10	18
10	28	9	19

Fonte: Autores, 2019.

Por meio destes dados, os alunos puderam observar que a adição de sal resulta em uma maior diminuição de temperatura. Entretanto, a diminuição de temperatura não ocorreu de maneira linear, ao passo que a taxa de variação de temperatura diminui conforme é adicionado mais sal, pressupondo que essa temperatura iria se estabilizar a partir de certa quantidade de sal.

Assim, no *momento pós-laboratório*, os alunos buscaram identificar para que quantidade de sal a variação da temperatura passaria a ser constante. Assim, com base nos dados obtidos experimentalmente, recorreram ao *software* Microsoft Excel para a obtenção de um gráfico que relacionasse a quantidade de sal e a variação de temperatura, obtendo a função quadrática $y = -0,1875x^2 + 3,775x - 0,05$, conforme apresentado na Figura 16.

Figura 16 – Modelo encontrado pelos alunos



Fonte: Autores, 2019.

Ao observar que a equação obtida possuía coeficiente a negativo, assimilaram ao fato de possuir um ponto de máximo. Desta forma, com base na função obtida, os alunos evidenciaram que, para uma massa de 10,5 g de sal, a variação de temperatura seria a máxima.

De modo a validar este resultado, os alunos realizaram novos experimentos, considerando duas massas de sal: 10,5 g e 12 g (Figura 17). Em ambos os casos, a variação de temperatura encontrada foi a mesma, de 19,5°C, indicando que essa variação não se alteraria, mesmo se fosse adicionado ainda mais sal.

Figura 17 - Validação do resultado obtido



Fonte: Autores, 2019.

**Conceitos matemáticos envolvidos:**

- Razões trigonométricas;
- Geometria plana.

Conceitos científicos envolvidos:

- Cinemática.

Tempo de realização:

- 1 aula para o momento pré-laboratório;
- 2 aulas para o momento laboratório;
- 2 aulas para o momento pós-laboratório.



Como já evidenciamos anteriormente, a Matemática encontra-se disseminada em diversas atividades humanas. E na construção civil não poderia ser diferente. A Matemática, por meio da geometria, é parte essencial na confecção de obras como casas, edifícios, pontes...

Um dos conceitos bastante utilizados vem a ser a noção de ângulo, fundamental para a construção de telhados, paredes, fundações e rampas de acesso. Pequenos desvios em suas inclinações podem ser determinantes no sucesso (ou fracasso) do resultado final da obra.

Os ângulos de inclinação também devem ser considerados ao se projetar uma estrada. Segundo recomendações dos órgãos competentes, as inclinações máximas sugeridas em estradas de rodagem não devem ser superiores a 5° . A principal justificativa é o tráfego de caminhões e outros veículos pesados por essas vias. Em trechos de auge, um caminhão pesado apresenta dificuldade em atingir velocidades superiores a 20 km/h. Já em trechos de declive, o peso do caminhão faz com que haja maior desgaste nos freios, podendo acarretar em acidentes fatais.

Buscando explorar a relação existente entre inclinação de um plano com outras variáveis, a presente atividade foi desenvolvida. No *momento pré-laboratório*, a inteiração dos alunos com o tema pode ser feito por meio da discussão do seguinte texto:

Como é caminhar na rua mais íngreme do mundo

Uma via da cidade de Dunedin, na Nova Zelândia, é reconhecida pelo Guinness World Records, o “Livro dos Recordes”, como a rua residencial mais íngreme do mundo.



Na Baldwin Street, a inclinação chega a 35% em seu trecho “mais difícil”. A rua tem quase 350 metros de comprimento – a cada três metros de caminhada, o pedestre sobe quase um metro de altura.

O policial comunitário Brendan Thomson conta que isso pode ser perigoso: uma pessoa morreu ao rolar rua abaixo em um latão de lixo, que acabou se chocando contra um trailer.

Fonte: <https://www.bbc.com/portuguese/internacional-38511779>

Nesta etapa, o professor pode instigar os alunos a pensarem nas implicações dessa inclinação na vida de quem mora ou trafega por essa rua. Outra ação vem a ser explorar o trecho “a cada três metros de caminhada, o pedestre sobe quase um metro de altura”, de modo a destacar a relação com um triângulo retângulo.

Assim, após assimilar as consequências decorrentes de grandes ângulos de inclinação, o professor pode apresentar a seguinte situação a ser investigada: “Como o

ângulo de inclinação de um plano influencia no tempo que um objeto leva para percorrê-lo?”.

Para tanto, no *momento laboratório*, essa investigação pode ser conduzida, conforme as orientações a seguir:

Materiais e reagentes necessários:

- Um tampo de madeira (ou outro material que sirva enquanto plano inclinado)
- Bola maciça;
- Trena;
- Cronômetro;
- *Smartphone* com a função de gravação de vídeo em câmera lenta.

Orientações:

- Um plano deve ser arranjado de modo a se obter diferentes inclinações. No caso apresentado, foram utilizados ângulos de 15° , 30° , 45° e 60° em relação ao solo;
- Um cronômetro deve ser arranjado na frente do plano inclinado, de modo a permitir que seja visualizado na gravação de vídeo a ser feita;
- Com o plano arranjado, uma bola deverá percorrer toda a sua extensão;
- De modo a permitir a visualização do experimento, é feita uma gravação de vídeo utilizando o recurso “câmera lenta” presente em alguns *smartphones*.
- Para obter o tempo decorrido, a gravação de vídeo feita deve ser acessada, de modo a obter a diferença entre o instante inicial (em que a bola é liberada) e o instante final (quando a bola toca o solo).

Uma das formas de se obter as inclinações desejadas vem a ser por meio da utilização de razões trigonométricas. Desta forma, ao se considerar o tamanho do plano

e o conceito de seno, é possível obter a altura em que o plano precisa ficar apoiado na parede.

Na atividade realizada pelos alunos do 9º ano, o comprimento do tampo de madeira a ser utilizado era de 59 cm. Assim, de modo a obter as inclinações, este tampo de madeira deveria ser apoiado em diferentes alturas, conforme apresentado na terceira coluna do Quadro 8.

Quadro 8 – Alturas encontradas pelos alunos

Experimento	Ângulo (°)	Altura (cm)
1	15	15,3
2	30	29,5
3	45	41,7
4	60	51,1

Fonte: Autores, 2019.

Com essas alturas, os alunos conseguiram evidenciar uma forma de se obter a inclinação desejada, como apresentado na Figura 18.

Figura 18 – Alunos determinando a inclinação do plano



Fonte: Autores, 2019.

Assim, considerando as inclinações, o tempo necessário para que a bola percorresse toda a extensão do tampo de madeira pode ser determinado utilizando gravações em vídeo do experimento (Figura 19), utilizando o recurso de “câmera lenta” do *smartphone*, obtendo os tempos dispostos no Quadro 9.

Figura 19 – Instante inicial e instante final capturado pela gravação em vídeo



Fonte: Autores, 2019.

Quadro 9 – Tempos encontrados por meio dos experimentos

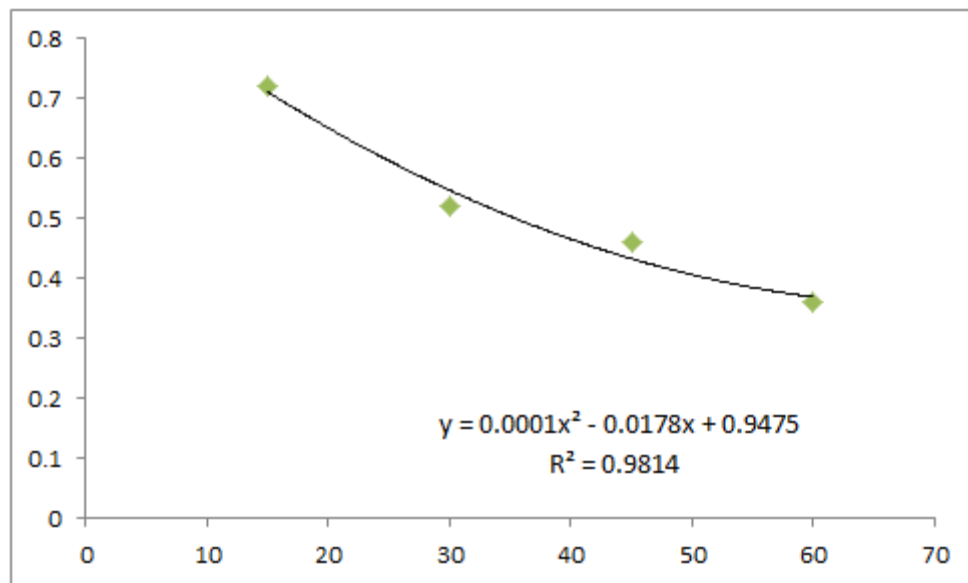
Experimento	Ângulo (°)	Tempo (s)
1	15	0,72
2	30	0,52
3	45	0,46
4	60	0,36

Fonte: Autores, 2019.

No momento pós-laboratório, os alunos utilizaram os dados encontrados experimentalmente para determinar um modelo matemático que relacionasse a inclinação do plano com o tempo que a bola levou para percorrê-lo.

Para tanto, recorreram ao *software* Microsoft Excel, obtendo como modelo a função quadrática $y = 0,0001x^2 - 0,0178x + 0,9475$, conforme apresentado na Figura 20.

Figura 20 – Modelo matemático deduzido pelos alunos



Fonte: Autores, 2019.

Para a validação do modelo obtido, os alunos buscaram determinar o tempo necessário para que a bola percorresse o mesmo plano em uma inclinação de 90° , com relação ao solo, obtendo um tempo de aproximadamente 0,16 s.

Ao realizar novamente o experimento, considerando um plano perpendicular, o tempo encontrado foi de 0,17 s. Como a diferença entre o resultado encontrado pelo modelo e o observado experimentalmente foi de apenas 1 centésimo de segundo, o modelo matemático foi devidamente validado.

**Conceitos matemáticos envolvidos:**

- Proporcionalidade;
- Função afim.

Conceitos científicos envolvidos:

- Eletroquímica.

Tempo de realização:

- 1 aula para o momento pré-laboratório;
- 2 aulas para o momento laboratório;
- 2 aulas para o momento pós-laboratório.



De monumentais usinas (hidrelétricas, termelétricas, nucleares) até pilhas e baterias utilizadas em aparelhos eletrônicos, a energia elétrica se tornou algo essencial para a vida humana.

Apesar de envolver processos físicos e químicos, não é preciso grandes geradores ou uma sucessão de reações químicas para evidenciar a geração de energia elétrica. Um experimento simples e amplamente difundido vem a ser a construção de pilhas e baterias de limão.

Para tanto, dois metais diferentes, denominados eletrodos, são inseridos no limão. Devido a uma sucessão de reações de oxidação e redução que ocorrem nos eletrodos, é possível observar uma transferência de elétrons no meio ácido do limão, culminando na geração de energia elétrica.

A energia gerada é pequena, mas pode ser ampliada ao se dispor de vários limões, ligados em série. Apesar de não poder ser comparada com a energia fornecida em uma tomada, ela é suficiente para procedimentos que não requerem muita energia, como acender uma pequena lâmpada de LED, ou fornecer energia para o funcionamento de um relógio ou calculadora.

De modo a investigar este fenômeno, a presente atividade busca quantificar a energia produzida a partir de limões. Assim, no momento pré-laboratório, o professor pode iniciar as discussões com o seguinte texto:

Pilhas, baterias e lâmpadas: como se desfazer deste 'lixo'

Para se desfazer destes resíduos é complicado. Por falta de conhecimento ou orientação, muita gente acaba jogando esses produtos no lixo comum e até mesmo em terrenos baldios.

Por lei são objetos de Logística Reversa, ou seja, devem ser entregues no comércio onde foram adquiridos. Ocorre que a maioria dos estabelecimentos que vende estes produtos não aceita os usados. Nestes casos, verifique se sua cidade possui ecopontos para a coleta destes materiais.

Fonte: <https://pagina3.com.br/geral/2019/mai/10/4/pilhas-baterias-e-lampadas-como-se-desfazer-deste-lixo>

Neste momento, a discussão pode estar voltada para a função das pilhas e baterias para a vida humana, os objetos que utilizam este tipo de gerador de energia, como essa energia é gerada e o motivo para que o seu descarte seja feito em locais específicos.

Após essa discussão inicial, o professor pode apresentar aos alunos uma sugestão de pilha, constituída por limões, laranjas ou batatas, de modo a demonstrar que a geração de energia não está condicionada apenas aos compostos químicos evidenciados nas pilhas e baterias comuns.

Assim, no *momento laboratório*, professor e alunos podem construir e manusear uma pilha de limão, com base nas seguintes observações:

Materiais e reagentes necessários:

- Limões;
- Moedas de 5 centavos;
- Clipes de papel;
- Fios de cobre;
- Garras jacaré;
- Voltímetro;
- Balança;
- Faca;
- Alicates;

Orientações:

- Selecionar quatro limões que possuam massas parecidas, evidenciadas por meio de balança.
- Com o auxílio de uma faca, realizar pequenos cortes em um limão, permitindo

que seja inserido um clipe de papel em um corte e uma moeda de 5 centavos em outro corte. Recomendamos que ambos os objetos fiquem paralelos entre si.

- Utilizando um voltímetro, unir o polo preto ao eletrodo de clipe de papel e o polo vermelho à moeda. Anotar o valor encontrado.
- Construir outro limão semelhante a esse, unindo o polo que contém o clipe de papel de um limão ao polo com a moeda de outro limão utilizando fios de cobre com garras jacaré.
- Utilizar novamente o voltímetro e anotar o valor encontrado.
- Repetir os mesmos procedimentos para unir três limões em série.

A Figura 21 apresenta um dos experimentos realizados pelos alunos.

Figura 21 – Aluno determinando a energia fornecida pelo limão



Fonte: Autores, 2019.

Assim, com os valores obtidos, é possível construir uma tabela relacionando a energia produzida de acordo com a quantidade de limões utilizados (Quadro 10).

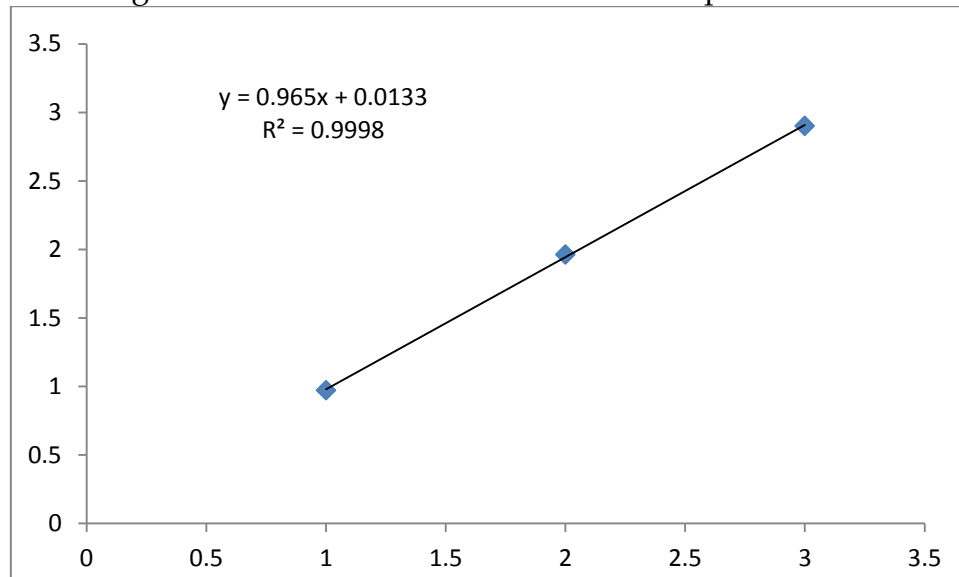
Quadro 10 – Valores determinados experimentalmente

Limões	Energia (V)
1	0,97
2	1,96
3	2,90

Fonte: Autores, 2019.

No momento pós-laboratório, os alunos recorreram ao *software* Microsoft Excel para obter uma função que relacionasse as duas variáveis, obtendo como modelo matemático a função afim $y = 0,965x + 0,0133$ (Figura 22).

Figura 22 – Modelo matemático deduzido pelos alunos



Fonte: Autores, 2019.

De modo a validar este modelo, os alunos buscaram identificar qual era a energia fornecida por uma bateria formada por cinco limões em série (Figura 23). Pelo modelo matemático, o resultado encontrado foi 4,84 V. Ao se realizar o novo experimento, os alunos encontraram uma energia equivalente a 4,80 V, uma diferença de 0,04 V.

Figura 23 – Validação do resultado obtido pelo modelo matemático



Fonte: Autores, 2019.

Palavras “finais”?

Seria muito pretensioso afirmar, com 100% de certeza, que as atividades aqui apresentadas acabariam com todos os problemas que os alunos possuem em contextualizar a Matemática. Afinal, estamos restritos às observações feitas ao se desenvolver atividades com apenas uma turma. O contexto importa!

Além disso, existe o fato de que a situação atual de algumas (se não muitas!) escolas brasileiras dificulta a realização de experimentos. Seja pela falta de materiais, de espaços físicos ou de instrução para que ocorra a sua realização.

Porém, mais do que uma busca por uma verdade absoluta, as propostas aqui apresentadas foram pensadas de modo a constituírem um começo. O começo de uma nova possibilidade que surge no horizonte de uma aula de Matemática limitada ao quadro de giz. Uma possibilidade de pensar que a experimentação precisa necessariamente de instrumentos e reagentes inacessíveis para que ocorra. De pensar que a Matemática é peça fundamental em uma grande variedade de áreas.

Assim, pensamos que esta abordagem não se encerra aqui. Pelo contrário, que as atividades apresentadas, ainda que não utilizadas, sirvam de inspiração para o desenvolvimento de novas práticas pedagógicas nas aulas de Matemática.

Por fim, destacamos que uma abordagem de pesquisa acerca dessas atividades foi realizada em nosso texto de dissertação “Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática: uma análise semiótica”, na qual apresentamos algumas reflexões sobre os significados atribuídos a objetos matemáticos no decorrer do desenvolvimento de atividades experimentais investigativas.

Paulo Henrique Hideki Araki
phh.araki@gmail.com

Karina Alessandra Pessoa da Silva
karinasilva@utfpr.edu.br

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C. A “contextualização” e a modelagem na educação matemática do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004.

BARBOZA, J. V.; BASSANI, L. T.; ALVARENGA, L. L.; ABITANTE, L. G. The Possibility of Interdisciplinary Integration Through Mathematical Modelling of Optical Phenomena. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBEGUT, M. S. (Eds). **Mathematical Modelling in Educational Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences**. Cham, Switzerland: Springer; 2015, p. 305-316.

BASSOLI, F. Atividades práticas e o ensino-aprendizagem de ciência(s): mitos, tendências e distorções. *Ciência & Educação*, v. 20, n. 3, p. 579-593, 2014.

BURGHES, D. N. Mathematical modelling: a positive direction for the teaching of applications of Mathematics at school. **Educational Studies in Mathematics**, v. 11, n. 1, p. 113-131, 1980.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Students’ Modelling Routes in the Context of Objects Manipulation and Experimentation in Mathematics. In: KAISER, G.; BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R.; STILLMAN, G. (Eds). *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. New York: Springer, 2011. p. 211-220.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the students’ sense of credibility. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 50, n. 1-2, p. 201-215, 2018.

CARREJO, D. J.; MARSHALL, J. What is mathematical modelling? Exploring prospective teachers’ use of experiments to connect mathematics to the study of motion. **Mathematics Education Research Journal**, v. 19, n. 1, p. 45-76, 2007.

D’AMBROSIO, U. **Educação matemática: Da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

GASPAR, A.; MONTEIRO, I. C. C. Atividades experimentais de demonstrações em sala de aula: uma análise segundo o referencial da teoria de Vygotsky. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 10, n. 2, p. 224-254, 2005.

SANDRI, M. C. M. **Experimentos de Química Geral na perspectiva da Química Verde.** São Paulo: Livraria da Física, 2018.

VERTUAN, R. E. **Um olhar sobre a modelagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica.** 2007. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas., Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2007.